

DE
LITTERARIA EXPEDITIONE
PER
PONTIFICIAM DITIONEM.

DE
LITTERARIA EXPEDITIONE
PER
PONTIFICIAM DITIONEM
AD DIMETIENDOS DUOS MERIDIANI GRADUS
ET CORRIGENDAM MAPPAM GEOGRAPHICAM
IUSSU, ET AUSPICIIS
BENEDICTI XIV.
PONT. MAX.

SUSCEPTA A PATRIBUS SOCIET. JESU
CHRISTOPHORO MAIRE
ET
ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH.

ROMÆ MDCCLV.

IN TYPOGRAPHIO PALLADIS
EXCUDEBANT NICOLAUS, ET MARCUS PALEARINI
PRÆSIDUM PERMISSU.



SS. D. N.

BENEDICTO XIV.

PONT. MAX.

CHRISTOPHORUS MAIRE, ET ROG. JOS. BOSCOVICH FELICITATEM.



NEMO erit profecto, BEATISSIME PATER, qui nos audaciæ possit arguere, atque impudentiæ, dum Tibi tanto Pontifici

ci non ingens aliquod theologicum opus, ſed exigua hæc phyſica, aſtronomica, geographica opuſcula ad ſacros provoluti pedes offerimus. Novit ſane univerſus terrarum Orbis, quo ſtudio, qua liberalitate, atque munificentia, ut omne aliud optimarum litterarum genus, ita hanc ipſam rerum naturalium cognitionem foves, ac promoves. In ea nimirum urbe progenitus, quæ tam multis hoc ipſo in genere doctiſſimis viris, quos non tantummodo enumerare ſingulos, ſed vel turmatim enunciare infinitum eſſet, ubique gentium ſemper inclaruit, & in dies magis inclareſcit, in qua una ſtabilem quamdam Phyſica in primis, atque Aſtronomia fixiſſe ſedem videri poteſt, ſtudiorum eorumdem exiſtimationem, amoremque cum ipſo lacte ſuxiſti olim a prima infantia; quem quidem amorem inter graviſſima ſacrarum litterarum, & utriuſque juris ſtudia (in qui-
bus

bus ita excellis, ut si istam ipsam supremam Pontificiam Auctoritatem libeat cogitatione secludere, Te unum Christianus orbis universus præceptorem suum, ac tam multis, tam egregiis voluminibus editis institutorem agnoscat), inter assiduas gravissimorum negociorum curas, ac difficillimum, molestissimumque totius Christianæ reip. regimen retinuisti semper, ac retines.

Testem appellamus in primis patriam ipsam Tuam. Quibus ingentem illam, ac præstantissimam rarissimarum rerum ad naturalem historiam potissimum, ac universam physicam pertinentium collectionem munificentissimis donis, quibus Astronomicam speculam accuratissimis, & vero etiam pretiosissimis instrumentis longissimè conquisitis, atque coemptis cumulasti? quibus doctissimos viros ad hæc ipsa excolenda studia instruxisti libris, excitasti stimulis, decorasti muneribus, ut jam

non

non Patronum tantummodo Te ſuum, ſed velut alterum conditorem nobiliſſima illa Academia jure agnoſcat, ac prædicet? Teſtem hanc ipſam appellamus Imperii Tui, & Mundi caput Urbem Romam: quibus annuis redditibus ad excolenda ſtudia publicum Archigymnaſium, quibus inſtrumentis, quibus ſapientiſſimis doctoribus ditaſti, auxiſti, decoraſti?

Sed quid ita longe evagati ejus rei teſtimonia conquirimus, cujus nos ipſi in primis teſtes ſumus luculentiſſimi, cujus in hac ipſa noſtra expeditione documentum quoddam locupletiſſimum continetur, atque firmiſſimum? Ubi primum ab Eminentiſſimo Cardinali Valentio, cuius conſiliis in tota adminiſtranda Chriſtiana rep. cum tanta communi omnium & privatorum, & Regum etiam approbatione, atque acclamatione uteris, nobiliſſimum hoc ipſius, atque utiliſſimum litterariæ hu-

jusce expeditionis consilium propositum tibi fuit, quam promptè, quam avide, cum quanta animi erga hæc ipsa studiorum genera significatione arripuisti, & nobis Pontificiam voluntatem tuam per ipsum Cardinalem Valentium significasti! Tuis nimirum adacti imperiis, Tuo muniti præsidio; Tua liberalitate sustentati, atque alti laboriosissimam hanc investigationem suscepimus, universam ditionem Tuam peragravimus, summos montes conscendimus, abditas, & confragosas valles adivimus, curvaturam Telluris, & urbium, ac oppidorum, vicorumque ipsorum positionem per molestissimas intervallorum mensuras, triangulorum series, astrorum observationes determinavimus. Ea perquisitio, ex qua in illas ipsas facultates Physicam, Astronomiam, Geographiam tanti dimanant fructus, Tibi debetur uni: Tua auctoritate, Tuis sumptibus, Tuis

 auspi-

auſpiciis & ſuſcepta eſt a nobis, & abſoluta.

Nec vero ſummum ſacrorum Moderatorem earum facultatum amplificatio, eorum ſtudiorum amor, atque patrocinium dedecet. Mittimus illud, cum ſacrorum regimine ipſum Tibi ſupremum tot populorum imperium commiſſum eſſe, quorum acuenda, atque exercenda ingenia, excitanda ad omne liberalium artium, ad omne ingenuorum ſtudiorum genus excolendum induſtria, preterquamquod ad ipſam imperii felicitatem pertinet, locorum ſuæ ditionis diſtantias, ac poſitus accurate noſſe, quod quidem commerciis vel inſtituendis, vel promovendis non aptiſſimum tantummodo eſt, ſed etiam pernecesſarium. Quanto ipſi ſacrorum imperio adjumento eſt, ac præſidio Aſtronomia in primis? Quæ quidem ſine Geographiæ cultura, & vero etiam ſine

ter-

terreſtris figuræ determinatione ſatis excoli, & perfici nequaquam poteſt. Norunt id olim Niceni Patres, novit omnis conſequentium ætatum ſeries, novit ipſe ille ingens civis Tuus Gregorius tertius decimus Pontifex itidem Maximus, qui unius Aſtronomiæ præſidio Cælum ipſum conſcendit, ac ita rationem temporum longa ejus facultatis ignoratione depravatam reſtituit, ut ipſi Catholicæ Religionis hoſtes acerrimi ei ſe demum poſt bina fere ſæcula, utut inviti, conformarint, quod nimirum tanti Pontificis, ac Romanæ Religionis decus Tui demum Imperii temporibus reſervabatur. Quid vero illud, quod ab ipſa cognitione Naturæ ad ſupremum ejus Opificem contemplandum multo ſane facilius aſſurgitur, & a naturalibus hiſce ad illa divina ita fit gradus, ut in theologicis erudire ſtudiis juventutem nulla ſoleat Acade-

mia, nisi eos ante in Naturæ investigatione exercuerit? Et sane nihil ad sublimissimas de divina Immensitate, atque Omnipotentia cognitiones acquirendas conducit magis, quam universa Astronomia, ad quam excolendam, promovendamque maxima ex parte pertinent labores hi nostri.

Quæ quidem cum ita sint, patet sane, nos non culpandos tantummodo non esse, qui hujus potissimum argumenti genus Tibi sistimus, sed esse plurimum commendandos. Cui enim alteri, quam ipsi Tibi, quod Tuum tot rationibus potissimum est, quod usque adeo te decet, sisteremus? Quod si quis non ita ingentem nobis molem objiciat voluminis; is illud, rogamus, consideret, minore hìc quidem volumine, sed plurium annorum labores nostros, ac diuturnarum & observationum, & meditationum fructum contineri. Nam quod ad no-

ſtram tenuitatem pertinet, qua ingens, qua nobiliſsimum, atque utiliſsimum argumentum pertractavimus, ea nos non deterrere tantummodo non debuit, ſed debuit, quod ſane præſtitit, urgere acriter, atque impellere, ut ad patrocinium Tuum confugeremus. Opus Tua auctoritate ſuſceptum, Tua itidem auctoritate munitum prodeat in publicum. Ea ſupplebit, quod nobis defuit, & qui noſtræ imbecilitati diffidimus, Tuo præſidio, Tuo nomine tuti confirmabimur animo, & omni metu depoſito conquieſcemus.

ROGERIUS JOSEPHUS BOSCOVICH SOC. JESU

LECTORI.

LITTERARIÆ *expeditionis, quam jussu, & auspiciis, ac sumptibus* BENEDICTI XIV. *Pontificis sane Maximi susceptam una cum P. Christophoro Maire celeberrimo Soc. Nostræ Astronomo ad finem simul perduximus, & consilium, & rationem, & exitum, ac uberrimos, qui inde in Physicam, in Astronomiam, in Geographiam promanant fructus, in hac plurium opusculorum congerie, tibi propono, amice Lector, quorum alia ab ipso P. Maire, alia a me conscripta sunt.*

Primum Opusculum a me conscriptum continet Commentarium Historicum, ac Pysicum expeditionis litterariæ per ditionem Pontificiam.

Secundum conscriptum a P. Maire continet determinationem gradus meridiani ex communibus observationibus definiti ipsius labore, & calculis.

Tertium, ipsius itidem, agit de correctione Mappæ Geographicæ, quam ex communibus pariter observationibus restitutam summo labore, ac diligentia delineavit.

Quartum, quod est meum, agit de apparatu, & usu instrumentorum in eadem expeditione adhibitorum.

Quintum itidem meum de Telluris figura determinanda ex æquilibrio, & ex graduum mensura.

Primum quidem opusculum ita a me conscriptum est, ut Lectorem alloquar Geometriæ etiam, & calculi, vel ignarum, vel fastidiosum. Illud in primis curo, ut expeditionis ipsius utilitas summa, & vero etiam quædam velut nobilitas, atque dignitas innotescat, ac perpetuum, & ingens ætatum fere omnium studium in Telluris figura investiganda, quæ primus extitit expeditionis nostræ scopus, proponatur ob oculos.

Idcirco primo capite brevem quandam exhibui eorum noti-

notitiam, quæ ante nos eo in genere sunt præstita, summa tamen quædam plerumque perstringens capita; si enim omnia fusius aliquanto evolvenda essent, & enarranda, amplum sane hæc una historica pars volumen requireret; tum inde ortas meditationes quasdam meas, ac totum expeditionis suscipiendæ consilium, & curam nobis demandatam expono. Secundo autem capite itinerum nostrorum seriem, loca observationibus peragendis delecta, & vero etiam instrumentorum apparatum, observandi rationem, atque ipsum observationum fructum, quantum sine schematis licet, persequor, & evolvo, ubi & labores aliquando nostros, ac vitæ pericula, & physicas observatiunculas quandoque intermisceo, quo magis varietate ipsa accidat non injucunda narratio.

Bina Patris Maire, quæ consequuntur, ea & brevitate, & præcisione conscripta sunt, quæ Astronomis in observandi arte exercitatis, & harum rerum cognitionem intimam adeptis placere possit. Is ibi observationes omnes ad rem necessarias exhibet, & calculorum suorum fructum. Plures ego etiam subduxi, quos ipsius calculis inveni admodum conformes, cujus & diligentia eo in genere, & patientia summa ita mihi longa consuetudine innotuit, ut illi multo magis fidere debeam, quam ipsi mihi. Inveniet autem ibidem studiosus Lector, quæ & ad Geographiam perficiendam pertinent sane multa.

Attingit is in secundo Opusculo aliqua, quæ ad expeditionis consilium spectant, & historiam, sed concise admodum. Idcirco ego quidem ea omnia aliquanto uberius persecutus sum in meo priore. Attingit etiam ea, quæ ad instrumentorum pertinent formam, & correctionem, concise itidem. Ipsa ego idcirco multo diligentius, ac fusius expono opusculo quarto, ubi eorum etiam delineationem exhibeo, & pleraque, quæ ad astronomicam praxim pertinent, persequor. Habent enim hæc instrumenta, quorum ego constructioni præfui, novi non parum, quod si Astonomiæ cultoribus diligentius explicetur, & utile fore censeo, & jucundum.

In tertio opusculo ipse exhibet plura, quæ pertinent ad

corre-

correctionem mappæ Geographicæ, ubi illud in primis exponit, quid nobis ipsis observare licuerit, quid aliunde fuerit repetendum; ac unde id ipsum deprompserimus, quæ quibusque fides adhibenda sit, diligenter persequitur. Videbitur fortasse illud minus peritis hoc opusculum perlegentibus, mappam, quam exhibemus, maxime imperfectam esse, & parum admodum nos eo in genere præstitisse. Nam Mairius, ut meritam fidem iis, quæ a nobis præstita sunt, conciliet, multas sane totius operis difficultates, quas offendimus, & quidquid vitii timeri potest, quidquid præstari ulterius laboris ad accuratam Topographicam mappam habendam, fusius in ipso initio, ac diligentius exponit. At qui perpenderit, vel illum solum catalogum omnium urbium, ac præcipuorum etiam locorum plurium, qui ad calcem ejusdem habetur opusculi, ubi eorum longitudines adscribuntur, & latitudines, in quibus illud confidimus, nusquam unius minuti errorem admissum esse, videbit sanè, quæ ad Geographicam mappam corrigendam pertinent, qui noster erat scopus, abunde omnia esse præstita. Qui autem præterea ipsam mappam inspexerit, quam quidem admodum amplam huic volumini non licet inserere, & præfatiunculam ipsi adjectam, atque una æri incisam perlegerit, & vero etiam, qui hoc ipsum Mairii opusculum diligentius consideraverit, videbit profecto, quam multa, quæ ad Topographiam etiam pertinent, a nobis perfecta sint.

Illud unum mihi monendum superest, quod pertinet ad ipsum catalogum longitudinum, ac latitudinum, longitudines quidem ab insula Ferri, uti moris est, computari, quarum differentias tantummodo a Romana longitudine Tholi D. Petri, nostræ nobis observationes exhibuerunt, latitudines vero ex Astronomicis observationibus Romæ, & Arimini ingenti nostro Sectore habitis profluxere. Quanquam autem intra eandem urbem plurimis secundis a se invicem differant tam longitudines, quam latitudines diversarum ædium, & vero etiam alicubi plusquam uno minuto, adhuc tamen adjecta sunt minutis primis etiam secunda, quæ pertinent,

ad

ad illum ejus urbis locum , quem immediate observavimus . Is autem semper est ex editissimis , sæpe admodum editissima urbis ipsius turris , & plerumque locus in ipso ejus meditullio situs .

In quarto opusculo ego quidem ita instrumentorum & apparatum , & usum fuse , ac diligenter exposui , ut iis , qui ea omnia satis jam callent , molestior fortasse futurus sim , at iis , qui Astronomiæ in primis practicæ operam dare velint , & ejus elementorum defectum doleant , non exiguam ego quidem utilitatem allaturus esse mihi videar . Spero autem ipsos etiam exercitatos Astronomos inventuros novi aliquid , quod omnino non improbent . Primo capite persequor , quæ pertinent ad observationes astronomicas , & determinationem arcus cælestis intercepti binis locis extremis , secundo , quæ ad geodeticas poligoni , & mapparum dimensiones , tertio , quæ ad basium determinationem per actualem mensuram . Initio quidem cujusque capitis instrumenta ipsa , sectorem in primis , quadrantem , tigilla , & tripodes , fuse describo , & partes singulas , quæ ad constructionem , vel ad rectificationem pertinent , expono , schematis singula illustrans suis ; tum collocationem instrumentorum eorundem , & usum persequor , ac rectificationes ipsas , & in errores , qui committi possent , inquiro , theoremata generalia profero , quibus singulorum magnitudo definiatur, ut, si opus sit, corrigi possint . Omnem deinde ejusmodi theoriam nostris observationibus applico , & qui in iis errorum limites timeri possint , accurate determino . Eorum vero omnium fructus ultimus est ipsa definitio magnitudinis gradus Romam inter , & Ariminum intercepti .

Quoniam præcipuus ipsius expeditionis & scopus , & labor fuit , in eo Meridiani gradu definiendo , quæ definitio ad investigationem pertinet figuræ , & magnitudinis Terræ totius , quintum adjeci opusculum , quo in ipsam Terræ figuram inquisivi , ubi Geometriæ vim experiri libuit ; plurium enim solutionem problematum eo pertinentium , quæ sine

 calcu-

calculi ope viderentur solvi nequaquam posse, per solam Geometriam exhibeo.

Binis autem capitibus persecutus sum investigationem figuræ Telluris; primo quidem ex æquilibrio gravium, tum ex mensura graduum. Quod ad primum pertinet, solius Geometriæ ope determinavi figuram solidi revoluti circa proprium axem, primo quidem in hypothesi gravitatis directæ ad unicum centrum, & utcumque datæ per distantias, tum in hypothesi gravitatis mutuæ Newtonianæ, atque id quidem tam in hypothesi homogeneitatis, quam in hypothesi densitatis nuclei sphærici paribus a centro distantiis ejusdem, & mutatis distantiis utcumque mutatæ. Deinde vero multa, quæ pertinent ad irregularem textum Telluris ipsius, potissimum prope superficiem, quæ quidem jam a septemdecim ab hinc annis in dissertationibus pluribus innueram, aliquanto fusius exposui, quæ quidem in hac perquisitione maximi usus esse arbitror. In fine autem figuram, quam pendulorum isochronorum longitudines huc usque observatæ videntur requirere, per plures combinationes exquiro.

Secundo autem capite præcipua problemata, quæ ex datis gradibus figuram quærunt, evolvo, & eorum, quæ ad Ellipsoidem spectant, ubi ex datis vel parallelorum, vel meridiani, vel utriusque binis gradibus ellipticitas quæritur, solutionem admodum expeditam, quæ mihi post impressa cætera in mentem venit, & priore admodum faciliorem, propono in ipso fine opusculi. Graduum autem huc usque observatorum combinationibus omnibus evolutis, multa, quæ ad irregularitatem pertinent curvæ æquilibrii, & meam de re tota sententiam expono. Censeo autem, admodum quidem probabile esse, Tellurem ad polos esse compressam; sed quanta ipsa compressio sit, nequaquam adhuc esse compertum, & ejusmodi perquisitionem vix inchoatam adhuc esse, non absolutam. Geometria autem ubique sum usus ita, ut ubi semel integralem calculum, sed admodum elementarem adhibui, id ad confirmandam præstiterim determinationem solius Geometriæ ope prodeun-

deuntem. Ac quod ad finitum etiam calculum pertinet, vix unquam aliud adhibui, quam notissimas formularum Geometriæ ope erutarum transformationes per additionem, subductionem, multiplicationem, divisionemque terminorum simplicium. Id ego quidem opusculum Physicis, ac Geometris confido fore non injucundum.

Est autem, quod hìc in fine te etiam, atque etiam rogem, ut menda, quæ vel mihi præpopere scribenti, & in rem ipsam magis intento, quam in voces, vel litteras, exciderunt nonnulla, vel Typographo, & Typos præpropere corrigentibus, ignoscas, ac mature consulas ante lectionem, vel etiam corrigas. Eorum catalogum satis diligenter investigatorum & a me, & ab amicis pluribus, ad calcem totius operis invenies, ubi ea, quæ per te ipse primo intuitu facile corriges, omittenda censui, ac ea tantummodo recensenda, quæ legentem turbare possent. Illud unum eo in genere te hìc monitum volo, me opusc. 5 n. 246 affirmasse, ut inaudieram, Caillium eodem ad Promontorium Bonæ Spei pendulo observationes gravitatis iniisse suas, quo Condaminius & in America, & mecum hìc Romæ. At cognovi postea, non idem extitisse pendulum, sed ipsi simile, & ita elaboratum, ut isochronum evaderet, quod tamen deinde ab eo inventum sit nonnihil discrepans. Sed id quidem rem nostram hìc nihil turbat, cum observationes eo pendulo habitas, &, ut ibi innui, mihi nondum sat cognitas, nequaquam hìc adhibuerim.

Fruere jam laboribus nostris, & Sylvii Cardinalis Valentii studium, quo bonarum artium progressus curat, ac BENEDICTI XIV. P. M., cui, ut sane par erat totum hoc opus communi nomine nuncupavi, Sapientiam, & Munificentiam commenda; alterius enim consiliis, alterius auspiciis, ac liberalitate & suscepti sunt, & ad exitum felicem perducti,

HIERONYMUS RIDOLFI S. J.
IN PROVINCIA ROMANA
PRÆPOSITUS PROVINCIALIS.

CUM librum cui Titulus: *De Litteraria Expeditione &c.* a PP. Christophoro Maire, & Rogerio Josepho Boscovich Societatis nostræ Sacerdotibus conscriptum, aliquot ejusdem Societatis Theologi recognoverint, & in lucem edi posse probaverint, potestate nobis a R. P. Aloysio Centurioni Præposito Generali ad id tradita, facultatem concedimus, ut Typis mandetur, si ita iis, ad quos pertinet, videbitur. In quorum fidem has litteras manu nostra subscriptas, & sigillo nostro munitas dedimus.

Romæ die 1. Decembris 1755.

Hieronymus Ridolfi.

ADPROBATIONES

REverendissimi Patris Magistri S. Palatii jussu legi Volumen: *De Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem*, quo quinque Opuscula continentur; in quibus nihil prorsus deprehendi, quod vel Orthodoxæ Fidei repugnet, vel bonis moribus adversetur. Vehementer omnia, dum legerem, mihi probabantur. Summa in secundo Opusculo astronomicarum rerum peritia, & in calculis ineundis, persequendisque magnus labor, & diligentia. Compendiariam vero exponendarum rerum, accuratissimamque rationem non satis poteram laudare. In quarto Opusculo illam Auctoris puto laudem esse præcipuam, quod Instrumentorum formam describat, eorumque usum commonstret incredibili perspicuitate; ac plura exhibeat Theoremata, quorum ope, si qui in Instrumentorum usu obrepserint, facile deprehendi, emendarique possint errores. Postremi denique Opusculi lectio mihi fuit jucundissima. Quæ enim nunc temporis Geometræ per implexos calculos assequuntur, ea magnus Geometra lineari, quam vocant, Geometria usus admirabili facilitate, novoque plane nitore in lucem extulit: tantamque reperiebam in demonstrationibus elegantiam, ut disciplinarum omnium severissimæ Geometriæ suus etiam lepos, & venustas non deesse videretur. Itaque Volumen illud publica luce dignissimum censeo.

Michael Angelus Giacomellus
SS. D. N. Cappellanus Secretus.

Jussu

JUssu Rmi S. P. A. Magistri legi librum, cui titulus: *De Litteraria Expeditione &c.* in eoque nedum quidpiam Religioni, bonisque moribus contrarium repererim, nihil etiam fuit, quo doctius, aut exquisitius aliquid, aut utilius in hujusmodi scribendi genere desiderarem. Atque equidem, cum legerem, & Sapientissimi Pontificis mirifica in omnes optimas disciplinas voluntate, ac beneficentia vehementer commovebar, semperque magis in mea me confirmari de eo opinione gaudebam, & celeberrimorum Virorum egregios cum summa diligentia conjunctos labores commendabam animo; maxime vero admirabar acerrimam ingenii vim, tantamque industriam & in observationibus astronomicis instituendis, & in profundioris Geometriæ ac Mechanices rationibus & inveniendis, & pertractandis adhibitam, ut non levem huic doctrinæ a multis hoc tempore viris summo studio agitatæ accessionem factam nunc esse peritos harum rerum æstimatores affirmaturos, proindeque hæc libentissime excepturos, omnino mihi persuaserim. Quod igitur Reipubl. litterariæ interfuturum valde sit, typis id mandari & posse, & debere censeo. In quorum fidem &c.

Benedictus Stay Eloquentiæ in Archygimn. Rom. Publicus Professor.

IMPRIMATUR

Si videbitur Rmo Patri Sacri Palatii Apostolici Magistro.

F. M. de Rubeis Patriarch. Const. Vicesg.

IMPRIMATUR

Fr. Vincentius Elena Rmi P. Mag. Sac. Pal. Ap. Soc. Or. Præd.

INDEX

OPUSCULUM I.

OPUSCULUM II.

OPUSCULUM III.

OPUSCULUM IV.

OPUSCULUM V.

OPU-

OPUSCULUM PRIMUM

LITTERARIÆ PER PONTIFICIAM DITIONEM EXPEDITIONIS COMMENTARIUS, HISTORICUS, AC PHYSICUS.

CAPUT I.

De expeditionis ineundæ consilio, & scopo.

DUPLEX extitit expeditionis nostræ scopus, alter ad Telluris figuram, & magnitudinem pertinens, alter ad Geographicam Pontificiæ ditionis mappam. Priorem illum, ex quo ipsum expeditionis consilium est ortum, exponam hic aliquanto fusius, re altius repetita, & brevem eorum, quæ pertinent ad investigationem figuræ, ac magnitudinis Terræ, historiam, summa quædam tantummodo capita persecutus exponam; unde ipsius expeditionis & utilitas innotescat, & dignitas.

Duplex expeditionis scopus, mensura gradus, & mappa geographica.

2. Ne-

Quanti intersit in Terræ figuram inquirere.

2. Neminem sane latet, in litterarum studiis non penitus hospitem, ac peregrinum, quanta contentione sæpe etiam olim, sed potissimum postremis hisce temporibus, quanto labore, quibus impensis in Telluris magnitudinem, & figuram inquisitum sit.

Absurdæ vetustissimorum de ea sententiæ.

3. Et quidem, quod ad figuram pertinet, fuerunt sane in remotissima illa antiquitate absurdissimæ quædam plurium Philosophorum sententiæ, quas Ricciolius noster, vir & doctrinæ laude, & observandi diligentia, sed eruditione potissimum, ac eorum, quæ ante ipsum inventa fuerant, & producta, cognitione commendatissimus, Almagesti sui libro secundo, capite primo persequitur. Censuit enim columnæ similem Anaximander, cylindro Leucippus, cono Cleantes, scaphio Heraclitus, disco cavo Democritus, Mensæ planæ Anaximenes, & Empedocles, infinita autem radice deorsum nixam Xenophanes Colophonius.

Duplex methodus inquirendi, ab æquilibrio, & observationibus.

4. At earundem sententiarum absurditatem veteres ipsi melioris notæ philosophi agnoverunt omnes, qui uno fere consensu globosam Telluri formam tribuerunt. Duplex autem argumentorum genus ad hanc ipsam figuram Telluri assignandam est adhibitum, alterum petitum ab æquilibrii legibus, alterum ab observationibus, quæ ipsam Telluris curvaturam exhibent, & oculis sistunt.

Quo pacto ex æquilibrio deduceretur sphærica figura.

5. Ex æquilibrii legibus deducebatur, marium superficiem debere esse sphæricam, posito, quod gravia omnia ad certum punctum dirigantur, & Tellus stet, quod præstitit Archimedes in primis. Si enim tota hæc moles e terra, & aquis composita, esset fluida, & componeretur in sphæram circa id punctum, ad quod omnes ejus particulæ diriguntur, patet æqualibus hinc, & inde a centro ponderibus accurate libratis, eam debere consistere sine ullo motu, quo figuram mutet. Si jam ingens ejusdem pars concrescat, nihil hoc novum particularum vinculum inter se, cæterarum partium positionem mutabit, quæ idcirco adhuc consistent in æquilibrio. Si illæ

læ postea quam concreverunt densitatem mutent utcumque, si illis addantur quæcumque moles procurrentes ultra globi ipsius superficiem, dummodo hæc solida massa circa illud idem centrum æquilibretur ita, ut superficies, quæ solidam partem a fluida dividebat, eodem perstet loco, eodemque modo fluidam illam partem sustineat, nullus idcirco in tota ipsa fluida massa motus habebitur, cujus proinde superficies sphæricam adhuc formam retinebit. Atque hoc quidem argumento sphærica marium figura evincebatur; unde consequens erat, universam Tellurem sphæricæ itidem ad sensum esse formæ, cum tot maria alia cum aliis conjungantur, & montes non ita multum supra marium superficiem assurgant.

6. Hæc quidem ex æquilibrio: quod autem ad observationes pertinet, curvatura marium patebat sane, cum prospectantibus e littore prius summa vela apparerent, tanquam emergentia ex ipsa aqua, navibus adhuc post aquarum curvaturam latentibus, tum ipsæ naves; adventantibus autem e mari prius summi montes, tum colles humiliores, deinde tecta domorum in littore existentium, ac demum earum limina, & littus ipsum. Ipsa curvatura & in mari, & in Tellure deducebatur ex eo, quod iter habentibus polum versus, stellæ, que polo propiores sunt, apparebant perpetuo sublimiores, & ab horizonte magis elevatæ, aliis, atque aliis stellis polo propioribus transeuntibus per cæli verticem, quem zenith dicimus; iter autem habentibus orientem versus, Sol, & omnia sidera citius orirentur, & occiderent. *Quo ex observationibus curvatura.*

7. Verum ex hisce argumentis, & crassioribus observationibus curvatura quædam tantummodo deduci poterat terrestris superficiei, non sphærica forma, immo vero nec circum orbicularis utcumque, quam ab oriente in occidentem integro gyro redire in orbem tum demum immediata observatione constitit, cum detecta tribus circiter ab hinc sæculis America totus terrarum or- *Eos sphæricitatem non evicisse.*

bis circumnavigari cæpit, qui nunc quidem a navibus in occidentem proficiscentibus, ac redeuntibus ex oriente obitur perpetuo.

Sphæricitatem proximam deduci ex eclipsibus Lunæ.

8. At phænomenum ab ipsa quidem Tellure distans, sed ad eam maxime pertinens nequaquam deerat, quo multo sane validius Telluris forma ad sensum sphærica comprobaretur. Erat id nimirum ipsius Telluris umbra in Lunæ defectibus. Neminem latet, Lunæ defectum nihil esse aliud, nisi ipsius Lunæ ingressum in umbram Terræ, vel potius atmosphæræ Terram ambientis. Præterea & illud facile concipitur, umbram sphærici corporis in quacumque directione projectam debere circularem esse, & curvaturæ circumquaque ejusdem, quod nulli alteri figuræ generatim convenire possit. Porro in omnibus Lunæ defectibus in quacumque fierent cæli plaga, (fiunt autem in plagis admodum diversis, ubivis nimirum ab ortu in occasum, & per ingentem cæli tractum a Borea in Meridiem) terrestris umbræ limbus figura circulari observabatur, & curvatura illius circuli ad sensum eadem apparebat. Inde autem consequens erat, atmosphæræ terrestris formam, adeoque & formam Telluris ipsius, supra quam atmosphera non ita multum & ubique fere æqualiter assurgit, ut e crepusculis facile deducitur, ad sensum sphæricam esse.

Accuratam sphæricitatem ne inde quidem erui.

9. Ne hoc quidem argumento satis demonstrari poterat, figuram esse accurate sphæricam. Nam & admodum exiguus est arcus ille totius circuli, quo terrestris umbra in regione Lunæ concluditur, qui arcus in Lunam cadit eo circulo longe minorem, & is ipse arcus satis confusus cernitur ob illam, quam penumbram dicunt, ut idcirco curvatura ipsius satis accurate definiri non possit. Accedit, quod pro diversis distantiis Solis a Terra umbrosus Telluris conus in eadem ab ipsa Tellure distantia diversæ crassitudinis est, & quod Luna pro diversis suis a Tellure distantiis diversam ipsius coni perpetuo se coarctantis crassidudinem permeat, ut adeo curvatura

ra

ra ipsa accurate æqualis esse non possit, ne tum quidem, cum Tellus accurate sphærica sit.

10. Verum cum & æqualis illa quædam ad sensum curvatura appareret, & sphærica figura perfectissima censeretur, ut ad ejus adeptionem adspirare Natura videri posset, & æquilibrium illud accuratam marium rotunditatem suaderet; insedit alte Philosophorum animis, & arcte adhæsit ea opinio, Tellurem, abrasis montibus, & vallibus coæquatis, accurate sphæricam esse, nec ea de re dubitari est cæptum, nisi intra postremos hosce octoginta circiter annos, quod qua occasione evenerit, paucis indicabo.

Adhuc diu creditam esse accurate sphæricam.

11. Abierat superioris sæculi anno secundo, & septuagesimo in Cayennam insulam Æquatori proximam Richerus, eo a Regia Parisiensi Academia missus, ad astronomicas observationes ineundas, & secum detulerat horologium, quod Parisiis cum cælestibus motibus accurate conspiraverat. Eo producto ad observationes instituendas, deprehendit multo lentiorem ejus motum ita, ut singulis diebus per bina minuta cum dimidio ab integræ diei mensura deficeret. Rem miratus, quam nec ab aliqua machinæ mutatione, nec a suspensione, nec ab alia ejusmodi causa videbat oriri posse, illud conjecit, *gravitatis vim ibidem minorem esse*, quam in Europa, unde fieret, ut pendulum, a cujus oscillatorio motu totius machinæ motus pendet, lentius aliquanto oscillaret, & horologium ipsum retardaret.

Dubitandi occasio ex Richeri observatione de horologio retardato.

12. Ut autem certius constare posset, an res ita se haberet, accuratissime inquisivit in longitudinem penduli simplicis, quod singulis minutis secundis horariis singulas oscillationes absolveret, & ejus longitudinem æri incidit, ut eadem observatione, ubi in Galliam regressus esset, iterata, utramque mensuram conferre posset. Constat enim, pari gravitatis vi longiora pendula lentius oscillationes suas peragere, breviora citius; pari longitudine penduli, & diversa vi gravitatis, ea lentius move-

Pendulorum isochronorum inæqualitas ab eo deprehensa: inde inæqualitas gravitatis.

moveri, quæ minore agantur vi; si autem bina pendula eodem tempore oscillationes peragant suas, quæ idcirco isochrona appellantur, inæquali autem longitudine sint, illud, quod longius est, gravitate urgeri, quæ in eadem ratione sit major. Nec successus fefellit spem. Regressus enim Parisios ita breviorem penduli isochroni mensuram invenit, ut is quidem de inæqualitate gravitatis in diversis Terræ locis dubitare omnino non posset.

Primum impugnata, tum plurimis observationibus confirmata.

13. Rei novitas universam perculit litterariam rempublicam, atque commovit mirum in modum, multis sub initium abnuentibus, & aliis Observatoris vitio, tribuentibus phænomenum, aliis caloris vi metalla dilatantis; nec defuerunt, qui, observationibus per Europam institutis, gravitatem ubique æqualem se invenisse profiterentur; cum nimirum iis methodis, quæ tum in usu erant minus perfectæ, & perpolitæ, exiguum discrimen tam exiguis locorum intervallis debitum nequaquam depræhenderent. Hinc observationes multo accuratiores, & accuratioribus instrumentis institutæ sunt in plurimis, & admodum dissitis Terræ locis, quarum consensu illud jam certo definitum habemus, gravitatis vim in aliis Terræ locis aliam, ab æquatore ad polos augeri fere perpetuo; fere inquam, nam in exiguis intervallis exiguæ quædam anomaliæ deprehenduntur, quæ tamen in majoribus distantiis evanescunt ita, ut si bina assumantur loca, quorum alter multo magis ab æquatore distet, quam alter, gravitas in hoc posteriore semper minor, quam in illo priore, inveniatur.

Idcirco ex æquilibrio sphæricitatem non deduci.

14. Detecta hac gravitatis in diversis Terræ locis inæqualitate, actum jam de illo argumento pro Telluris sphæricitate ex æquilibrio: Si enim ad unicum centrum gravitas circumquaque æqualis ita dirigitur, ut sphærica inde figura consequi debeat, patet & illud, gravitatis ipsius vim ubique in superficie Terræ æqualem esse debere. Quo collapso, cum cætera illa omnia ex antiquiorum observationibus repetita usque adeo manca sint, & incerta,

certa, ſolam enim curvaturam in ſe utrumque in globi formam redeuntem evincunt, ſatis patuit, nova theoria aliqua, novis obſervationibus in ipſam Telluris figuram eſſe inquirendum.

Hugenii, ac Newtoni ſententia.

15. Verum antequam ipſa hæc inæqualitas gravitatis tot novis obſervationibus confirmaretur, ubi primum a Richero nunciata eſt, eam hinc Hugenius, inde Newtonus arripuerunt illico, & in ejus cauſas inquirentes, alter ſola diurna Telluris vertigine in ſubſidium vocata, alter ipſa ſimul, & gravitate ſua generali, illud pronunciarunt; debere omnino gravitatem, quam experimur ab Æquatore ad polos augeri perpetuo, figuram autem Telluris ad polos ipſos compreſſam eſſe, elevatam ad æquatorem, ut ſphæroidem quandam cæpæ ſimilem referret.

Vis centrifuga in motu circulari.

16. Satis eſt notum illud, in quovis circulari motu vim quandam oriri, quam centrifugam dicunt, quam quidem pro circulo certis legibus definivit primus omnium Hugenius, Newtonus autem ad curvas omnes traduxit. Eam vel ipſa funda ſatis evincit, qua dum circumagitur lapis, tenditur funiculus ille, ex quo habena conſtat, qui, etiam ſi debilior ſit, & lapis ſatis celeri agatur motu, diſrumpitur; idem vero & in rotæ cujuſvis converſione celeri obſervamus, quæ aquam ſibi adſperſam excutit, & procul ejaculatur. Porro illud & ex theoria conſtat, & experimentis eſt confirmatum, in circulis inæqualibus, qui æquali tempore percurrantur, vim ipſam centrifugam ipſorum circulorum diametris accurate reſpondere ita, ut ubi diameter dupla, vel tripla ſit, dupla itidem, vel tripla fiat ipſa centrifuga vis Conſtat itidem illud, quod nomen ipſum vis centrifugæ præſefert, eam dirigi ad partes contrarias centro circuli ipſius.

In motu diurno maxima, & maxime gravitati contraria ſub æquatore.

17. Defigamus jam mentis aciem in globum aliquem, qui circa ſuum axem convertatur. Partes illæ, quæ proximæ ſunt polis, per quos axis ipſe traducitur, gyros admodum exiguos eodem tempore peragunt, qui qui-

quidem eo magis crescunt, quo magis a polis receditur ita, ut omnium maximus sit is, qui ab utroque polo æque distat, & in eo globi motu æquator appellatur. Hinc ibi centrifuga vis omnium maxima esse debet, quæ, quo magis ad polos acceditur, eo gradatim decrescit magis. Rem igitur Hugenius, ac Newtonus ad Tellurem transtulerunt. In ejus diurno motu considerarunt vim centrifugam sub æquatore maximam esse debere, prope polos minimam, in polis nullam. Notarunt præterea illud, ipsam vim centrifugam sub æquatore dirigi ad partes centro Telluris oppositas, quod ipsius æquatoris est centrum, in reliquis autem locis dirigi ad partes oppositas illi puncto axis, quod est circuli descripti centrum, quod nimirum eo est remotius a centro Terræ, quo circulus ille ipse ab æquatore recedit magis, & accedit ad polum utrumlibet; ac proinde cum vis gravitatis ubique dirigatur versus Terræ medium, observarunt, ipsam vim centrifugam sub æquatore magis etiam directe gravitati opponi, quam versus polos.

Inde gravitas in terra inæqualis, & figura compressa ad polos.

18. Ex utroque igitur capite deducebatur illud, gravitatis vim sub æquatore maxime imminui, versus polos autem gradatim minus; unde inæqualitas illa gravitatis in superficie Terræ deprehensa consequebatur, & vero etiam compressa Telluris forma. Cum enim idem deberet accidere in superficiebus omnibus sphæricis intra ipsius Telluris viscera consideratis eodem centro; patebat, totum pondus columnæ fluidi a superficie ad centrum minus fore sub æquatore, quam ad polos, nec posse haberi æquilibrium, nisi ad minorem gravitatem compensandam maria sub ipso æquatore elevarentur. Accedebat & illud; cum ea gravitas, quam in superficie observamus, componi deberet ex gravitate illa tendente in sphæra ad centrum ipsius sphæræ, & ex ejusmodi vi centrifuga aliam directionem habente, maria vi hac composita urgeri debere in latus directione non perpendiculari superficiei ipsi sphæricæ, adeoque in superficie sphæ-

rica

rica æquilibrium haberi non posse, sed superficiem eandem ab æquatore ad polos declivem quodammodo esse debere, ut gravitas illa composita ipsi superficiei perpendicularis evaderet.

19. Et quidem Hugenius gravitatem eodem modo consideravit, quo Galileus consideraverat, uniformem, & ad certum punctum directam. At Newtonus, qui ad machinam universam mundani systematis generalem, & mutuam gravitatem adhibuerat, hac ipsa ad Telluris figuram determinandam est usus. Censet is nimirum, gravitatem non dirigi ad certum punctum, quod habeat pro centro, sed componi ex mutua determinatione particularum materiæ accedendi ad se invicem, quam etiam mutuam attractionem appellat. Porro hujus attractionis ea est lex, ut particulæ æquales in iisdem distantiis æque ad se invicem tendant; mutatis vero distantiis, mutentur & vires ita, ut in majoribus distantiis minores sint secundum eam legem, quam Geometræ vocant reciprocam duplicatam distantiarum, ut nimirum existente distantia dupla, tripla, vel decupla, sit ejusmodi vis bis duplo, ter triplo, vel decies decuplo minor, sive quadruplo, noncuplo, vel centuplo minor.

Gravitas Newtoni ex generali attractione.

20. In hac hypothesi gravitatis, ubi ad servandum æquilibrium figura sphærica in ellipticam abit, nova ratio exoritur differentiæ gravitatis, quæ itidem figuræ terrestris determinationem ingreditur, quod nimirum particula, quæ in diversis superficiei locis est collocata, diverso modo respicit reliquas omnes particulas sphæroidis totius, diversam nimirum habet & distantiam ab iis, & positionem respectu ipsarum. Inde fit, ut gravitas ex omnibus ejusmodi gravitatibus composita aliam alibi & magnitudinem, & directionem habeat, atque illud in primis demonstravit Newtonus, in polis sphæroidis compressæ, & constantis ex materia homogenea majorem fore, quam in æquatore: unde fit, ut in ejus hypothesi & gravitatis inæqualitas, & compressio Tellu-

Inde nova inæqualitas gravitatis, & major Terræ compressio.

ris multo major esse debeat, quam in Hugenii sententia gravitatis æquabilis.

Quantitas compressionis in Hugenii sententia.

21. Uterque geometriæ, & calculi ope inquisivit in ipsam Telluris figuram, quæ ex sua hypothesi de gravitate, & ex motu diurno Telluris ipsius consequi debeat. Et Hugenius quidem admodum facile rem expedivit, demonstravitque, gravitatem sub æquatore a gravitate sub polis debere deficere per unam ex biscentum octoginta novem suis partibus æqualibus, compressionem autem ejusmodi debere esse, ut Tellus sub æquatore septem circiter passuum millibus assurgat magis, quam sub polis, excessu sane perquam exiguo, quo sensibili cuidam, & proximæ sphæricitati vix quidquam officitur; nec vero hanc tantummodo compressionem invenit, verum etiam totius curvaturæ formam definivit.

Eadem in sententia Newtoni solventis problema per attentationem.

22. At Newtoni Provincia multo erat magis ardua, & difficilis. Ibi enim cujusque particulæ gravitas a Telluris figura pendet, Telluris autem figura ab ipsa ejusmodi gravitate, quarum altera determinari debet per alteram. Accedit, quod data etiam figura illa, admodum difficile erat generaliter pro quovis puncto molis totius determinare vim eam, quæ ex tendentia illa in omnes ipsius particulas coalescit. Quamobrem frustra is quidem in ejusmodi figuram inquisivit, nec aliter ad sui problematis solutionem devenire potuit, quam assumendo illud, figuram esse ovalem ejus formæ, quæ ex coni sectione oritur, ac ellipsis appellatur. Invenit nimirum methodum computandi gravitatem in polo, & æquatore in sphæroide elliptica, ex cujus problematis solutione, methodo usus, quam falsæ positionis dicunt, illius sphæroidis formam invenit, quæ, habita ratione & vis centrifugæ, & attractionis particularum omnium, in æquilibrio consisteret, ac definivit elevationem quidem superficiei Terrestris a centro computatam sub æquatore majorem esse debere, quam ad polos una ducentesima trigesima totius altitudinis parte, nimirum passuum millibus

bus ſeptendecim, vim autem gravitatis ſub æquatore ipſo minorem, quam vim ad polos una itidem ducenteſima trigeſima parte hujuſce poſterioris.

23. Et quidem quo Newtonus nequaquam pervenerat, pervenit mira dexteritate Maclaurinus, vir ſane ſummus, qui Newtoni problema multo adhuc magis auctum feliciſſime expedivit. Invenit enim maſſam fluidam homogeneam, cujus ſingulæ particulæ ſe invicem trahant vi, quæ ſit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quæ præterea urgeantur in centrum datum vi proportionali diſtantiæ a centro ipſo, & alia vi tendente ad partes oppoſitas plano dato tranſeunti per ipſum centrum, & proportionali diſtantiis ab eodem plano, debere componi in ſphæroidem ellipticam habentem idem illud centrum pro centro ſuo, ac datis iis viribus ipſam figuram, & elevationem ſub æquatore, & gravitatum diſcrimen accuratè determinavit, quæ ipſi eadem obvenerunt, ac Newtono obvenerant; cujus quidem problematis ſolutione ea etiam, quæ ad maris æſtum explicandum pertinebant, obtinuit. *Problema a Maclaurino ſolutum accurate.*

24. Dum Hugenius, ac Newtonus ex æquilibrii legibus in Telluris figuram inquirunt, & ejus compreſſionem ad polos definiunt, Caſſinianæ obſervationes quædam circa terreſtris meridiani gradum, collatæ cum aliis obſervationibus a Piccardo habitis, viſæ ſunt contrariam potius Telluri figuram tribuere, nimirum productam ad polos, & ovo ſimilem, quod qua ratione contigerit, ut exponam, aliquanto altius rem repetam, & quid ſit is ipſe meridiani gradus, quid in ejus inveſtigatione antiquiores præſtiterint, quid recentiores, paucis explicabo. *Caſſinianis obſervationibus contrarium evinci viſum.*

25. Circulum quemcumque Geometræ dividunt in partes æquales tercentum ſexaginta, quarum ſingulas appellant gradum, cujus ſexageſimas partes dicunt minuta prima, primorum vero minutorum ſexageſimas minuta ſecunda, & ita porro. Ipſorum autem graduum & minutorum ope angulos etiam, quos binæ continent *Quid gradus, & quomodo in cæleſtibus arcubus definiantur.*

rectæ lineæ, ubi concurrunt, metiuntur. Quamobrem ubi alicujus circuli unicus etiam innotescit gradus, tota inde peripheria facile deducitur. Quot autem gradus contineantur in arcu circuli etiam remotissimi, ut cælestis, facile definitur ex ejus centro ope angulorum, quos continent binæ rectæ ad bina extrema ipsius puncta tendentes; ut si altera e Tellure, quæ respectu cæli habetur tota instar puncti, quod sit ejus centrum, tendat ad zenith, altera ad fixam aliquam stellam, ex earum inclinatione, sive angulo innotescit, quot gradibus distet illa eadem stella ab ipso zenith.

Qui meridiani Terrestres, & eorum gradus.

26. Hinc autem si Tellus sit sphærica, facile concipitur, quid sit gradus circuli cujuspiam ipsius sphæræ maximi, sive meridiani. Circulus maximus est is, qui mediam secaret sphæram ipsam, & transiret per ejus centrum: meridianus is, qui recta a Meridie tendit in Boream, & transit per binos polos. Ejus circuli tercentesima sexagesima pars, gradus meridiani appellatur. Si binæ rectæ ex ejus sphæræ centro ductæ in cælum usque per bina extrema arcus cujuslibet, ibi intercipiant gradum cælestis circuli, is arcus unum continet terrestris circuli gradum. Hinc cæli, & astrorum ope in terrestres plerumque gradus inquiritur.

Dimensio gradus Erathostenis, Possidonii, Arabum.

27. Idcirco igitur, donec Telluris figura habita est pro sphærica, in illud a vetustissimis usque temporibus incubuerunt Philosophi, ut unum aliquem circuli Terræ maximi gradum dimetirentur, totum inde ambitum, & diametrum deducturi. Pluribus autem id ipsum methodis investigarunt. Eratosthenes, cum audisset, in urbe Syene ipso æstivi solstitii die Solem in meridie imminere in ipso vertice ita, ut profundissimos quosque puteos ad fundum usque illuminaret, meridiem autem eodem temporis momento in ea urbe haberi, ac Alexandriæ, ubi tum ipse versabatur, utramque nimirum urbem sub eodem meridiano sitam esse, ac ope umbræ, quam Sol in meridie projiciebat, deprehendisset, Solem sibi quin-

quinquagesima parte totius cælestis ambitus, sive gradibus septem, minutis duodecim, distare a vertice; intulit inde, totidem gradus, & minuta terrestris circuli contineri inter urbem utramque, quarum altera Soli, altera cæli puncto totidem gradibus, & minutis a Sole distanti subjaceret. Cumque a viatoribus comperisset, stadiorum quinque millibus easdem urbes distare a se invicem, deduxit illud, uni gradui deberi stadia proxime *694*, sive milliaria 87. Possidonius, cum videre sibi videretur Canobum stellam Rhodi horizontem stringere, Alexandriæ gradibus 7 cum dimidio supra horizontem elevari, distare autem Rhodum Alexandria stadiis 5000, intulit unius mensuram gradus stadiorum proxime *667*, sive milliariorum proxime 83. Arabes sub Maimone Rege ejus jussu in campis Fingar recta in Boream progressi, donec polus uno gradu magis ab horizonte assurgeret, in eo terrestri gradu, qui ei cælesti gradui responderet, invenerunt sua milliaria circiter *56*. Sic alii e veteribus aliis methodis, quarum aliquas utcumque adumbratas habemus, aliarum memoria intercidit, unum terrestris circuli gradum determinarunt.

28. At ii omnes a se invicem plurimum discrepant, quod quidem & crassioribus methodis; & instrumentis minus accuratis maxima ex parte tribuendum omnino est, ut in cæteris omnibus ipsorum astronomicis observationibus accidit, & vero etiam mensurarum discrimini; neque enim eadem erat apud omnes stadiorum, ac milliariorum mensura, nec nobis ulla fortasse ex iis mensuris, quæ ad eam rem sunt adhibitæ, satis innotescit. Hinc ubi aliquanto diligentius postremis hisce temporibus excoli cœpit Astronomia, in eam ipsam terrestris gradus mensuram iterum aliquanto diligentius est inquisitum. Dimensus est unum terrestris meridiani gradum Norvoodus in Anglia, Snellius in Hollandia, Fernellius in Gallia, Ricciolius in Italia: sed nondum adulta satis Astronomia, nec instrumentis, & observandi methodis satis

Eadem a pluribus recentioribus tentata.

per-

perfectis, multa in ipsorum mensuris desiderata sunt, quæ ipsas minus certas, & vero etiam minus accuratas reddiderunt.

Gradus Piccardi, & Cassini. Cassinianus major, qui polo propior.

29. Primus omnium multo majori cura, & accuratioribus instrumentis, meridiani gradum dimensus est jussu Ludovici Magni Galliæ Regis Piccardus Parisiensis Astronomus, qui telescopium ipsis astronomicis instrumentis adjunxit primus, quod quidem ad promovendam, ac perficiendam Astronomiam, incredibile dictu est, quantum profuerit. Is autem in Boreali Galliæ parte gradum dimensus definivit parisiensibus mensuris pedum senum, hexapedas vocant, 5760. Subinde Joannes Dominicus Cassinus, quem ad novi Observatorii curam ex Italia Ludovicus ipse Magnus advocaverat, meridiani Parisiensis ductum ab ipsa Parisiensi urbe in Austrum ad Pyreneos usque montes produxit, & mensuris cum summa diligentia captis gradum medium Piccardiano invenit longiorem hexapedis aliquot. cujus mensuras cum Jacobus ejusdem filius adhuc superstes post aliquot annos iterum iniisset, tum etiam in Boream ad Oceanum Dunkerkam usque meridianum ipsum produxisset, longiorem itidem aliquanto Australis Galliæ gradum invenit.

Inde deducta productio Telluris ad polos.

30. Detecta graduum cum tanta diligentia definitorum inæqualitate, cum de mensura rite inita nihil omnino dubitaret, statim Cassinus intulit illud, Telluris figuram accurate sphæricam esse non posse, cum nimirum debeant in sphæra gradus omnes penitus æquales esse. Et primo quidem ex eo, quod sibi gradus Austrum versus major obvenisset, censuit inde deduci illud, Tellurem ad polos compressam esse, & elevatam ad æquatorem, prorsus uti diurna etiam conversio circa proprium axem exigere videbatur. At re maturius considerata facile patuit, contrarium omnino requirere incrementa graduum Austrum versus, nimirum compressionem ad æquatorem, & productionem ad polos, formam videlicet ovo similem.

31. Ut id ipsum magis perspicuum fiat, videndum illud, quid sit meridiani gradus in Tellure non sphærica, in qua meridianus ipse accuratus circulus non sit, & qua ratione determinetur. Concipiatur curva illa linea, quæ prodiret Tellure prius ab omnibus asperitatibus libera, ac levigata, & ad proximam aliquam irregulari illi suæ regularem figuram redacta, tum a polo ad polum secta per centrum. Ea dicitur meridianus terrestris. Sit aliquis ubicumque in hujusmodi meridiano, ubi punctum aliquod cæli habebit sibi in ipso vertice imminens. Si is procedat Boream versus per illum ipsum meridianum, quoniam ob curvaturam Telluris, cui erectus insistit, directionem suam mutat, aliud cæli punctum habebit sibi ad verticem imminens. Ubi tantum processerit, ut duo illa puncta a se invicem distent uno cælestis circuli gradu, tum unum meridiani terrestris gradum percurrisse dicitur. Nimirum unus meridiani terrestris gradus dicitur is ejus tractus, cujus extrema puncta habent pro zenith bina puncta cælestis circuli a se invicem distantia per unum gradum, sive e cujus extremis punctis si concipiantur binæ rectæ lineæ intra ipsius Telluris viscera ad perpendiculum immersæ, ubi ob ipsam Telluris curvaturam coeunt, angulum continent unius gradus. Cæli verticem indicat filum cum appenso pondere, quod si pendeat e vertice regulæ adnexum habentis telescopium directum in fixam aliquam stellam ad meridianum appellentem, & filum per mediam regulam descendat, indicabit stellam illam esse in ipso zenith; sin autem stella ab ipso zenith distet, inclinato nonnihil telescopio cum regula, distantia ipsius fili a media regula, inclinationem telescopii exhibebit, & distantiam ipsius stellæ ab ipso zenith, qua methodo definitur, quantam mutationem subierit ipsum zenith in excursu per meridianum terrestrem.

Quid gradus meridiani in Tellure non sphærica.

32. Porro admodum facile patet illud, si Tellus sphærica sit, adeoque meridianus ille circularis formæ, post

Gradum majorem esse, ubi curvatura est minor.

post æqualia emensa intervalla æqualem in ipso zenith mutationem debere fieri, adeoque gradus omnes omnium meridianorum æquales fore, & rectas illas superficiei perpendiculares debere in ipso centro Telluris concurrere. At si forma illa abludat a sphærica ita, ut vel compressa ad polos sit, vel producta, meridianus circularem formam non habebit, sed alibi curvaturam majorem, minorem alibi. Ubi curvatura est major, ibi citius directio illa perpendicularis mutabitur, & unius gradus mensura brevior erit, lineis illis perpendicularibus per extrema puncta traductis citius concurrentibus intra Tellurem; ubi vero minor est curvatura eadem, ibi serius æqualis mutatio continget, gradus erit longior, & serius intra Telluris viscera illæ eædem rectæ concurrent.

Terra inde producta ad polos ob curvaturam ibi minorem.

33. Jam vero si Tellus figuram habeat productam ad polos, & ovo similem, patet, in ipsis polis curvaturam majorem fore, in medio æquatore minorem. Contra vero si compressa sit, & cæpæ figuram referat, in ipso medio æquatore majorem habebit curvaturam, minorem ad polos, ac proinde in hoc secundo casu curvatura ab æquatore ad polos decrescet, crescente mensura graduum, contra in illo primo ab æquatore ad polos decrescet curvatura, augebitur mensura graduum. Quamobrem cum ex Cassinianis mensuris gradus ab æquatore ad polos decrescere viderentur, consequens videbatur esse, ut Terra non compressam haberet formam ad polos, sed productam, contra id, quod ex sua æquilibrii theoria Hugenius, ac Newtonus deduxerant.

Controversiæ inde ortæ.

34. Ingentes hinc apud Physicos plerosque controversiæ excitatæ. Qui totam illam Newtoni, ac Hugenii theoriam aspernabantur, ii observationes Cassinianas, & Piccardianas extollere, quibus rem confectam esse vocitabant, & productionem Telluris ad polos habebant pro comperta, explorataque. Alii contra, qui ejusmodi theoriæ fidebant magis, notabant illud, nimis esse exiguum universæ Galliæ tractum cum toto Telluris ambitu

bitu comparatæ, nimis exiguum tam proximorum graduum discrimen, cui definiendo quævis observationum diligentia sit impar, erroribus, qui in observationes ipsas cadere omnino possint, & fere debeant, superantibus discrimen ipsum.

35. Dum autem ejusmodi controversia acri studio agitaretur, in ipsas theorias interea inquisitum est diligentius, & Astronomia, ac omnis instrumentorum apparatus, & observandi ratio mirum in modum exculta. Quod ad theoriam pertinet, Mairanius in primis invenit ejusmodi gravitatis terrestris legem, qua fieri posset, ut forma quævis, quævis graduum inæqualitas cum quavis inæqualitate gravitatis conciliari posset, æquilibrio nihil turbato, atque eam ipsam legem definiendam esse censuit ex accuratis observationibus, quæ mensuram graduum, & meridiani figuram exhiberent. Quod autem pertinet ad Astronomiam, Bradleyus binos quosdam, veteribus omnibus prorsus ignotos, stellarum fixarum motus deprehendit, exiguos quidem, sed ad accuratam graduum determinationem pernecessarios. Ubi enim gradus cujuspiam mensura inquiritur ope stellarum, determinando ejusdem stellæ distantiam ab utriusque loci zenith, plerumque Observator idem, ubi in altero gradus determinandi extremo observationes iniit suas, ad alterum se confert, & alteram ibidem observationem habet, quod aliquando post multos dies, & vero etiam menses peragitur. Porro stellæ, quas fixas dicimus, motus & ipsæ nobis exhibent quosdam, quorum is, qui diurnus dicitur, quo etiam oriuntur, & occidunt, vulgo ipsi notissimus semper fuit. Præter hunc, qui si solus esset, nihil ejusmodi investigationem turbaret, dummodo astri ipsius appulsus ad cælestem meridianum expectaretur, quem in eadem semper a polo, & ab ejusdem loci zenith distantia intersecaret, alium Astronomi lentissimum quendam ipsarum motum jam olim noverant, quem præcessionem æquinoctiorum appellant, quo perpetuo ad loci cujusvis zenith

Theoria, & omnis Astronomia interea exculta magis.

accedunt nonnihil, vel perpetuo recedunt. Binos autem adhuc minores postremis hisce triginta annis deprehendit Bradleyus, quorum alter a quadam luminis aberratione, alter a nutatione quadam axis ortum ducit, quorum utroque fit, ut distantia fixæ cujuslibet a cujusvis loci zenith mutationes perpetuas subeat.

Bradleyani motus fyderum necessario noscendi, & jam certi.

36. Horum motuum omnium nisi cognitionem habeat is Observator ita, ut dum secundam observationem peragit, possit ex ejusmodi theoria deducere, quantum interea temporis stella illa eadem a priore illo zenith recesserit, vel ad ipsum accesserit, patet inde erroneam gradus mensuram deduci debere. At vero ejusmodi motus & Piccardo olim, & utrique Cassino, dum illas suas graduum mensuras inirent, fuerant ignoti prorsus, eorum autem ratione habita, ita accurate cujusvis stellæ fixæ semel observatæ locus pro alio quovis tempore invenitur, ut si idonea instrumenta adsint, nunquam binorum secundorum minutorum error deprehendatur, quod innumeris & Bradley ipsius, & plurimorum deinde primæ notæ Astronomorum observationibus abunde constat, ut proinde de aliis fixarum earundem motibus, quæ ejusmodi investigationem turbare possint, timere non liceat.

Refractionum theoria itidem necessaria, & jam nota.

37. Ad ipsam itidem Astronomiæ excultæ perfectionem pertinet earum quoque, quas refractiones appellant, multo acuratior determinatio. Dum radius luminis e rariore æthere in aerem densiorem ingreditur, iter detorquet suum, quæ itineris mutatio, & flexus refractionis nomine a philosophis appellatur. Ea id præstat, ut astra omnia elevatiora nobis appareant, quam deberent, ac prope horizontem admodum ingens, cum dimidium excedat gradum, sensim eo decrescit magis, quo magis acceditur ad zenith. Eam veteres Astronomi vel ignorarunt penitus, vel parum norunt, quæ quidem & Ricciolio in primis obfuit, nunc ita comperta est, ut citra ullum erroris periculum, qui quidem sub sensus cadere possit, in exigua saltem distantia a zenith, innotescat. Totidem

tidem enim fere secundorum est, quot gradibus ipsa distantia continetur, ut adeo si quis proximas ipsi zenith stellas adhibeat, errare omnino non possit.

38. Demum ipsa Astronomica instrumenta multo accuratiora construi cæpta sunt, in quibus Grahami in primis celeberrimi inter Anglos ejusmodi instrumentorum Artificis industria mirum in modum eluxit. Omnes autem Astronomi ita in instrumentorum ipsorum vim, in Opticæ leges, in ea omnia, quæ ad correctionem pertinent divisionum, inquisierant, ut hoc etiam in genere quidquid ad rem bene gerendam requireretur, in promptu esset, ac demum certi fuerant mensurarum moduli constituti, ut ne ex eo quidem capite ullus in diversorum graduum comparatione error timeri posset.

Instrumenta astronomica magis exculta.

39. In eo statu erant res, quæ ad figuram Telluris pertinent, anno hujusce sæculi quinto, & trigesimo, cum de ipsa multò accuratius, quam ante factum esset investiganda consilium cæpit Parisiensis Academia. Sapientissimo Ludovici decimi quinti sapientissimi itidem, & munificentissimi Regis administro Comiti *de Maurepas* significatum fuit, quanti interesset, non ad Physicam tantummodo, & Astronomiam excolendam, promovendamque, verum etiam ad Geographiam, & Nauticam, ex quibus in ipsos humanæ vitæ usus tanti promanant fructus, ejusmodi investigatio: æstimato navis itinere juxta Cassinianam Telluris figuram in eos eosdem scopulos incurrat nauta, a quibus in Newtoniana sententia per plures leucarum decades aliquando longe absit. Posse autem Regiis auspiciis, Regiis impensis binas Academicorum turmas dimitti, alteram in Boream, ut ad nostrum borealem polum, quamproxime liceret, accederet, alteram in Austrum, ut ad ipsum æquatorem deveniret, binosque maxime inter se remotos gradus metirentur, quorum ope de eo constare posset, an accurate sphærica, an producta, an vero compressa ad polos esset Telluris figura, cum potissimum si elliptica sit, ex iis

Expeditiones in Gallia propositæ ad investigandam Terræ figuram.

tantummodo binis gradibus de ipsa ejus ellipseos, & Terræ totius magnitudine constare possit. Fore id quidem ipsi Regi, & toti regno honorificentissimum, & multo majorem ex ejusmodi litteraria expeditione gloriam sperari debere, quam ex illo usque adeo celebrato Argonautarum itinere derivatam fabulosa jactarit antiquitas.

Telluris compressio prodita a Maupertuisio in Lapponiam misso.

40. Consilio avide arrepto, alii in Americam Godinio duce profecti sunt, alii duce Maupertuisio in Lapponiam. Et hic quidem, opportuno loco circa Torneam Lapponiæ flumen invento, brevi gradum dimensus est, quem ipse polaris circulus intersecat, quem cum invenisset Piccardiano gradu, a se correcto per Bradleyanos illos fixarum stellarum motus, & refractiones, ac magis etiam per eam correctionem imminuto, quingentis circiter majorem hexapedis, anno 1737. opusculum edidit, quo ex hisce binis gradibus non tantummodo demonstratam esse compressionem ad polos, sed ipsam Telluris totius & magnitudinem, & figuram accuratissime definitam in ipsa libri fronte affirmavit.

Variæ vices gradus Piccardiani certo demum definiti.

41. Verum, cum inde multo major compressio deduceretur, quam non Hugenii tantummodo, sed ne ipsa quidem Newtoni theoria requireret, paullo post ipsas eodem accuratissimo Grahami instrumento, quo in Lapponia erat usus, astronomicas Piccardi observationes repetiit, retentis, quæ ille definiverat locorum intervallis, & ex observationibus novis gradum ipsum augeri oportere ratus, discrimen illud binorum graduum fere duplo minus invenit, adeoque & compressionem multo minorem constituit, quam antea statuisset. Verum cum de ipsis locorum intervallis a Piccardo definitis suspicio oborta esset, Jacobo Cassino eadem iterum dimetiendi cura demandata fuit, qui in Piccardi mensuris terrestribus errorem admodum manifestum deprehendit, quo sublato illud inventum est, Piccardi gradum cælestibus ipsius, ac terrestribus erroribus se mutuo corrigentibus, ad eandem fere ab ipso Piccardo definitam olim magnitudinem

miro

miro sane casu rediisse. Ipse autem Cassinus instrumentis per universam Galliam circumductis totum in primis meridiani Parisiensis tractum per Galliam observationibus quamplurimis definivit, ac singulos gradus dimensus est ita, ut de vera graduum meridiani mensura per ipsam Galliam dubitari non posse videatur. Qui tamen gradus licet, quo borealiores sunt, sint itidem majores, adhuc tamen inter se multo minus differunt, quam theoria requireret.

Gradus ab Accademicis in Americam missis definitus.

42. Interea vero ex America redierant Bouguerius, & Condaminius, determinata in Quitensi valle priorum ab æquatore trium graduum mensura post incredibiles annorum decem labores, quorum singuli observationes suas & magnitudinem gradus æquatori proximi ediderunt apprime consentientes inter sese, nec multum discrepantes ab iis, quas aliquanto prius vulgaverant bini Mathematici ab Hispaniæ Rege Gallorum turmæ adjuncti comites, qui cum Godinio a Bouguerio, & Condaminio recesserant. Ingentibus autem inter omnes ejusmodi Observatores contentionibus excitatis debemus illud, quod nimirum cura maxima adhibita ad omne errorum genus evitandum demum, & ipsa gradus determinati mensura, multo nobis evidentius patuerunt.

Dissensus eorum, quæ ex gradibus definitis consequuntur.

43. At is quidem gradus, & Polari, & Gallico demum correcto, satis minor, compressionem Telluris ad polos confirmavit, sed in magnitudine compressionis ipsius derivanda ex elliptica meridiani figura nequaquam convenit. Alia oritur ratio axis ad diametrum æquatoris, si extremos gradus Americanum, & Lapponicum inter se conferas, alia, si Americanum cum Gallico, alia demum, si cum Lapponico Gallicum; atque id quidem discrimen est, quod nec tantorum Astronomorum oscitantiæ, nec instrumentorum vitio, quorum accuratas habemus descriptiones, tribui omnino possit. Accedit, quod cum penduli ad singula secunda minuta oscillantis longitudinem utraque turma diligenter notaverit, Lapponica quidem gravitas Parisiensi est major, Parisiensis Americana,

sed

ſed non ea eſt accurate inæqualitas, quam aut Newtonus definiverat, aut Ellipſis per binos quoſcumque ex iis gradibus determinata juxta æquilibrii leges videtur expoſcere.

Varii ad conciliationem conatus.

44. Hinc ubi maxime jam definita eſſe videbatur, & accuratiſſime per novas graduum menſuras determinata Telluris figura, & compreſſionis magnitudo, repente iterum evaſit admodum incerta. Bouguerius tribus meridiani gradibus Americano, Pariſienſi, Lapponico inter ſe collatis, & cum eo circuli æquatori paralleli gradu, quem poſtremis itidem hiſce annis Pariſienſes Academici in Gallia dimenſi fuerant, invenit quandam regularem meridiani figuram, quæ cum omnibus ejuſmodi gradibus conſpiraret. In ea incrementa graduum ab æquatore ad polos, quæ juxta Newtonianam gravitatis legem in Tellure homogenea debebant eſſe, ut ea, quæ Mathematici vocant, quadrata ſinuum latitudinis, eſſent ut eorum ſinuum, quæ vocant quadrato-quadrata. At nec ea cum cæteris Caſſini gradibus per Galliam convenit, nec ulla in promptu eſt theoria, quæ ejuſmodi potiſſimum curvaturam exigat, & ut poſt binos definitos gradus tertius cum ellipſi, quam theoria cum innumeris cæli phœnomenis apprime conſentiens requirebat, a prioribus binis inde derivata nequaquam conſenſit, facile dubitari poterat, ne ſi quartus alicubi novis menſuris definiretur, a Bougueriana hypotheſi longe recederet, & legem per cæteros tres definitam turbaret. Clerautius autem Maupertuiſii in Polari expeditione comes in æquilibrii leges diligentius inquirens, ad inæqualem Telluris denſitatem recurrendum cenſuit, quam tamen certa quadam lege variatam poſuit centrum verſus, & variationis nexum cum Telluris figura, & cum gravium inæqualitate elegantiſſime definivit, qua lege phænomenis accommodata & graduum quorundam magnitudinis, & longitudinis pendulorum rationem reddi poſſe exiſtimavit.

Auctoris opinio de inæquali textu partium Terræ.

45. At mihi quidem poſt primum illud Maupertuiſii

sii opusculum perlectum, & observandi methodos, ac rem omnem hanc diligentius consideranti, illud alte insedit animo, quod inde nunquam divelli potuit, magnam sane partem & inæqualis graduum mensuræ, & inæqualis isochronorum pendulorum longitudinis deberi inæquali cuipiam, & irregulari internarum Terræ partium textui, quæ inæqualitas si superficiei proxima sit, mensuram graduum, si paullo altius velut defossa, figuram illam ipsam, quæ abrasis asperitatibus omnibus, & externis inæqualitatibus coæquatis obtinetur, perturbet, ac multa, quæ eo pertinent, proposui in dissertatione de Telluris figura jam ab anno 1738. alia in dissertatione de Inæqualitate gravitatis in diversis Terræ locis anno 1741. alia in dissertatione de Observationibus Astronomicis anno 1742; quod si accidat, nemo mirabitur, si nullam certam legem satis accurate servet vel graduum, vel gravitatis inæqualitas.

46. Nam quod pertinet ad inæqualitates superficiei Terræ proximas, concipiamus totam Telluris massam homogeneam, ac proxime sphæricam, tum in ejus superficie globum alterum ipsi homogeneum constituamus. Pendulum, quo pondusculum filo appensum sustinetur, urgebitur in sententia gravitatis generalis duplici vi, quarum alia in totam Terram, alia in illum globum dirigitur, ac eæ vires eam ad se invicem habebunt rationem, quam semidiameter Terræ habet ad semidiametrum globi. Hinc ab ea positione, quam sine ejusmodi globo habere deberet, deflectetur pendulum posteriore vi, quam penduli deviationem calculo admodum facili, & expedito demonstravi, in globum proximum fore integri fere minuti, si globus ille semidiametrum habeat milliarii unius, adeoque 15 secundorum minutorum, si quartam milliarii partem adæquet; dum e contrario aberratio ejusmodi in globum remotum erit ad sensum nulla.

Aberratio penduli in instrumentis astronomicis inde orta.

47. Hinc

Perturbatio ingens mensuræ graduum ex massa exigua.

47. Hinc mons quipiam loco observationis proximus, cujus actio æquivaleat actioni sphæræ habentis quartam milliarii partem, sive passus 250 pro semidiametro, pendulum instrumenti astronomici, cujus ope determinamus distantiam siderum a nostro zenith, errorem inducet secundorum 15, qui si in binis extremis punctis gradus unius in partes contrarias agat, errorem inducet dimidii minuti, sive hexapedarum fere quingentarum, quantum fere est totum discrimen graduum observatorum. Ubi autem plures simul determinantur gradus, eo errore in singulos distributo, minus a vero distant singuli, sed adhuc distant multo sane magis, quam opus sit ad perturbandam certam quandam legem, qua graduum mensuræ mutentur.

Inæqualitates proximas superficiei & esse, & plurimum agere.

48. Porro montes, qui multo majori adhuc globo, quam illi passuum 250, magnitudine æquivaleant, passim occurrunt in superficie Telluris, qui si intra sua viscera vacui non sint, quod ingenti illi Peruviæ monti Chimboraco fortasse accidit, cujus vim septem tantummodo secundorum minutorum deviationem parere invenit cum Condaminio Bouguerius, sed ita compacti, ut mediæ densitati Telluris æquivaleant, errores illos ingentes omnino parient. Quod autem montes, qui supra superficiem prominent, præstare possunt, idem præstare debet multo densior infra superficiem Terræ materia ex altera parte, quam ex altera, idem in partem oppositam vacuus aliquis ingens hiatus, quo ex altera parte materia desit, qui quidem errores minuuntur si Terra in descensu ad centrum multo densior sit, quam hic apud nos, sed crescit etiam, si contra sit rarior, & multo magis augetur, si ea non solidus quidam est globus, sed crusta quædam vacuum habens in medio immanem tractum.

Ei difficultati non satis responsum a Maupertuisio.

49. Jam vero cum tanta sit inæqualitas in situ materiæ supra superficiem Terræ extantis, cum tantulum discrimen inducat aberrationem penduli tam immanem; quis

quis non sibi persuadeat, inæqualitates ejusmodi ubique occurrere, quæ aliquot minutorum secundorum aberrationem inducant? Saltem quis aperte non videat, jure optimo ea de re dubitari posse, immo & debere? Maupertuisius quidem in elementis Geographiæ, quæ anno 1740. conscripsit, hanc a montibus ortam aberrationem sibi objectam (scio autem meam illam dissertationem ad ejus manus tum devenisse) commemorat, ac respondet, astronomicas observationes instituti non solere ad ingentium radices montium, qui tanta vi polleant. At ea responsio inæquali textui partium superficiei terrestri subjectarum, & hiatibus, quæ quidem omnia ego simul commemoraveram, aptari omnino non potest. Ea Observator nec videre potest, nec nosse, ut caveat; ac internarum Terræ partium constitutionem conjecturis fortasse aliquibus divinare possumus, satis certo nosse omnino non possumus.

50. Quid vero, si in ea ipsa constitutione solidus ille Telluris nucleus, quem maria alluunt, inæqualitates habeat in imis ipsis visceribus aliquanto majores, & admodum irregulares; an non ex ipsis æquilibrii legibus debebit externa ipsorum marium superficies hoc uno etiam e capite alicubi turgere aliquanto magis, alibi aliquanto magis complanari, ut graduum inæqualitas vel penitus irregularis sit, vel a regularitate quadam recedat plurimum? Nam illud, quod in Telluris figura ex æquilibrio derivanda solent assumere, totam Tellurem fuisse olim fluidam, & ubi ad æquilibrium redacta fuerit, concrevisse, nullo sane argumento evincitur, nulla ne levi quidem conjectura fulcitur. Telluris vero massam ita compactam esse, ut æquilibrium requirebat, quod satis periti artifices in fornicibus extruendis cavere solent, tenuem quidem veri similitudinem habet aliquam, si de ingenti agatur discrimine a statu illo, quem æquilibrium requirit, si vero de minori, omnino nullam. Nam in ipsis etiam illis fornicibus æquilibrium satis accuratum

Intimiores inæqualitates quid possint.

D peri-

peritissimi quique artifices nunquam requirunt, quod nimirum cohæsio partium supplere potest, & videmus profecto tantam montium, atque insularum molem contra æquilibrii leges sua ipsa soliditate consistere. Quid ni, ejusmodi aliquid in ipsis intimis Terræ visceribus accidat; ut vel centrum magnitudinis cum massæ, & gravitatis centro nequaquam coeat, partibus hinc, & inde ab eodem communi centro libratis, vel in iisdem circumquaque a centro distantiis admodum inæqualis materiæ densitas habeatur, & hiatus immanes adsint, sine ulla certa lege dispersi?

Maupertuisii, & Condaminii suspicio de irregularitate.

51. Et quidem Maupertuisius ipse hisce paullo altius consideratis, in eo opusculo, quod de progressu scientiarum edidit post aliquot annos, ita hoc potissimum ex capite & suam, & aliorum determinationem factam per graduum mensuram pro incerta habet, ut illud etiam affirmet, timeri posse, ne bina hemispheria hinc, & inde ab æquatore inter se dissimilia communi basi innixa sint; ac Condaminius exposita graduum a se cum Bouguerio definitorum mensura, inæqualitatum, & irregularitatum periculum fuse, & eleganter persequitur.

Ejusdem confirmatio ex analogia Naturæ.

52. Et quidem ipsa nos eo analogia Naturæ deducit, ut irregularitatem potius aliquam, quam certam in Telluris figura legem suspicemur. Quanta enim in cæteris ejus partubus inæqualitas ubique se prodit, in pomis arborum, ac foliis, in salinis concretionibus, in animantium membris! In ipsis astrorum motibus minores inæqualitates habentur, sed habentur sane, quæ tamdiu in Luna potissimum, in Jove, in Saturno Astronomorum torserunt ingenia. Si quidquam ex ejusmodi analogia inferre liceat, irregularem potius Terræ totius figuram inferemus, quam regularem. Præjudicium a regularitate, & simplicitate petitum sæpe ingentes admodum errores in universam induxit philosophiam. Ea astrorum circularem, & æquabilem motum Veteribus diu persuasit, ea hanc ipsam accurate sphæricam Telluris

mo-

molem, ea sexcenta alia ejusmodi cum ingenti sane Reipublicæ litterariæ detrimento; cum diu ex ejusmodi præjudiciis observationes, quæ ad rem detegendam aptiores futuræ erant, sint penitus prætermissæ.

53. Hæc ego cum altius perpenderem, consideravi illud, figuram Telluris, quæ circumquaque olim circularis formæ censebatur, per graduum mensuram initam in diversis ab æquatore distantiis inventam esse ejusmodi, ut meridiani singuli a polo ad polum censeantur a circulari forma recedere, qui quidem ex theoria habiti pro ellipticis, nova gradus tertii dimensione inventi sint ab elliptica forma recedere, vi omnino inæqualitatis cujuspiam prius ignotæ. At adhuc habetur eadem Telluris figura pro circulari circa polum ita, ut singuli paralleli formam habeant circularem, tanquam si sphærica quidem Tellus omnino non sit, sit tamen veluti torno elaborata, & ovo, vel cæpæ similis. Hinc mensuræ graduum omnium, qui in diversis omnino, & vero etiam admodum a se invicem distantibus meridianis definiti sunt, in figura Telluris determinanda habentur, tanquam si in eodem meridiano essent habitæ. Nemo adhuc in illud inquisivit, an in hoc etiam sensu a circulari figura abludat Tellus. Si accurate circulares sint paralleli, oportet sane in eadem ab æquatore distantia graduum mensuras æquales obvenire, secus inæquales. Cur non igitur alicubi in eadem, vel fere eadem locorum latitudine, sub eodem nimirum parallelo, in diversis longitudinibus binos meridiani gradus dimetimur, ut constet, an ii æquales sint? Nam ipsos parallelorum gradus multo difficilius, & multo minus accurate, quam meridianorum gradus definiri posse norunt Astronomi. Qui eam provinciam suscipiat, næ ille quidem non actum agat, sed novam, sed utilem, & necessariam investigationem suscipiat.

Auctoris dubium de parallelis non accurate circularibus.

54. Cum hæc jam a pluribus annis mecum animo agitavissem, contigit, ut de iis cum SYLVIO VALENTIO Cardinali amplissimo, & bonarum artium cultore eximio,

Innotescit Cardinali VALENTIO hic in id inquiri posse.

mio, BENEDICTI XIV. ſapientiſſimi, ac doctiſſimi Pontificis adminiſtro, pro ea ſumma, qua me frequentem excipiebat humanitate, ac de litteris, quibus in primo ætatis flore apprime excultus, inter tot graviſſimorum negociorum curas mecum colloquebatur, ſermonem iniicerem. Senſit illico rei utilitatem vir acutiſſimus, ac illud interogavit, an rei tentandæ in ipſa Pontificia ditione Locus eſſet. Repoſui, extendi quidem Pontificiam ditionem in Boream ab ipſa urbe Roma ultra gradus duos, eſſe autem & montium cuſpides, & camporum, ac littorum ſtrata, quæ rei bene gerendæ offerrent ſpem. Jacere autem borealem ejuſdem tractus partem cum Auſtrali parte Gallici Pariſienſis meridiani ſub eodem parallelo non ita paucis gradibus ad Orientem, ut idcirco Noſtri Meridiani gradus cum illo Gallico conferri poſſet.

Negotium committitur auctori, & ſocio: additur correctio mappæ.

55. Hæc ille cum ad Sapientiſſimum, & de omni litteratura uſque adeo bene merentem Pontificem detuliſſet, negotium mihi mandat ipſius juſſu meridiani Romani accuratis menſuris per Pontificiam ditionem traducendi in Boream, & dimetiendæ magnitudinis gradus. Aderat autem Romæ P. Chriſtophorus Maire vir e Societate Noſtra in omni litterarum genere verſatiſſimus, ſed Aſtronomiæ in primis, atque Geographiæ amantiſſimus cultor, perferendis autem moleſtiſſimæ expeditionis incommodis valetudine par. Cum eo ut expeditionis ſocietatem inirem, multo enim facilius, & accuratius a binis, quam ab unico obſervatore omnia peraguntur, facile obtinui & a Cardinali VALENTIO, & ab ipſo, qui quidem illud opportune ſuggeſſit, cum ad ipſam meridiani directionem, & menſuram gradus determinandam ingenti inſtrumento per ſummos montes traducto multorum locorum poſitiones accuratiſſime determinari vel omnino deberent, vel admodum facile poſſent, opportunum fore, peragrata cum minore quadrante univerſa Pontificia ditione, mappas, quæ plurimis ſcatebant erroribus

roribus, corrigere, urbium omnium, & præcipuorum ſaltem oppidorum poſitione correcta, ac longitudine, & latitudine Geographica definita. Privatum quemque ſuorum accuratam poſitionem, ac delineationem prædiorum habere. Multo autem magis neceſſarium eſſe Principi ditionis ſuæ accuratiorem habere mappam.

56. Id ipſum conſilium illico arreptum eſt, atque ad expeditionem litterariam, quæ utrumque caput contineret, deſtinati fuimus anni 1750. menſe Julio, cujus rationem & brevem quandam velut hiſtoriam ſequenti capite exponam. Ex iis autem, quæ diximus patet & conſilium expeditionis ipſius, ac tota origo, & duplex ejuſdem ſcopus, & vero etiam ipſe titulus, quem in libri totius fronte propoſui. Alter nimirum eſt determinatio curvaturæ Telluris in Pontificia ditione, quam exhibet ipſa graduum menſura, alter Geographicæ mappæ correctio. Dimenſi ſumus intervallum binis gradibus aliquanto longius, ex quo intermedii gradus menſuram, & curvaturam ipſam Telluris in hac ejus regione deduximus. Curvatura ejuſmodi ad figuræ totius Telluris inveſtigationem adhibetur, ſed eam ſolam exhibet menſura gradus, pro eo loco, in quo ejuſmodi menſura eſt habita. Ea deinde cum aliorum locorum curvatura comparari debet, ad ea conſectaria, quæ ad Telluris figuram, & magnitudinem pertinent, eruenda.

Duplex expeditionis ſcopus & libri titulus exponitur.

57. Porro is noſtræ expeditionis eſt exitus, ut curvatura nobis obvenerit multo minor, quam in Gallia meridionali ſub eadem fere latitudine a Pariſienſibus Academicis inventa ſit. Noſter enim gradus in Latitudine graduum 43. inventus eſt hexapedarum 56979, cum Caſſinus in latitudine graduum 43. $\frac{1}{2}$ invenerit hexapedarum 57048, quod quidem irregularitatem aliquam, & inæqualitatem in ipſis etiam parallelis videtur ſignificare prorſus, ut ego ante expeditionem ſuſceptam fueram ſuſpicatus. Quanquam idem hic Noſter gradus, qui Caſſiniano Auſtrali multo eſt minor, 18 hexapedis eſt potius

Ex gradu hic minore colligi parallelos non eſſe circulos.

tius major eo, quem Bouguerii theoria illa requirebat, quæ pro hac latitudine expoſcit hexapedas 56961.

Inæqualitas figuræ major ex gradu Caillii in Africa.

58. Interea vero dum nos in ditione Pontificia meridiani gradum definiebamus, Caillius Pariſienſis Academicus ad obſervationes in Auſtrali hemiſphærio habendas miſſus ad promontorium Bonæ Spei, commodum ibidem locum nactus unius definiendi gradus in latitudine graduum 33. minutorum 18. $\frac{1}{2}$, eum invenit hexapedarum 57037 qui nec cum noſtro convenit, quo cum multo brevior eſſe deberet evaſit major, nec cum Caſſiniano illo in Gallia definito, quo itidem eſt major. Ab illo vero, quem Bougerius in ſua theoria deduxit pro ejuſmodi latitudine differt fere biſcentum hexapedis, quibus eſt juſto longior; ut non tantummodo a circulari forma recedere videantur paralleli, ſed, quod Maupertuiſius in poſtremo illo opuſculo de Scientiarum progreſſu fuerat ſuſpicatus, bina Hemiſphæria diſſimilia eſſe videantur.

Non idcirco inutilem ejuſmodi inveſtigationem.

59. Nec tamen inde illud intulerim, quod ibidem Maupertiſius videtur innuere, & plerique ex invento poſtea multo majore diſſenſu inferent, abjiciendam eſſe inveſtigationem Figuræ Telluris per graduum menſuras, Lunæ parallaxibus in ſubſidium vocatis, quas ad ejuſmodi determinationem opportuniſſimas eſſe ſignificavit olim Pariſienſi Academiæ Euſtachius Manfredius, ac Maupertuiſius ipſe & eleganti, & accurata methodo ad figuræ Telluris inveſtigationem applicavit.

De methodo inveſtigationis per Lunæ parallaxes.

60. Pendet fere methodus ipſa a Lunaribus motibus, qui haud ſcio an unquam ita accurate ad certas leges reducendi ſint, inæqualitatibus omnibus, vel ex theoria, vel ex obſervatione definitis; ut adeo & in ea methodo errores aliqui timeri poſſint, quanquam ultro fateor, utiliſſimam eam quoque methodum fore, ſi ſemel de omnibus Lunæ erroribus ſatis coſtiterit.

Plurimos gradus metiri oportere in locis etiam proximis.

61. Verum quod ad graduum menſuram pertinet, acuendam potius arbitror Aſtronomorum induſtriam, ac Regum munificentiam, ut plurimos, plurimis in locis

cis gradus definiri curent, quod quidem ad ipsam Telluris figuram determinandam utilissimum fore puto. Nam inæqualitates eæ, quæ oriantur ab inæquali positione, & densitate partium Terræ superficiei proximarum, sive supra eam extent, ut montes, & colles, sive infra ipsam delitescant, irregulares cum sint, alibi contrahent mensuram gradus, alibi producent. Ac proinde si inter plerosque proximos assumatur medius aliquis, ut ubique in Astronomicis observationibus fieri solet, errores ipsi se corrigent. Tum mediis hisce graduum mensuris inter se collatis, constabit jam de curvatura Telluris in locis pluribus, a se itidem remotis, ex qua etiam sola innotescet constitutio superfeciei Terrestris in locis iis ipsis, qui jam ingens est fructus; ac si præterea certa aliqua curvaturarum omnium inveniatur lex, licebit inde in ipsam intimarum Terræ partium constitutionem inquirere. Iterata observationum repetitione, & Physica universa, & singillatim Astronomia perficienda est, atque Geographia.

62. Est autem mihi satis valida conjectura, qua suspicor, inæqualitatem omnem, atque irregularitatem haberi non in intimis Terræ visceribus, sed prope superficiem a partibus potissimum supra ipsam extantibus, prope quam ingentes etiam sæpe commutationes fiunt. Nam illud facile demonstrari potest, inæqualitatem materiæ superficiei proximæ, quæ maximum errorem inducere possit in graduum mensuras, eandem per quam exiguum parere in longitudine penduli ad singula minuta secunda oscillantis, qua in gravitatem inquirimus, contrarium vero accidere, si alte infra superficiem inæqualitas ipsa demersa sit, quæ ibidem esse etiam debeat multo major. Nam mons qui ad latus jaceat, & sphæræ æquivaleat habenti pro semidiametro quartam tantummodo milliarii partem, ac pendulum uti diximus 15 circiter secundis deflectit, quingentarum fere hexapedarum errorem pariet in unius gradus mensura, si duplicetur. At idem obli-

Conjectura de inæquali textu tantummodo supra superficiem Terræ.

que

que trahens eodem pacto, nihil ad sensum turbabit longitudinem penduli oscillantis ad singula secunda; sed ejus molis massa infra superficiem collocata, ut directe pondus augeat, quarta circiter lineæ parte, quæ magnitudo est admodum notabilis, pendulum isochronum augebit ejus positu nihil mutato. Si autem inæqualitas materiæ infra superficiem alte depressa sit, ut ut ad latus, satis oblique pondusculum trahet, & idcirco multo minus deflectet; pondus autem augebit itidem magis, cum tota reliqua gravitate conspirans, & penduli isochroni longitudinem immutabit. Multo autem major debebit esse, ut utrumlibet ex majore distantia effectum præstet.

Inde graduum mensuram turbari plurimum, vim gravitatis parum.

63. Jam vero si pendulorum longitudines observatas conferamus inter se, multo minus eas a lege, quam servare deberent ab æquatore ad polum, aberrare inveniemus, quam hosce gradus, qui huc usque definiti sunt, quod indicio cuipiam esse potest, detorqueri perquam exiguo secundorum numero in latus pendula ab inæqualitatibus in superficie positis, gravitatis vim vel nihil ad sensum, vel eadem certa lege augeri, vel minui.

Eidem consentire nostri, & gallici gradus mensuram.

64. Id ipsum videtur confici ex nostro gradu collato cum Gallicis. Nostræ observationes astronomicæ Romæ, & Arimini peractæ sunt, inter quæ loca non omnis tantummodo Appenini tractus interjacet, sed solum omne statim assurgit, quod penduli deviationem ejusmodi parere debet, quo cælestis arcus binis eorum locorum zenith interjectus augeatur, & inde minor uni gradui tribuatur numerus hexapedarum. Contrarium fortasse aliquid Pyrenæi montes in Gallia præstiterunt, contrariam enim positionem habent, unde factum sit, ut ille postremus gradus productior aliquanto evaserit, ac aliæ ejusmodi causæ aliquæ cæteros etiam per Galliam perturbarunt, quorum postremi si minuerentur nonnihil, nostro e contrario nonnihil aucto, satis belle cum reliquis mutatis itidem nonnihil consentirent, ut & noster ipse.

Summa utilitas hujusmodi expeditionum.

65. Verum hæc omnia pluribus observationibus repetitis

petitis in locis pluribus, multo magis constare poterunt, quod quidem satis evincit summam hujusmodi expeditionum utilitatem, & vero etiam necessitatem ad Geographiam, ad Astronomiam, ad omnem Physicam promovendam.

CAPUT II.

De expeditionis initæ ratione, & fructu.

UBI primum ineunte Julio mense anni 1750 onus nobis hujusce litterariæ expeditionis ineundæ demandatum est, illud in primis curæ fuit, ut instrumenta ad ejusmodi rem necessaria compararemus, quod primum extitit commissi officii munus, & ad rationem pertinet initæ expeditionis. Porro ad geographicam mappam corrigendam, reformandamque multo minori instrumentorum apparatu opus erat, & res omnis perfici poterat quadrantis minoris usu, ubi saltem in definiendo meridiani gradu ipsius meridiani ductus, & plurium stationum situs majoribus essent instrumentis determinati. Habebat autem quadrantem ejusmodi P. Maire pedalis semidiametri delatu facilem atque ita constructum, & observationibus iteratis correctum, ut unius minuti error, si satis diligenter adhiberetur aut timeri vix posset, aut etiam omnino non posset, qui quidem nobis ad geographicas locorum positiones summo semper usui fuit. Instrumentorum cura: eorundem apparatus pro mappa multo minor.

67. Determinatio directionis meridiani, & magnitudinis gradus longe majora, atque accuratiora instrumenta requirebat. Porro utrumque & geodæticas mensuras exposcit, & astronomicas observationes admodum delicatas. Geodæticæ dimensiones requirunt basim aliquam rectilineam alicubi in planitie satis æquali definitam plurium milliariorum, ad quam mensura requiritur, cujus ratio ad mensuras ab aliis in eodem hoc investigationis genere adhibitas, ut unius Parisiensis hexapedæ, ac- Pro gradu apparatus multo major. Instrumenta pro basi.

curatiſſima habeatur, atque certiſſima. Requirit præterea longiores, craſſioreſque regulas, ſive tigilla potius, ad eam menſuram accurate exacta, atque alia nonnulla ad faciliorem, accuratioremque tigillorum ipſorum collocationem, libellam in primis, ac tripodes, ſeu menſulas tribus ſuſtentatas pedibus, quæ inferius innuam.

Pro poligoni triangulis quadrans major, & ſigna in montibus.

68. Eædem geodæticæ demenſiones requirunt quadrantem aliquem majorem, cujus ope intra paucorum admodum minutorum ſecundorum errorem definiri poſſint anguli ingentium triangulorum, quorum ſeries circa ipſum meridiani tractum utcumque proxime cognitum, ab altero ad alterum caput continuanda eſt, ac aliquod poligoni ea ſerie triangulorum conſtituti latus, cum Sole vel oriente, vel occidente conferri, ſtationum quoque, quæ in ſummis plerumque montibus deliguntur altitudo ſupra horizontem, vel depreſſio infra ipſum ſatis itidem accurate determinari. In ipſis autem ſtationibus certa quædam requiruntur ſigna, in quæ ex multorum etiam milliariorum diſtantia certo, ac determinate, tanquam in triangulorum cuſpides liceat collineare.

Obſervationes aſtronomicæ neceſſariæ ad definiendum arcum cæleſtem determinandum.

69. Hæc neceſſaria ſunt ad obtinendam & accuratam meridiani directionem, & diſtantiam ad æqualem quandam terreſtris molis ſuperficiem redactam binorum extremorum arcus intercepti parallelis tranſeuntibus per bina extrema loca ad obſervationes aſtronomicas delecta, quibus arcus cæleſtis terreſtri reſpondens, & numerus graduum, ac minutorum, qui in ipſo terreſtri arcu continetur, definiatur. Hiſce cognitis, requiruntur præterea obſervationes illæ aſtronomicæ in extremis binis locis inſtitutæ, quibus arcus ille ipſe cæleſtis definiatur, quod quidem perficitur inveſtigando ſtellæ cujuſpiam ad meridianum appellentis diſtantiam a zenith, unde, ut ſupra etiam innuimus, alterius zenith ab altero diſtantia in gradibus, & minutis innoteſcat. Habito enim numero hexapedarum, & numero graduum; ac minutorum, quæ illo terreſtris meridiani arcu continentur; ſatis pa-

tet,

tet, admodum facile deduci illud, quot gradus, & minuta uni medio gradui debeantur.

Eas intra unum vel alterum secundum certas esse oportere.

70. Porro hæc investigatio distantiæ stellæ cujuspiam a zenith ita in re præsenti delicata est, ut omnino oporteat unius, aut ad summum alterius minuti secundi errorem evitare. Ubi enim unius tantummodo gradus mensura geodætica habetur, atque astronomica, singulorum secundorum minutorum errores errorem sexdecim circiter hexapedarum secum trahunt. Is quidem error, quo plures unâ mensurâ gradus complectimur, eo magis, in eos nimirum omnes distributus, decrescit; at quoniam paucos admodum licet inter se gradus conjungere, tum plerumque ob locorum naturam, ut hìc apud nos, tum etiam ubique, ne remotiores ab ipso zenith adhibeantur stellæ, quarum refractio minus certa, novum possit errorem inducere; illud omnino curandum est semper, ne in astronomicis observationibus unius, aut ad summum alterius minuti secundi error committi possit.

Sector ad id necessarius, vel aliud sectori æquivalens.

71. Hinc autem illud manifesto consequitur, instrumentum ad eam adhibendum rem, debere & multo esse longius, quam communes integri quadrantes esse soleant, ac etiam possint, & longe accuratissimum. Id quidem instrumentum, quod ad aliquot tantummodo gradus determinandos adhiberi debeat, arcum circuli quendam paucorum graduum habere solet, quam ob causam sector appellatur. Potest tamen & recta linea pro circulari arcu adhiberi, ut ego adhibui, quo casu crucis figuram referet potius, quam sectoris; verum sectoris nomine appellabimus, cujuscumque figuræ sit instrumentum illud, quod sectoris vice fungi possit, & eos exiguos angulos dimetiri.

Tres partes determinationis gradus, tria instrumẽtorum genera necessaria.

72. Tres igitur nobis commissi muneris partes, dimensio basis, series triangolorum poligoni, distantiæ Fixarum a zenith, sua quæque instrumenta exposcebant, quorum singula in ipso expeditionis suscipiendæ exordio paranda erant.

 73. Et

Tigilla &c. pro basi: hexapedæ mensura necessario advehenda ex Gallia.

73. Et primo quidem, quod pertinet ad dimensionem basis, tigilla illa, quæ usui esse debebant, libella, tripodes, ac alia ejusmodi, siqua sunt, admodum facile hìc etiam parabantur. At accuratam, & certam unius hexapedæ mensuram, nisi ex Gallia adveheremus, habere omnino non licebat. Neque enim satis est ex iis instrumentis, quibus Parisiensis pes insculptus esse solet, sex pedum mensuram determinare, quæ hexapedæ usum expleat. Nam si in uno pede admittatur error decimæ partis unius lineæ, quæ in ea est pollicis pars duodecima, pedis centesima quadragesima quarta, qui quidem error ita exiguus est, ut a communibus artificibus multo major timeri possit, in uno pede committetur error $\frac{1}{1440}$ pedis ipsius, adeoque in totius mensura gradus, quæ est hexapedarum 57000 circiter, committeretur error hexapedarum proxime 40, immanis sane.

Hexapedæ mensura petita a Mairanio, transmittenda a Nuncio Pontificio.

74. Hinc ego quidem ad Mairanium celeberrimum virum, quem ipsa mihi Parisiensis Academia destinaverat ante aliquot annos, cum me sibi pro litterario commercio (appellant *Correspondentem*) adjunxisset, litteras dedi, in quibus significato Pontificis consilio, rogabam magnopere, ut ferream regulam cum incisa accurate hexapeda, parari curaret ab experto artifice, quam in basi dimetienda adhiberem. Ipse autem SYLVIUS Cardinalis VALENTIUS, cujus patrocinio, atque curæ totum expeditionis nostræ debemus successum, Pontificio Parisiensi Nuncio, cum ea res ad accuratæ mensuræ gradus certitudinem maxime pertineret, negocium idem commendaverat, quemadmodum & illud, ut quanto maturius fieri posset, a Mairanio recepta Romam transmitteretur.

Cura Mairanii pro hexapedæ accurata mensura transmittenda.

75. Et quidem Mairanius ipse in veram hexapedæ longitudinem Academicorum omnium diligentissime inquisiverat, ac ad illum ejus modulum, quem apud se retinuerat, utraque Academicorum turma Lapponiensis, atque Americana suam exegerat hexapedæ secum delatæ mensuram a peritissimo Artifice Langloisio ferreæ regulæ con-

consignatam, qui ejusdem modulum apud se quoque retinuerat, alio extante apud Mairanium. Ex eodem igitur modulo ejusdem Langloisii opera Mairanius & eam deprompsit, quæ ad me Romam transmitti debuit, in ferrea itidem regula, in qua ipse artifex plures & pedum, digitorum, linearum, ac minorum etiam particularum divisiones ope transversalium rectarum, adjunxit. Scripsit autem ad me Mairanius humanissimus vir, atque diligentissimus, se Parisios reducem post Autumnales ferias anni ejusdem, ante quam ipsa illa regula ex ea urbe, emitteretur, lente adhibita, eamdem cum sua contulisse iterum, & ad exactissimam æqualitatem redegisse; ut idcirco de ea dubitare omnino non liceat.

Eâ serius Romam delatâ substitutam esse mensuram 9 palmorum cum ea conferendam.

76. Quanquam tamen mature admodum Parisiis mensura illa discesserit, adhuc tamen, mari transmissa, & in pluribus portubus hærens, non nisi post multos menses Romam delata est, cum interea dimetiendæ basi jam tempus instaret. Partim igitur eam ob causam, partim ne si etiam interea adveheretur, incertis eam itinerum nostrorum casibus, & aperto, ac sæpe admodum humido aeri committeremus, communi consensu aliam paravimus ferream itidem regulam, in qua binis tenuissimis punctis determinavimus intervallum palmorum Romanorum novem, desumptum ex capitolino lapideo modulo publice prostante (in quo tamen divisionum lineæ admodum crassæ, non ita certum, & accuratum limitem palmorum exhibent) cum sex illis Parisiensibus pedibus conferendam deinde, ut de ratione inter eum pedem, & romanum palmum aliquanto certius constare posset. Et ea quidem mensura sex illis pedibus sive integra hexapeda, debuit esse aliquanto longior; sed cujuscumque, etiam arbitrariæ, mensuræ esset, ad rem nostram futura erat æque utilis, dummodo certa aliqua methodo satis accurata ejus ratio ad hexapedam obtineri posset; quod quidem binis methodis, ut in quarto opusculo diligentius exponam, præstitimus, pluribus vicibus iterato

exa-

examine successu semper eodem, & miro sane consensu, semoto omni erroris, qui mensuram gradus ad sensum perturbare possit, periculo.

Tigilla ex vetustissimo parata ligno pro basi dimetienda.

77. Hæc quidem ad mensuræ adhibendæ modulum pertinent. Tigilla vero tria, quorum singula tres ejusmodi mensuras, sive palmos Romanos 27. continebat, excidi curavi ex vetustissima trabe, alia hìc Romæ, alia Arimini, binas enim bases prope eas urbes, ut primo capite innui, dimensi sumus, quæ trabs utraque diu etiam jam olim navigaverat, adhibita pro malo, quod omnino curandum erat, ut minus esset in ipsis tigillis ex aeris mutata temperie mutationis periculum. Ea tigilla cujusmodi tripodum generi imposuerimus in ipsa mensuranda basi, quas ipsis adjunxerimus laminas, qua ratione redegerimus ad libellam, qua methodo pluribus in dies vicibus ad ferream regulam exegerimus, & contractionem, productionemque, atque etiam perquam exiguam curvaturam, quam humidus aer, & alternus calor induxerat, definiverimus, exponam ipso quarto opusculo, in quo aliquanto fusius de instrumentorum apparatu agam, & usu.

Quadrantis & Sectoris cura: Aloysii Vood elogium.

78. Majoris interea quadrantis, & sectoris cura me urgebat acrior, quod nullum Romæ satis peritum, & exercitatum artificem haberemus, celeberimo Dominico Lusvergio vita functo, nec ullo paternæ diligentiæ, atque industriæ satis idoneo hærede relicto. Aderat quidem Aloysius Wood nobilis Anglus, & ipsius Cardinalis Valentii aulæ addictus, cujus immaturum fatum profusis lacrymis universa nuper luxit Roma, atque ego in primis, cum quo ille arctissimo amicitiæ vinculo conjungebatur, vir plane summus, singulari ingenio, incredibili industria, in omni difficillimorum machinamentorum genere suis etiam elaborando manibus, perficiendoque, ac perpoliendo, nulli Europæ artifici impar, quem ego quidem ad hæc instrumenta efformanda & amicitiæ nostræ jure, & ipsius Valentii auctoritate libentissime perpulissem, nisi longe aliis gravissimis curis, atque

ope-

operibus jamdiu inchoatis viderem nimis distractum.

79. Erat autem hìc Romæ itidem, qui & adhuc est, Augustinus Rufus Veronensis Sacerdos, vir in opticis operibus, perspicillis, telescopiis, microscopiis, elaborandis egregius, idem in aliis itidem, que ad physicam experimentalem pertinent, instrumentis vel construendis, vel reparandis exercitatus, qui haud ita multo ante ad omnem machinamentorum publici Archigymnasii curam, constructionem, reparationem fuerat adlectus; at is quadrantes nullos unquam perfecerat, sectores viderat nullos.

Quis Augustinus Rufus instrumentorum Archigymnasii curator.

80. Illius tamen ingenio, atque industriæ, cum alii deessent, ac nos ipsi possemus opus dirigere, & frequentes invisere, fidendum fuit; quæ res eo minus accidebat incommoda, quod ego quidem sectorem nova quadam mea methodo, in qua reliquos etiam artifices quoscumque novos esse oporteret, construi volebam, quam in quarto itidem opusculo summa cura, ac diligentia explicabo. Ibidem autem exponam & quadrantem, in quo telescopium fixum duplicari curavit P. Maire, quod summo nobis adiumento fuit, ut in eodem patebit opusculo quarto, ad eam rectificationem in primis, quæ necessaria est, ubi verticales altitudines investigantur, præstandam sine conversione quadrantis: plura, quæ ad micrometri commodiorem usum, & ad obliquam ipsius quadrantis positionem quamcumque facile obtinendam pertinent, pro suo ipse ingenio Rufus, re nobiscum communicata, satis apposite excogitavit, atque perfecit. Ego autem additamentum quoddam, quod rectificandis limbi divisionibus aptissimum, atque utilissimum censeo fore aliis etiam imposterum, apponendum curavi. Sed de iis omnibus fusius, atque opportunius agemus infra opusculo ipso quarto. Illud unum hìc præterea addendum superest, ita ipsum officio suo functum esse, ut instrumentum utrumque ad observationes quam accuratissime habendas extiterit opportunissimum, dempto

Rufo id negotii demandatum: quid Mairius Pro quadrante præstiterit, quid ipse, quid Auctor.

pto solo micrometro telescopii fixi in quadrante, quod facile labefactatum in itinere, nusquam satis restituere licuit artificum inopia, & ad usus quosdam satis aptum, ad alios ineptum deinceps extitit, quos alia ratione supplere oportuit, ut ibidem uberius exponam.

Ordo observationum destinatus, si instrumenta mature haberentur.

81. Utriusque instrumenti idea, & cura homini tradita, sperabam equidem quadrantem intra duos menses commode haberi posse, tum vero sectorem post alios binos, ut brevi tempore, quæ ad mensuram gradus pertinebant, haberemus, ut nimirum seriem triangulorum Ariminum versus, quo ex Blanchini observationibus geodæticis, & conjecturis aliis, ac observationibus astronomicis nonnullis Romanum meridianum tendere Eustachius Manfredius deprehenderat, produceremus ante hyemem, delectis stationibus simul, & angulis observatis, tum Arimini loco aliquo basi dimetiendæ idoneo selecto, basim ipsam metiremur, dum interea ex Urbe adveheretur sector, quo ibi astronomicas observationes perageremus, quibus peractis ad alias Romæ exiguo temporis intervallo instituendas regrederemur, & basi alia, qua mensuræ omnes confirmarentur delecta, ac mensuris definita, de gradus magnitudine constare posset. Ita paucorum mensium intervallo absoluta essent omnia.

Eorum lenta constructio: interea stationes pro poligono delectæ per otium aptiores.

82. At mea me longe fefellit spes. Aliis interea curis distentus Artifex, quadrantis constructionem produxit in annum integrum, eoque amplius, sectorem in menses alios plures, quod quidem omnem itinerum nostrorum rationem, & observationum seriem pluribus vicibus interturbavit, & itinera ipsa in binos annos, ac aliquot menses produxit; in quo illud tantummodo accidit opportunum, quod dum instrumenta lentissime pararentur, variis ad corrigendam mappam, & montium positus cognoscendos factis excursibus, stationes poligoni ante priorum angulorum mensuras, delegerimus omnes multo sane opportunas magis per otium, quam con-

continuo operationum geodæticarum ductu licuisset.

83. Quamobrem cum quadrante minore ipso primo Octobris die ex Urbe egressi ad explorandos locorum positus juxta meridiani ductum in Sabinam profecti sumus, in Burghesiæ familiæ oppidum, quod Palumbariam vocant. Utar autem plerumque ubique vulgo nunc receptis locorum nominibus, iis aliquando demptis urbium potissimum, quorum latina etiam nomina vulgo sunt cognita; nam plurium locorum nomina vetera supersunt nulla, aliorum incerta maxime sunt, aliorum nota quidem iis, qui antiquitatis studio delectantur, ignota cæteris, nec hujus est loci, aut ista diligentius disquirere, aut importunam eruditionem affectare. Jacet id oppidum ad radices editissimi montis, Januarium appellant accolæ, quem ex ipsa urbe Roma nostro poligono aptissimum fore agnoveramus. Desinit enim in cuspidem ita circumquaque acuminatam, ut nullo fere alio signo indigere videatur ad eo longissime collimandam. Imminet autem anteriori latere erectus fere ad perpendiculum immensæ planitiei, quæ ultra urbem ad occidentem sitam ad mare usque porrigitur; prospectus inde longissime ex altera parte in Hetruriam patet, ex altera in Neapolitanum regnum, cujus tamen vicina etiam loca a tergo positus Appennini dorsi ductus intercipit.

Iter ad ipsas stationes deligendas. Palumbaria oppidum: Januarius mons.

84. Montem ipsum conscendimus, una cum egregio sane viro, mihique amicissimo Petro Paulo Tosio, (quid enim eorum amicorum commemorationem omittam, qui me sibi & hospitii jure devinxerunt magis, & ad montes ipsos cum summo labore suo comitati observationibus interfuerunt diligentiæ nostræ testes idonei) qui quidem nunc apud Eminentissimum Cardinalem Sorbellonium Bononiæ legatum ejus jurisconsultus, *Auditorem* Generalem appellant, ibidem jus dicit, tum vero ex urbe Roma Palumbariam autumni tempore concesserat. Is autem nos & eo, & insequentibus binis annis, quibus eodem redeundum fuit, in paterna domo lauto sane excepit

Montis opportunus situs. Petri Pauli Tosii laudes.

hospitio, & pluribus vicibus ad summum montis apicem deduxit, atque observationes instituentibus præsto fuit. Inde jam patuit, posse Soractem montem, qui in media planitie assurgit observationibus perquam idoneus, præteriri, cum longe inde ultra ipsum pateret omnis Sorianensis, & Viterbiensis montis tractus, cujus alter vertex, binos enim habet vertices, adhuc antiquo Cimini nomine appellatur. Inde cum Romano Divi Petri Tholo primum haberi posse ad Austrum satis idoneum triangulum apparebat: secundum itidem ad Boream cum monte aliquo, quem circa Interamnensem urbem deligeremus, ex quo & Sorianensis Ciminus mons, & ille ipse Januarius prospiceretur.

Pro signis in summis montibus tuguria quædam ex ramis arborum constituta.

85. Hic illud etiam constitutum fuit, ut pro eo signo, quod commemoravimus, ex arborum ramis in summo monte quoddam velut ingens tugurium construeretur, quod hic quidem non ita necessarium, cum nimirum in quandam velut pyramidem ex ingenti acervo lapidum assurgentem desinat, opportunum tamen futurum erat; alibi autem, ubi montis dorsum ampliore superficie extenditur, erat omnino pernecessarium, ut ad certum circum undique punctum triangulorum lineæ per telescopia dirigerentur. Placuit id fieri ex arborum ramis, quod plerumque paulo infra nudorum etiam montium vertices, ejusmodi materiæ copia haberi soleat. Alibi autem, pro loci opportunitate quadratum, alibi circulare tugurium extructum est, alte infixis solo per plures palmos crassioribus, atque altioribus ramis, qui transversis aliis itidem crassis per funes, & clavos conjungerentur ita, ut quo magis assurgerent, eo magis ad se invicem nonnihil versus suæ basis medium inclinarentur. Iis ita dispositis, & connexis, totum opus tenuioribus ramis convestiebatur, ac frondibus. Totius autem tugurii crassitudo 20 circiter palmorum erat, altitudo plerumque aliquanto major, ut longe prospectantibus cujusdam veluti editæ turris speciem ingereret.

86. Por-

In summis ea montibus constitui oportere, ut e longinquo discerni possint.

86. Porro illud deinde experientia nos docuit, ejusmodi tuguria, ubi in summo vertice, vel jugo montis ita extent, ut liberum aerem, & cælum prospicientibus e longinquo post se relinquant, non montem alium; facillime, ac evidentissime brevioribus etiam telescopiis discerni. Exhibet enim ipse limes cælum inter, & montem quandam veluti continuam lineam, quam ubi nigricans tugurium illud interrumpit, nonnihil in cælum procurrens, incurrit statim in oculos, & videndum se præbet ita, ut licet aliquod nostrorum triangulorum latus 50 milliariorum esset, adhuc tamen telescopiis exiguis illis, quæ quadranti aptata fuerant, evidentissime cælo etiam non ita puro discernerentur. At ubi mons altior post tugurium assurgat, quod in binis montibus, ac in eorum singulis ex unica tantummodo statione visis bis tantum nobis accidit, nisi cælum omnino sudum sit, ac ab omni tenuissimorum vaporum genere purissimum, distingui omnino non potest, & ægre admodum eo etiam casu distinguitur, atque id ea ferme diei hora tantùm, qua Sol vapores ultra ipsum tugurium sitos inter bina illa montium juga illuminat; ut tugurium ipsum in ea aliquanto clariore veluti nebula optice projectum, & nigricans appareat. Quod quidem si aliquanto inferius situm sit, distingui omnino ex tanta distantia nequaquam posset, quo casu multo breviora latera triangulorum seligenda forent, & lintea, vel aliud quidpiam ejusmodi albicans potius, quam nigricans adhibendum. Id quidem monendum duxi, ut si quis eadem tentare alibi debeat, stationes apte seligat, ne oleum necquidquam perdat, & operam.

Soriani Ciminus mons arboribus impeditus, locus Caprarolæ proximus stationi creditus aptus.

87. Ex eo monte Romam regressi Sorianum, frequens, & opulentum Albanæ familiæ oppidum profecti sumus, ubi in summum evecti montem omnia ejus latera, & dorsum, & verticem densis, & proceris arboribus occupatum deprehendimus. Quare illud, quoad ejus fieri posset, curandum censuimus, ne nimis magnam

arborum stragem ederemus, ut vertice omisso, aliam aliquam ejus jugi partem humiliorem, sed arboribus spoliatam adhiberemus. Et erat sane supra Caprarolæ, ut vocant, oppidulum, in summo jugo ædicula, unde prospectus patebat longe, & hinc D. Petri Tholus, inde mons ille Januarius prospiciebatur; ex altera vero parte ad Boream patebat prospectus in jugum illud, quod Ameriæ, & Tuderto ad sinistrum Tiberis latus interjacet, e regione urbis Interamnæ, cujus plures cuspides usui futuræ videbantur, ut tertium triangulum terminarent. Cernebatur autem & versus Interamnanos urbem montis bicipitis vertex, qui cum Januario illo, & hoc postremo Tudertino, sive Amerino monte triangulum novum constitueret.

Iter Interamnam, inde in jugum montium delectis binis stationibus, tum Tudertum, & Perusiam, ac in ejus montem Tesium.

88. Inde igitur trajecto Tiberi primum Ameriam, tum Interamnam adivimus, & montem ipsum Interamnensem, quem Turrim majorem appellant accolæ, habentur autem in ipso vertice rudera ingentis arcis eversæ, conscendimus, & cum inde præcedentes stationes conspicuas esse videremus, loco designato pro tuguriolo, jugum illud Ameriæ, & Tuderto interjacens adivimus, & arborem longe conspicuam in summo vertice tugurioli vices supplere posse arbitrati, Tudertum inde descendimus, Perusiam progressuri, cui proximus ingens sane mons & amplissimo in longum dorso excurrens, Tetium, vel Tesium vocant, continuandis triangulis aptissimus videbatur.

Aeris inclementia: Rusticorum suspicio de thesauris quærendis: tuguriorum clades.

89. Processerat jam October, & commutato repente cælo immanis imbrium, grandinum, ventorum vis se effuderat procellis adeo frequentibus, ut non uno in loco ea tum temporis percrebuerit fama, visos in montibus proximis homines, quorum jussu effoderetur tellus, tuguria construerentur; dejicerentur arbores, ut nimirum in defossos inquireretur thesauros, quos malis commissos geniis Rustici latere arbitrantur. Inde illam tantam cæli intemperiem, inde campis perniciem immine-

re.

re. Ea sæpe etiam pluribus aliis in locis evulgata post nostrum discessum ipsis etiam quandoque tuguriis pro signo erectis exitio fuit, uti tum quidem illud, quod in Interamnensi monte erectum fuerat, biduo post, non sine Rusticorum ope non solum concidit, sed & distractum est, ac iterum reparatum, concidit iterum. Alia itidem clades erectis semel tuguriis ejusmodi, ac signis perniciem sæpe attulit, Rusticorum, Pastorumque aviditas, qui ut clavos ferreos eruerent, proscindebant aliquando ramos ipsos, & molem furtim evertebant, quam licentiam ægre publica auctoritas, & gravissimarum pœnarum minæ, publicis enim litteris Pontificia auctoritate conscriptis Gubernatoribus omnibus injunctum fuerat, ut nobis, & nostræ expeditioni quantum fieri posset, faverent, mederi demum potuerunt, quæ quidem nostræ incolumitati opportunissimæ satis nos ipsos ubique, magistratibus etiam adnitentibus, tutatæ sunt.

90. Verum nec Interamnensis illius montis, nec arboris in jugo Amerino relictæ, quam Rustici paullo post nostrum discessum, necquidquam inhibiti, exciderant, usum fore ullum statim patuit, cum ad Perusinum montem deventum est. Inde enim, quanquam 50 circiter passuum millibus distans, Sorianensis mons sudo cælo satis distincte conspiciebatur, ac alius se offerebat Spoletio non multum distans editus mons, qui quidem inde acuminatus etiam apparebat, eo autem situ erat positus, ut timeri omnino non posset, ne inde & Sorianensis Ciminus & Palumbariensis Januarius videri posset, ut idcirco cum iisdem tertium compleret triangulum, quartum autem Perusinus is cum eo, & cum Sorianensi præberet, in quo si arboribus aliis excisis, aliis decussis nonnihil, & vertice mulctatis tantummodo prospectus aperiretur, ingenti sane compendio triangulorum numerum minui posse videbamus. Nec vero alius ad usum poligoni intermedius mons ullus requirebatur, cum, ut ut ingentis trianguli, nullum plus æquo exiguum fore angulum appareret.

Præcedentes binæ stationes rejectæ, ipso lumini montis vertice delecto, cum Spoletino, ac Perusino.

ret. Nec vero dubitari poterat, quin in ipso perpetuo Appennini jugo vertex aliquis prope Nuceriam inveniri posset, ex quo & hic Perusinus, & Spoletinus ille conspicuus foret ad quintum triangulum terminandum.

Nucerinus mons electus: accessus in ipsum tentatus necquidquam.

91. Perusia itaque post tugurium in ipso monte excitatum digressi, Assisium, & inde Nuceriam delati sumus, ubi imminentis verticem editissimi montis, Appeninum, vel Penninum etiam dicunt incolæ, conspicati delegimus, cum & Rustici affirmarent omnes, & Cives plurimi, patere ex eo prospectum longissime inde in Picenum, & Adriaticum mare, hinc vero non in Spoletinos tantummodo, & Perusinos montes, verum in remotissimos etiam, & ipsi proximos urbi Romæ. Eum montem cum Rusticis ad tugurium erigendum necessariis, quod in delecta statione quavis continuo erigendum curabamus, ut locum ipsi stationi designatum e longinquo prospicientes possemus agnoscere, nubes densissimæ occuparunt verticem, quem ventorum furor, & imminens procella ipsis etiam Rusticis penitus inaccessum reddiderunt. Redeundum igitur fuit infecta re, cumque in dies magis cæli intemperies, atque inclementia sæviret, & in medio nimirum Appenino nives etiam ingruere possent, præscripto Rusticis & loco tugurii, quem ex ipsa Nucerina urbe prospexeramus, & forma, retro iter fleximus Fulginium versus, & Spoletium, ut de illo etiam, quem e Perusino monte conspicati delegeramus, Spoletino monte liceret certius aliquid nosse, quem, si poligono aptum invenissemus, ut certa spes erat, habebamus ante hyemem plusquam dimidium poligoni definitum, stationibus per tuguria jam erecta designatis.

Fionchii Spoletini montis delectus: Laudes Antonii Ancajani nobilissimi viri.

92. Spoletium advecti ab Antonio Ancajano nobilissimo, atque humanissimo viro edocti sumus, montem, cujus indicia prodebamus, eum omnino esse, quem Fionchium accolæ dicerent, qui Ancajano suæ ditionis pago, unde & nomen familia trahit, immineret. Quantum ei viro debeamus, vix ego quidem satis explicare pos-

possum, qui homines sibi ante ignotos, pro sua ipsa humanitate, & Geometricorum, ac Geographicorum studiorum amore, omni beneficiorum genere cumulavit, ac opera ipse sua adjuvit. Primum enim dum Interamnæ ad montes Ameriæ, & Tuderto interjectos haberemus iter, in exiguo pago, quod Quadrellorum nomine nuncupant, quo nobis transeundum erat, fere per vim retinuit lautissimo exceptos hospitio, ibidem enim cum suis, & conferta nobilissimorum hospitum turba rusticabatur, ac in fundum suum, ei proximum monti, quem tum quidem adibamus, dimisit. Spoletum autem advectos, & de novo monte sciscitantes ipse nos longo, ac difficili plurium milliariorum itinere omnino comitari voluit, me frustra obluctante, & intemperiem aeris, quæ jamdiu nos insectabatur, objectante. Ubi primum serenus affulsit dies, una montem conscendimus, quem nostris usibus deprehendimus aptissimum sane. Inde enim & Januarii illius montis, & Sorianensis, & Perusini, & Nucerini patebat prospectus, quorum omnium positionem minoris quadrantis ope, ut & aliorum locorum plurium eo & inspectante, & adjuvante determinavimus, quod quidem ubicumque se commoda offerret occasio, & in hoc excursu, & in insequentibus omnibus ubique semper & in summis montibus, & in urbium, pagorumque turribus, quas continuo conscendebamus, præstitimus. Tugurio itidem definivimus locum in editissima parte longioris, & in aciei cujusdam formam acuti dorsi, quod tugurium ipso curante loci domino Ancajano, ita firmum constructum est, ut per annos plures nihil prorsus tota hyeme, ac ventorum immanium vi labefactatum perstiterit.

93. Et quidem cælo admodum sereno usi usque ad Meridiem, paullo post id ipsum, quod ego metueram, experti sumus. Primo quidem in summo monte nivem, tum in primo descensu gradinem, deinde vero ad noctem usque effusum imbrem. Ubi ego quidem, cum viderem, *Horridus e monte descensus, ob cæli inclementiam.*

præ-

præcipitem descensum pedibus, quam equo, minus & periculosum fore, & incommodum, equo famulis relicto, processi velocior, cumque per dimidiam fere horam comitatum omnem prævertissem, ac ad torrentem, qui Spoletinos muros præterfluit, devenissem sub ipsam primam noctem, imbre madidus adhuc decidente, quo torrens ipse excreverat, nec ibi adesset pons, nec comites, per dimidiam horam sub dio expectati necquidquam, adventarent cum equis, detractis caligis traјeci utcumque, quas in opposita ripa induentem Mairius, & Ancajanus ægre demum equis advecti, ac nihilo minus circumquaque difluentes compererunt. Mirum sane, quod nullius valetudinem tantum incommodi tentaverit; sed iis jam nos in omni præcedenti itinere assueveramus. Illud magis mirum, ipsum viæ comitem Ancajanum ita nihil ea re deterritum, ut binis insequentibus annis, quibus cum ingenti quadrante in ipsius montis verticem redeundum fuit, nobiscum iterum, atque iterum redire voluerit, & observationibus interesse, quamquam tum quidem feliciore successu.

Gravissimum vitæ periculum in itinere Assisio Nuceriam.

94. Idcirco autem hunc ego subitum hic casum commemoravi, ut constaret, nostros etiam hosce montes incommodis, ac periculis feracissimos esse, nec idcirco, quod in media Italia versaremur, minus difficilem, & molestam expeditionem nostram extitisse. Integrum enim, & satis amplum volumen perscriberem, si omnia commemorare vellem frequentissima incommoda, atque gravissima, & vero etiam præsentia plurima vitæ ipsius pericula, cum per præruptos, & ægre pervios sæpe calles, ac incerta itinera, cælo etiam dubio, & minus opportuno anni tempore eundum esset. Ut cætera omnia prætermittam, adhuc horresco animo dum mentem subit ea hujus ipsius itineris dies, qua Assisio Nuceriam per transversos montes adivimus; triplo enim brevius est iter, quam si Fulginio Romanâ via eundem esset. In medio itinere viæ ducem improviso morbo correptum ita repen-

repente vires defecerant, ut progredi omnino non posset. Constitit, in rustica aliqua domuncula commoraturus: nobis progressum suadet, illud affirmans, pronam esse reliquam viam, & nihil omnino ambiguam. Processimus vecti equis, cum incerto bivio in transversum acti, deducimur ad arctissimam, & præruptam semitam per montis latus declive fere ad perpendiculum, & imo torrenti imminens. Angustia semitæ nec equos reflectere, & retro regredi, nec equis desilire, & se reptando subducere, permittebat: progressum interruptus imbribus callis pluribus in locis reddebat ita periculosum, ut equi ipsi contremiscerent: diu metum inter, ac spem processimus, & ægre demum post diuturnam animi agitationem evasimus in summum jugum. Rusticum errantem ibi repente sors obtulit, qui nos ingentis præmii spe allectus ægre demum per anfractus præcipites ad alterius torrentis alveum deduxit, quo inter ingentia saxa, & periculosa vada centies hinc, & inde transmisso ad Romanam viam pluribus a Nucerina urbe milliariis delati sumus, ad quam nocte jam obscura devenimus. Verum hæc omnia imposterum raro admodum commemorabo, quod ad ipsum expeditionis nostræ scopum nihil pertineant.

95. Quoniam vero in dies magis inclementia aeris, & effusi imbres ingravescebant, quorum immani copia bis ea deinceps hyeme altissime elatus Tybris intra Urbem exundavit, & late effusus est, duodecima Novembris die Romam regressi sumus, ut majorum in primis instrumentorum constructionem urgeremus, reliquorum montium Ariminum usque inveniendorum cura amicis proxima loca incolentibus per litteras demandata, quibus montium conditionem, & situm, ac totam tuguriorum pro signo adhibendorum rationem exposui. Partim autem eorum consilio, partim ipsa observatione insequentis anni Autumno, quo Ariminum usque delati sumus, prioribus quatuor montibus binos alios adjecimus, alterum Catriæ nomine appellatum, Cantiano frequenti oppido proximum, al-

Aeris inclementia semper major. Selecti bini montes Catria, & Carpegna, & collis dictus Mons Lurus.

terum, quem appellant Carpegna, qui nobilissimæ Romanæ familiæ nomen dedit, magnam ejus partem, & vicum ad radices positum possidenti, ubi postremus ex ejus familia celeberrimus Cardinalis palatium ingens, & magnificentissimis Romanis non impar extruxit. Collem præterea ab Adriatico mari haud ita remotum adjecimus, Montem *Lurum* dicunt, in quo campanaria turris in summo vertice sola, ædificiis cæteris omnibus collapsis, ac ipsa sacrâ æde inferius extructâ ad collis latus, & longissime conspici, & facile dignosci poterat.

Septem stationum ope, & octo triangulorum conjunctus D. Petri tholus cum littore Ariminensi.

96. Porro Catriæ mons cum Pennino Nuceriensi, & Tetio Perusino quintum triangulum constituit, ubi poligonum nostrum nonnihil inclinatur, quatuor triangulis in Perusino monte cuspidem figentibus, cum ad reliquos terni tantummodo terminentur. Carpegnæ mons cum Pennino, & Catria sextum, Lurus cum Catria, & Carpegna septimum triangulum concludit, postremo octavo ad extremum basis in littore Ariminensi constituto cum Carpegna, & Luro. Ita 7 intermediis stationibus a D. Petri Tholo ad oram Adriatici maris Arimino proximam per 8 triangulorum seriem devenimus. Sed de iis, quæ ad Poligonum, & bases pertinent iterum sequenti anno.

Excursus in oram mari, & Hetruscę viæ interjectam. Sutrium: Romana arx: Viterbium.

97. Sex in Urbe diebus commorati curatis nonnullis, quæ ad instrumentorum constructionem pertinerent, & imbrium vi compressa, discessimus ad determinandum illum omnem tractum, qui Romanæ viæ in Hetruriam ducenti, ac Mediterraneo mari interjacet, conclusus hinc Tyberi, inde ejus finibus, quam nunc Hetruriam dicimus, quod ad secundum expeditionis scopum pertinebat. Eo nimirum per hyemem eundum erat, mitiorem ad mare campestribus in locis, & per æstatem aeris insalubritate inaccessis. Deflexímus ex Romana via Sutrium vetustam urbem, sed infrequentem ad lævam; unde pluribus excursibus factis, plures observationes inivimus, necquidquam imbribus effusis iterum, qui nos hoc potissimum anno acerrimè sunt insectati. Est in primis longissime

me conſpicuus per omnem Romanorum camporum planitiem, & maritimæ oræ ingentem tractum in coni formam aſſurgens mons lacui imminens, quem veteres Sabatinum lacum appellabant, nunc a finitimo oppido dicitur *Bracciani* lacus, ad obſervationes geographicas aptiſſimus, Arcem Romanam appellant finitimi, haud ita multo a Sutrina urbe diſtans. Ipſum etiam conſcendimus, ubi dum quadrantem adhuc adhiberemus, imber ſubitus, ac diuturnus multa nobis loca e conſpectu primum eripuit, mox oppreſſit nos ipſos; ſed præcipua quæque definita jam fuerant. Viterbio iterum ad lævam defleximus Tuſcaniam vetuſtam itidem urbem, *Toſcanellam* nunc nominant, & olim frequentiſſimam, nunc aeris gravitate per æſtatem potiſsimum intolerabili, cum omnibus circumjectis maritimæ oræ campis ita deſolatam, ut e quinquaginta fere oppidulis, ac pagis ipſi olim ſubjectis, & frequentiſsimis, quos in urbis aula depictos vidimus, vix quatuor, aut quinque nunc habeant incolas, & quidem admodum paucos.

Obſervationes Montis Faliſci vulgo *Monteſiaſcone*, Aculæ, vulgo *Acquapendente*, oppidi Verentani, vulgo *Valentano*, & Canini.

98. Inde eam, quam Faliſcum olim montem dicebant, nunc *Monteſiaſcone*, urbem generoſo celebrem vino in Romana via poſitam devenimus, cujus eminens tholus longiſsime conſpicuus ex remotiſsimis etiam montibus ingenti nobis adjumento fuit ad plurium locorum determinationem, ac cælo admodum ſereno, ſed ſolo nive obruto, in area ſubjecta arci dirutæ, nec ita multum diſtante ab ipſo tholo, obſervationem habuimus copioſam inter ipſam nivem, determinata etiam diſtantia, & poſitione loci, in quo obſervatio peragebatur, a tholo, in quem ex aliis locis collineabamus, quod ubique accurate præſtitimus. Illud tamen hic potiſsimum nobis obfuit, quod & alibi ſæpe, ut loca maritima ad meridiem ſub Sole ſita ſe aſpectui ſubducerent, quadam obtecta veluti nubula, & deliteſcentia in umbra ſua, quod ubique meridianis locis per hyemem accidit, & quavis anni tempeſtate occidentalibus veſpere, mane orientalibus. In-

de autem Romana via Aculam, quam nunc *Aquam pendentem* dicimus, extremam Pontificiæ ditionis urbem ex ea parte, & Hetruriæ finitimam delati sumus, cujus in ima quadam veluti concha depressæ positionem ægre omnino, nec vero tum quidem penitus, sed in alio deinde itinere per loca ad dextrum Romanæ viæ latus posita determinavimus. Regressi postridie aliquantulum Romana via, per oppida Verentaneum (nunc *Valentano*) & Caninum ad mare defleximus.

Per oram maritimam Graviscæ, Cornuetum, Centumcellæ: inde Tolfa, & Bracciano iter Romam.

99. Graviscis (nunc *Montalto*), in oppido ad mare sito, & jam fere penitus diruto, finibus Hetruriæ proximo, observationes habuimus, vespere in primo adventu, tum insequenti die primo mane; unde per oram maritimam Cornuetum delati sumus, urbem itidem insalubrem, turribus editissimis ingenti numero ita confertam, ut sylvam quandam cupressis consitam procul ispectanti referat, & certam deligenti turrim ad positum determinandum, mutato ipsorum turrium prospectu, facile imponat. Meridie in editissima Faniorum turri observationes peregimus, tum Centumcellas, celeberrimum maritimum emporium nocte jam intempesta devenimus, ea nocte, quæ diem 12 Decembris consequitur, qua nocte Lunarem ibidem Ecclipsim observare cupiebamus. Verum, nec eo maturius devenire licuit, ut quæ necessaria ad observationem erant, pararemus, & nubes, cælo per totam noctem obducto, phænomeni conspectum eripuerunt. Observationibus ibidem peractis, & aliquot excursionibus inde factis, montes, relicto mari, conscendimus, ac Forum Claudii, nunc *Tolfam* dicunt, tum quod supra nominavimus Braccianum adivimus, inde Romam decima nona Decembris die regressi sumus.

Observationum ratio in toto itinere, perquisitio mapparum.

100. In omni autem hoc itinere (in quo urbes tantummodo, ac oppida præcipua nomino, vel quæ observationibus geographicis aptiora sunt, innuo, quod & in posterum præstabo, omissis reliquis) ubicumque, vel in ipso itinere, vel in oppidis, ac pagis, & vicis, ad quos dela-

delabebamur, se rei bene gerendæ præberet occasio, editissima continuo loca conscendebamus, turres campanarias in primis, & locorum, quæ inde videri possent positionem definiebamus, vel quadrantis minoris ope, vel alio instrumentorum genere tractatu faciliorum, ubi methodos plures, pro locis potissimum proximioribus adhibuimus cum fructu, quas quarto fortasse opusculo innuam. In urbibus autem, atque amplioribus oppidis, apud Magistratus, ad quos litteras Pontificiâ auctoritate conscriptas, ut & ad Episcopos, habebamus, excutiebamus diligenter quidquid mapparum esset, vel ejus generis monumentorum, quod ad finitimorum locorum, & fluviorum in primis positionem pertineret; quæ quidem paucis admodum in locis totius Pontificiæ ditionis satis accurate definita invenimus, fere ubique nimirum neglecta.

Observationum impedimenta a binis sacrorum Præfectis in binis pagis.

101. Illud autem hìc nequaquam omittam, non rusticos tantummodo, & monticolas, sed & cultiores homines aliquando in pagis, quamvis id quidem admodum raro nobis accidit, licet Pontificias viderent litteras, nostris observationibus obstitisse. Est prope Vulsiniensem lacum nunc di *Bolsena*, exiguus S. Laurentii pagus in ipsa Romana via, ubi etiam equos rhedarii mutant. Cum eo transeundum esset, & a sacerdote Pagi sacrorum Præfectò exposceremus, ut campanariam aperiret Turrim observationes instituturis, diu obluctatus ita obstitit, ut vix demum litteris Pontificiis ostensis, & minis etiam incussis, cesserit. Accepimus paullo post ab incolis persuasum illi, latere in ea ipsa Turri thesaurum olim abditum, quem viatores nonnulli præcedentibus diebus quæsierant. Alius alibi, quamquam incredibili cum modestia accedentes, multo durior atque asperior acerrime repulit iterum, atque iterum, post inspectas etiam Pontificias litteras, nec profuit quidquam contestatio nobilis amici, qui Romæ me noverat, & ibi tum, ut apud ipsum diverteremus, ad ædes sane pro loco magnifi-

cas

cas nostro adventu cognito humanissime rogatos deduxit. Ne Turrim nobis ipse concederet Curator ille sacrorum, aut in ea se præsente aliorum auctoritate conscenderemus, quod & accidit, se e pago proripuit, nec nisi post discessum nostrum regressus est, qui deinde Romam evocatus, increpatusque, errorem suum sero demum agnovit. Usque adeo vana nescio quæ superstitio homines dementaverat.

Mora in Urbe: iter ad ostium Tiberinum: exundantia ipsius Tiberis.

102. In Urbe tanquam hyematuri constitimus per mensem circiter, tempestate admodum pluvia, & observationibus inepta. Sub finem autem Januarii mensis insequentis anni 1751, ad Tiberis ostium missi sumus, ubi in postrema exundatione Tibris præcedenti mense repagula omnia labefactaverat, quibus in ipso ingressu in Tyrrhenum mare coercetur, ut naves velocitate fundum excavante, & aggestas a mari arenas dimovente, possit excipere. Eo libenter profecti sumus, tum ut, si quod imminenti malo remedium se offerret, proderemus, & Urbis commercio consuleremus, tum etiam, ut finitima loca, & utrumque Tyberis ostium, ac oram littoris, & turrium maritimarum situs definiremus. Vix eo deveneramus, cum iterum imbribus assiduis confluente undique immani aquarum vi, exundare amnis, & alveo relicto universos circum campos obruere; quo quidem tempore Roma iterum cimbulas vidit per urbis compita circumcursantes. Abest is locus a Portuensi urbe binis passuum millibus, nec ullas fere habet ædes præter publicas quasdam & arctas, & humiles, in quibus diversabamur, ac Turrim ad ostii tutelam extructam olim in ipso littore, nunc arenarum aggestione facta, remotiorem aliquanto ab ipso mari. Cæterum tuguria tantummodo piscatorum visuntur aliqua, & stramineæ casæ, in quibus tum quidem trecenta circiter capita Piscatorum, Nautarum, & Operarum ad ostii ipsius tutelam, ac reparationem pecunia publica conductarum versabantur.

Periculum ingens a fame ob diuturnum annonæ defectum.

103. Ubi primum erupit fluvius, ita brevi excrevit,

ut

ut casas omnes, & tuguria occuparet. Nostræ etiam domus atrium impleverat aqua, & jam scalis ad superius tabulatum conscendebat, non sine aliquorum metu, ne nos obrueret, quod in tanta maris vicinia, quo se aquarum moles effundebat, fieri omnino non poterat, nisi forte ipsarum aquarum vis convulsas potius ædes evertisset. Longe gravius a fame periculum. Per octo integros dies obsessi constitimus, & nobis quidem annona non defuisset, sed miserabilis nos angebat tot inopum turba omni alimento destituta, cum quibus, quæcumque parata pro nobis fuerant, partiri erat opus. Admodum difficulter ad Portuensem urbem contra fluminis impetum per undantes campos naviculam misimus, ut panem adveheret, sed vix ullus ibidem inventus panis, in urbe nimirum penitus diruta, intra quam vix nunc quidem viginti homines vivunt. Ipse ille Pistor, qui panem Rusticis circumjacentibus, & ipsum ostium Tiberinum incolentibus sufficit, profugerat per eos dies ære alieno gravis, nec farinæ quidquam, nec frumenti reliquerat. Res erat sane commiseratione dignissima, & quæ lacrymas, vel invitis eliceret, cum tantam miserorum turbam videremus in summis tuguriis, in cimbarum malis pallentes, trepidantesque, ac panem inclamantes exaudiremus.

Religiosus vir, & nobilis adolescens periculo subducti.

104. Et primo quidem die, cum forte campos, ac ripas telescopio circumspicerem, repente mihi sese obtulit fere mille passibus procul religiosus vir e Minimorum familia, cum egregiæ sane indolis adolescente, qui inter densos cespites, dum e Portuensi urbe ad naviculam suam descenderent, undis circum affusis cohibiti, frustra manus tendebant, & inclamabant, nec conspecti, nec exauditi. Cimbam illico, cum peritis hominibus eo dimisimus, & in nostras ædes advectos communi mensa nobiscum excepimus per eos dies. Erat autem is quidem nobilis Helvetius Adolescens, qui ad suos in Neapolitano regno militantes a matre missus, argento spoliatus omni in itinere, omnibus jam rebus ad iter necessariis care-

carebat. Quem Romam reductum, ad suos Neapolim transmisi deinde incolumem.

Nuncius Romam missus: inde annonæ subsidium.

105. Ingravescente igitur malo, & Tiberis tumore obfirmato, de nuncio Romam mittendo per affusos campos, neque enim contra fluminis impetum licebat ascendere, diu consultatum, ac demum ægre inventus est, qui cimbula exigua vectus cum binis remigibus tantum adiret periculi, qui quidem vix integro die per quinque milliaria ad proximos evasit colles, unde Romam citato cursu perrexit. Verum jam ex Urbe Magistratus de nobis, de militibus, de tanta inopum turba solliciti ingentem annonæ vim validiori navi impositam secundo fluvio demiserant, quæ quidem ad extremam necessitatem adductis peropportune advecta est, nec ita multo post undarum resedit furor, & Tybris alveo sese suo restituit.

Valli labes: navium periculum.

106. Per eos autem dies nobis prospectantibus moles omnes ad ostium ipsum ingenti vallo, & tabulatis extructæ hinc, & inde ab amnis alveo, quas priore exundatione Romana labefactatas diximus, convulsæ, & ex altera parte penitus in mare illatæ sunt, & confractæ, ex altera inclinatæ, prostratæque ita, ut nulli usui jam esse possent; ac una ex iis noctibus parum abfuit, quin quidquid aderat onerariarum in ipso fluminis ostio periret, cum una ex iis amplior aquarum impulsu assiduo vallum, cui alligata fuerat convellere jam cæpisset, cui malo ægre inter nocturnas tenebras remedium adhibitum.

Auctoris scriptum de re tota Mappa Mairii Tiberinæ insulæ. Alter excursus eodem, & valli reparatio.

107. Ego quidem & phænomena omnia per eos dies, & locorum situs, diligenter expendi, ac meam de re tota sententiam longiore scripto Romam redux magistratibus tradidi, illud indicans, quas tanti damni crederem caussas, quid remedii censerem esse imposterum adhibendum, ne similes exundantiæ fluvii, quas nec ab ostio pendere, nec penitus summoveri posse arbitror, penitus iterum omnia vertant, ac proruant. Mairius autem mappam etiam Tiberinæ insulæ diligenter delineatam

tam adjecit. Porro nos quidem, reducto in alveum Tiberi, Romam illico regressi sumus, unde iterum cum aliis earundem rerum peritis ad decernendum demum, quid facto opus esset, haud ita multo post eodem redivimus. Ad vallum vero deinde restituendum biennio fere ingens operarum numerus desudavit.

108. Interea ad basim dimetiendam prope ipsam urbem Romam nos comparavimus. Ejus locum invenimus in longo Appiæ viæ tractu Albanæ, & Romanæ urbi interjectum, aptissimum sane e regione Januarii montis, cum quo satis idoneum triangulum contineret. Eam viam jamdiu a viatoribus derelictam, ob lapidum, quibus olim constrata fuerat, loco dimotorum incommodum, viginti circiter ab hinc annis, fere penitus eruerunt ii, qui ad Romana sternenda compita, lapidum ingentem vim inde transtulerunt in Urbem, ut idcirco identidem tantummodo extent lapides editiores illi, qui hinc, & inde viam mediam apud Romanos coercebant. Pluribus autem in locis jam & aratro dimota terra segetes proveniunt. Hinc, atque inde continua visitur sepulchrorum antiquorum series, quorum tamen nonnisi rudera quædam extant, & parietinæ aspectu horridæ, quæ tamen, cum iis ipsis veteris viæ lapideorum laterum vestigiis nobis plurimum profuit. Nam omnis ille ejusdem tractus qui ab urbe Roma ad Albanam portam porrigitur, rectissimus omnino est. Assurgit illa quidem nonnihil prope S. Sebastiani ædem, ubi ingenti gyro erigitur lapidea mole sepulchrum Metellæ cum veteri inscriptione adhuc incolumi, apud antiquitatis studiosos celeberrimum. Inde visitur constrata viæ pars, qua ubi nonnihil processeris, Albanæ portæ adiacentem editam veterem Turrim conspicis per medium viæ ductum, inter binas sepulchralium ruderum veluti lineas, ut de directo positu dubitare non liceat.

Basis delecta in Appia via.

109. Pro altero igitur basis extremo ipsam Metellæ molem delegimus, punctum nimirum illud, quod in eadem via

Basis extremi fines: ejus opportunitas: periculum a canibus.

via mediæ inſcriptioni reſpondet ad perpendiculum, alterum autem, ubi infra eum locum, quem *Frattochias* dicunt, tribus circiter ab Albana porta milliariis ipſa via interrumpitur pomario, circumſepto qua muro, qua maceria, ad Columnenſium familiam pertinente, & ipſorum villulæ ex oppoſita viæ parte reſpondente. Ibi autem paullo ante maceriam ipſam lapidem in editiore loco, baſis dimenſæ finem, effoſſa humo condidimus, certis circum ſignis adjectis, quo deinde facilius inveniri poſſet. Profuit ſane nobis illud, quod via ipſa a nullis jam viatoribus frequentaretur, ne quis nimirum opus inchoatum interturbaret, verum ipſa tanta ſolitudo parum abfuit, quin & exitio mihi fuerit ſemel potiſſimum. Cum enim uno tantummodo comitatus homine ad locum, ubi præcedenti die menſuram abruperamus, incederem, e paſtorum mapali viæ jam deſertæ proximo immanis ſe... octo ingentium canum effudit vis, quorum impetum capto tumulo, & denſam ejaculantes lapidum grandinem, diu colluctati ægre compreſſimus, uno graviter vulnerato, cæteris a Paſtoribus, qui e longinquo accurrerunt demum, revocatis. Hujus baſis menſuram cepimus ineunte Aprili menſe, & bis incredibili aeris intemperie, & imbrium vi coacti abrumpere, ac Romam regredi (initio enim prope Metellæ ſepulchrum ad alterum caput baſis, ſub finem vero in Albana urbe alteri capiti propiore noctes tranſegimus) vix demum progreſſo jam Majo menſe abſolvimus.

Inſtrumenta ad baſim dimetiendam neceſſaria: tria tigilla: virgæ ferreæ duæ.

110. Inſtrumenta in ea dimenſione adhibita erant hujuſmodi. Habebamus tria illa tigilla ternarum menſurarum ſingula, quarum quælibet continebat palmos 9, utrique autem ſingulorum capiti adſcripti erant numeri 1, 2, 3 eodem ordine, quo collocari debebant in directum. Singula itidem tigilla habebant quatuor horizontales lamellas ex auricalco infixas ſibi, quarum binæ ad extrema capita, binæ ipſis ad eaſdem diſtantias interjectæ, per exigua puncta in iis notata tres illas menſuras diſtinguebant.

bant. Aderat regula ferrea illa 9 palmis longior, in qua intervallum 9 palmorum bina tenuissima puncta denotabant. Alia ferrea regula habebatur ipsi par cum binis cuspidibus sibi perpendicularibus, quarum altera fixa, altera mobilis ipsi regulæ ferreæ per cochleam firmissime adnectebatur ita, ut cuspidum intervallum produci ad libitum posset, vel contrahi, quod instrumentum appellant fidelem circinum, ob cuspides parallelas, & firmissime connexas. Hujus ope pluribus vicibus singulis diebus, e priore regula eruebatur mensura illa palmorum novem, & transferebatur in lamellas tigillorum, ut innotesceret, quantum ex aeris mutatione singula ipsorum intervalla mutata essent. Qua autem methodo per transversas quasdam lineolas in lamellis inscriptas hæc ipsa productio minutissime deprehendi posset, in IV opusculo exponam.

III. Præterea aderant tripodes sex cum horizontali plana mensula regulæ ligneæ crassæ verticali affixa ita, ut elevari posset, & deprimi, ac ope cochleæ, ubi liberet, detineri, cum ligneis amplioribus, sed gracilibus cuneis imponendis mensulæ, & capiti tigilli supponendis ad elevationem ipsius augendam nonnihil, vel minuendam. Libella etiam aderat ex tubo liquore pleno cum bullula aeris, instrumentum notissimum, & pendulum e filo tenui. Accedebat Reaumurianum thermometrum ad definiendum caloris gradum. Hic erat omnis instrumentorum apparatus. Operas præterea quatuor conduxeramus, cum puero, qui omnibus præsto esset. Hoc autem ordine procedebamus in dimensione. *Tripodes, cunei, libella, pendulum, thermometrum.*

112. Constituebatur primum tigillum super binas binorum tripodum mensulas in directione basis, & in plano horizontali, tum super secundam mensulam, & tertiam secundum tigillum, super tertiam, & quartam tigillum tertium. Ubi tertium collocatum esset, dimovebatur loco suo primum, & super quartam, & quintam mensulam collocabatur. Una ex Operis erat Faber murarius manu, & ingenio promptus, cujus curæ commissum erat, *Dimensionis ratio: cura primæ Operæ disponentis tripodes.*

 ut no-

ut novum tripodem collocaret in directum cum prioribus in distantia debita ab eorum proximo, quam funiculo metiebatur, cujus ipse alterum caput, alterum in media priore mensula tenebat puer, vel nostrum alter. Curabat itidem, ut mensula horizontalis esset, quod facile præstari poterat, puero, ubi solum horizontale non esset, saxa, vel cuneos supponente iis binis pedibus, qui mensula horizontaliter collocata elevati essent a solo. Ut autem ad eandem horizontalem proxime alitudinem jaceret mensula, id præstabat ipsam elevando, vel deprimendo, dum in eodem jaceret plano cum reliquis, teste oculo ad ejus marginem collocato, tum in ea ipsam positione obfirmando ope cochleæ.

Cura transferentium tigilla.

113. Dum hæc ille pararet, bini alii homines tigillum novum transferebant singuli singula tenentes capita, & imponebant postremæ e prioribus mensulis, & huic novæ. Id autem præscriptum fuerat, ut posterius tigilli caput priori mensulæ imponeretur summa cum diligentia, ne quidquam ipsa mensula cum tripode commoveri posset; nec vero ad contactum deveniret novum tigillum cum priori, quo minus esset periculum ipsius commovendi, sed caput capiti proximum collocaretur, cujus superficies superior, si forte non penitus, ob exiguam aliquam mensulæ inclinationem, in eodem esset plano cum superiore proximi tigilli superficie, elevabatur nonnihil ope duplicis cunei, aciebus in contrarias partes directis; ut autem id novi tigilli caput elevari deberet, non prioris, præscriptum fuerat ei, qui tripodes, & mensulas collocabat, ut antrorsum potius nonnihil pendentem collocaret mensulam, quam retrorsum.

Ratio, qua directio debita obtinebatur.

114. Interea nostrum alter ad caput postremi tigilli directionem novi manu indicabat, prospiciens Albanam portam per ductum reliquorum binorum, & ductum itidem mediæ viæ a veteribus sepulchrorum ruderibus satis indicatum, vel ubi, quod raro admodum contigit, viæ situs aliquanto demissior, aut nebula, perspectum

Alba-

Albanæ portæ eriperet, prospiciebat perticas, quas tum erecto positu defigebamus pluribus locis in media via, cujus marginis frequentia occurrebant indicia. Is nimirum, qui tripodem cum mensula collocaverat, suum tigilli caput commovebat in dextrum, vel lævum latus ad nutum ipsius, dum posterior ex iis, caput alterum tigilli manu elevabat tantillum supra priorem mensulam, ne qui interea motus in ea cosequeretur.

115. Nostrum alter libellam imponebat tigillo, quæ si ejus inclinationem aliquam proderet, statim is, cui mensulæ cura demandata fuerat, eam nonnihil elevabat, deprimebatve, ut opus erat, iis, qui tigillum detulerant, adsistentibus, & ipsum vix quidquam elevantibus, ne in priori mensula motus aliquis accideret, ac, mensufulâ novâ elevatâ, vel depressâ, restituentibus, donec libella horizontalem positum proderet. Aliquando autem & cunei duplicis ope anterius hoc tigilli caput elevabatur, vel mensula in latus pendente nonnihil, ad horizontalem positum redigebatur. Et quidem hæc omnia exercitatis aliquantulum Operis admodum expedite, ac tuto præstabantur. Ea autem curabantur ad superstitionem usque, licet tripodum, & mensularum soliditas omnem metum motus cujuslibet e tigillis prius positis summoveret. Semel autem accidit, ut subitus venti immanis impetus tigilla, & tripodes everteret; quo casu iterum ad locum, unde primo mane discesseramus, regressi sumus cum mensuris. Qua positio horizontalis.

116. Novo tigillo constituto accurrebamus ad posterius novi, & anterius veteris tigilli caput, & circino assumebamus intervallum exiguum illud inter puncta lamellarum ipsis tigillorum capitibus affixarum, quod transferebamus in scalam Tychonicam partium tenuissimarum, & distantia ipsa consignabatur in libello, in quo tabula pro mensuris parata fuerat, quatuor columnas continens, quarum prima numerum exprimebat mensurarum, terna simul tigilla continentium, secunda inter- Notatio intervallorum: ratio notationis.

val-

vallum inter tigilli tertii caput anterius, & primi posterius, tertia inter primi anterius, & secundi posterius, quarta inter secundi anterius, & tertii posterius, ac in vertice scriptum erat *ad primum, ad secundum, ad tertium*; unde fiebat, ut nec in numero mensurarum errare possemus, cum in quavis nova collocatione novus numerus loco suo scribendus esset, nec, nisi ternarum mensurarum numeri omitterentur, possent reliqui consentire cum numero ipsis tigillorum capitibus adscripto. Ubi enim ad tertium ex.gr. procederetur tigillum, distantia conscribenda fuisset in ea columna, quæ ad caput haberet *ad secundum*. Porro tabellam ipsam summa diligentia parabat Mairius, qui & numeros conscribebat incredibili cura, ac conscriptis etiam numeris, plerumque iterum capiebatur intervallum ipsum, quod ante etiam frequentissime uterque nostrum cum scala seorsum contulerat.

Tripodum, & instrumentorum translatio: usus thermometri.

117. Quarta Opera tripodes transferebat, ut primæ præsto essent, ac eam capsulam, in qua ferrea longior regula cum fideli illo circino, & Reaumeriano thermometro servabatur alicubi in umbra, quo thermometro caloris etiam gradum identidem observabamus, ut de ferreæ novem palmorum regulæ longitudine constaret, quod quidem admodum diligenter præstabatur, licet in climate temperato, & virga Soli nunquam exposita, per quam exiguum intra eundem diem observaretur discrimen. Medius autem caloris gradus hujus mensuræ tempore prope virgam fuit 17 supra numerum 1000, qui glaciem denotat.

Quid, ubi solum inclinabatur, ad horizontem.

118. Ita autem licebat procedere, ubi solum diu fere horizontale perstabat. Ubi autem inclinatio aliquanto major mensulam vel elevare plus æquo coegisset, vel deprimere; tum vero anterius prioris tigilli caput non mediæ mensulæ imponebatur, sed procurrebat ultra ipsam, ac ultra alteram mensulam procurrebat itidem caput posterius tigilli novi, vel elevatum magis, vel depressum, ut res ferebat, ut nimirum mensulæ posteriores adhuc deprimi possent magis, vel elevari ad positum tigillorum hori-

horizontalem habendum, & pendulo demiſſo curabamus ut capiti alteri, alterius capitis ſitus reſponderet, vel circino capiebamus inferioris diſtantiam a filo penduli. Id quidem raro opus erat, cum & viæ ductus pluribus in locis ad horizontalem poſitum ſatis accederet, & menſulæ, non ita exiguo intervallo elevari poſſent, ac deprimi. Idcirco autem ſex tripodes requirebantur, ut ſi alicubi nimis declivè, vel acclivæ ſolum eſſet, & ad novas quaſque tigillorum poſitiones pendulo utendum foret, binis quodque tigillum menſulis imponi poſſet. Id ſolum in exiguo poſtremæ baſis tractu nobis contigit, quo in editiorem locum evaſimus, ut inde proſpectus pateret in alterum baſis extremum, & Januarium illum primum poligoni montem, qui cum ipſa baſi triangulum debebat conſtituere, primum omnium dimenſionum principium, & normam.

119. Ubi autem opus abrumpebamus vel adventante nocte, vel imbrium vicino metu, ex anteriori tigilli capite demittebamus pendulum in excavatam foveolam, & laterem, in cujus ſuperficie linea tranſverſa deſignabatur, admovebamus filo penduli ita, ut ab eo lateris ipſius facies raderetur e regione ipſius lineæ deſignatæ, ac laterem condebamus: tum ubi opus iterum reſumebatur, detecto latere, idem tigillum collocabatur penduli ope in eodem ſitu præcedenti, vel novum ita, ut pendulum ex ejus capite demiſſum raderet eundem laterem. Quid, ubi abrumpebatur, ac reſumebatur.

120. Hac dimetiendi methodo nec humi reptare cogebamur, ut cum Bouguerio Condaminius, nec tigillorum motum pertimeſcebamus, & ſeptingentas, vel octingentas hexapedas metiri in dies ſingulos nullo negotio poteramus, ut octo, vel novem diebus totum opus abſolveretur. Verum aeris inclementia, & imbrium vis coegit nos ſæpius opus abrumpere, & bis, ut monui in deſperationem actos Romam redire, ne & nos in ea ſolitudine necquidquam commoraremur, & operas pretio conductas fruſtra detineremus. In ipſa autem menſura nos Dimenſio baſis, bis interrupta: abſoluta diebus 12. ejus longitudo.

nos exercuimus per dies tantummodo 12, quam die octava Maii absolvimus, nec eam basim iterum dimetiri libuit, cum ipsa uti decrevissemus pro basi verificationis, ut ajunt, & alteram in Ariminensi littore æquiore solo multo facilius bis dimetiendam pro basi præcipua destinaremus. Invenimus autem reductionum omnium ratione habita, in ea basi palmos 53562.$\frac{1}{2}$ quos, hexapedæ modulo recepto, constitit valere hexapedis 6139.$\frac{1}{2}$ quamproxime a media inscriptione Metellæ, ad lapidem defossum in tumulo Frattocchianæ illi Columnensium maceriæ proximum. Invenimus enim mensuram nostram palmorum novem continere lineas pedis Parisiensis 891.$\frac{10}{100}$, quarum hexapeda continet 864, adeoque esse ad illam ut 89130 ad 86400, sive ut 2971 ad 2880.

Mairius ad Comitia delectus: quid actum interea.

121. Instabant interea Societatis nostræ Comitia ad novum Generalem Præpositum deligendum, ad quæ Anglicana Provincia Mairium destinaverat, pro altero e binis electoribus suis, quæ in diem Junii 21 indicta fuerant, & is ad eum diem Romæ debebat adesse iterum. Id quidem, ut & nondum absolutus quadrans, in causa fuit, cur de poligoni angulis dimetiendis per æstatem, quæ sane ei operi aptissima omnino est, cælo plerumque sereno magis eo anni tempore, & minore in montuosis locis caloris vi, consilium capere non liceret. Utrumque enim ea res, si satis accurate perfici debeat, Observatorem requirit. Libuit itaque, ne id omne tempus, quod ad Comitia supererat, sine fructu præteriret, eam Latii veteris lustrare partem, quam nunc Maritimam provinciam appellant, & Campaniam, ac ad Occidentem Tyberi, & Sabinis, ad Boream Appennino jugo, ad Orientem Neapolitano Regno, ad Meridiem Tyrrheno mari concluditur, ut locorum positus definiremus ad geographicam mappam corrigendam.

Iter Roma Tarracinam per oram maritimam tum Norbam usque.

122. Die igitur Maij decima septima Roma cum minore quadrante digressi sumus, & per Gandulfi arcem, ubi ex ædibus Pontificum rusticationi destinatis, observatio-

vationes inivimus; patet enim in omnem maritimam oram prospectus, per Albanam, ac Velitrensem urbem, observationibus utrobique institutis, Antium adivimus, ubi apud Eminentissimum Cardinalem Corsinium, ibidem enim cum universa familia rusticabatur, hospitati sumus, & tum in ipso eorum palatio, tum in edita Costagutorum villa coram tot nobilissimis hospitibus observationes habuimus. Inde per oram maritimam Circærum, ac Tarracinam, tum Romana via Privernum, & Setiam adivimus, ultra quam urbem excursu facto Serminetam devenimus, & Norbam observationibus ubique institutis, præter ipsum Circæi montis verticem, ad cujus radices in turri, quam Paulam dicunt, pluribus diebus immani nebula occupante cælum, & ipsum montem, nec sine nubibus aliquando, & imbre, incassum commorati, ex altero montis latere in edito sancti Felicis pago observationes inivimus, ac montis accessu desperato, locum reliquimus, ad quem Geometriæ practicæ peritum Juvenem hoc demum anno cum quadrante, vicinos enim tum agros metiebatur, submisi, qui inde etiam Vesuvii verticem e fumo cognitum, cum Antio, & pluribus Latii locis conjunxit.

123. Norba retro cursum refleximus, ac in editissimum, & aptissimum observationibus Geographicis evecti pagum, incolæ appellant *Rocca secca de Massimi*, per angustas fauces trajecto jugo montium, quod maritimam Provinciam a Campania dirimit, Frusinonem devenimus, inde Pophium, & Cepranum, quod oppidum in ipsis est Regni Neapolitani finibus via Romana, quæ Cassinum ducit; unde Arcenum montem conscendimns, & Soram delati sumus, quæ loca in Neapolitano quidem regno sita, sed in ipsis finibus, & observando Pontificiæ ditionis tractui opportuna, non omittenda censuimus, cum potissimum hujus ipsius Romanæ Provinciæ Collegium Soræ habeamus, & fas esset omnino, ut in tanta vicinia cum nostris sacrum Pentecostes diem celebraremus, quo

Iter Norba Soram usque.

die multo ante Meridiem eo devenissemus, nisi nos diu effusus imber, & grando, qua totum repente solum est obrutum, in fædissimo stabulo detinuisset.

Iter Sora Civitellam usque. Treba: Sublacum.

124. Soræ biduo commorati, & observationibus institutis in Pontificiam ditionem regressi sumus, ac per oppida Montem S. Joannis, & Bovillas nunc *Bauco* Verulum, ac Alatrium devenimus. Inde Fumonem conscendimus oppidum editum, & toti Campaniæ imminens, cujus ingens tractus inde facile observari poterat; tum ad dexteram deflexo itinere nos intra montes abdidimus asperos Trebam usque, nunc *Trevi*, oppidum olim & frequens, & nobile, quod in angusta Anienis valle quatuor circiter passuum millibus infra ejus fluvii fontem, & Feletinum oppidum jacet, montibus editis circumseptum ita, ut ægre admodum ejus positio definiri possit. Positione tamen ipsa utcumque definita, Anienis ductum sequuti per loca admodum aspera Sublacum devenimus Divi Benedicti cœnobio, & sacro celebrem specu, tum in editum pagum ascensu horrido sane evecti sumus, *Civitellam* vocant, opportunum observationibus locum, quas tamen ægre, nec nisi postridie instituere licuit, partim imbrium immani intemperie, quos in toto fere hoc itinere, licet Junius mensis esset, omnino præter reliquorum annorum morem experti sumus viæ, & observationum nostrarum comites infestos, ac molestissimos, partim ejus inurbanitate, qui ibidem sacrorum Curator, accessum in campanariam turrim interdicebat. Ibi enim accidit, quod num. 101 narravi pluribus.

Iter inde usque ad pagum & montem *Guadagnolo*.

125. Ex eo oppido Palianum descendimus, celebrem Columnensium familiæ arcem, cujus vertex summus copiosissimæ observationis opportunitatem exhibuit. Inde Anagniam nobilem, & opulentam urbem; tum Campaniæ valle trajecta, Signium devenimus in urbem ad montium latera sitam, Ferentino, cujus positionem ex pluribus jam locis definiveramus, relicto in medio Anagniam inter, & Frusinonem. Hic rursum immani imbrium vi deprehensi

prehensi biduo constitimus, tum ipso solemni die, quem *Corpus Domini* dicimus, urgebant enim angustiæ temporis, ubi primum illuxit, turrim Campanariam conscendimus, & cælo admodum sereno, flante ita acriter Borea, ut in ipsa æstate immani frigore contremisceremus, copiosam admodum observationem instituimus; deinde vero sacris rite peractis, equos conscendimus, & paullo ante Meridiem advecti in oppidum, quod nunc dicitur *Valmontone*, aliquibus vero est vetus Labicum, in magnificentissimo Pamphiliorum Palatio, quorum juris est ipse locus observationibus institutis, Præneste per summum meridianum æstum adivimus, ubi per aliquot commorati horas, re bene gesta, proximum montem conscendimus, in quo & pagus exiguus est (ibi autem erat olim urbs ipsa) ac in ipso pago companaria turris, ex qua prospectus fere circumquaque longissime patet. Ibidem ad noctem usque perstitimus, tum montoso admodum, & molesto itinere nocte jam intempesta, assiduo labore fessi, delapsi sumus in oppidum in ima situm angusta valle ad radices editissimi montis, quem cum exiguo pago ipsi summo vertici imposito dicunt *Guadagnolo*. Oppido nomen Poli, quod ad nobilissimam pertinet familiam de Comitibus, & magnificentissimæ adjacet eorum villæ, quam dicunt Catenam. Reparatis nocturna quiete viribus, insequenti die, primo mane in ipsum pagum evecti sumus, ex quo multo etiam longius, quam ex illo Januario monte paucis inde millibus disjuncto prospectus patet in omnem Sublacensem vallem, in universam circum Campaniæ oram, & ultra eam in regnum Neapolitanum, ultra Romanam urbem in Mediterraneum mare, ultra Sorianensem Ciminum montem in ipsam Hetruriam.

126. Observationes ad loci puteum extantem alte instituimus, tum ad alterum montis latus prope celeberrimam per ea loca Beatæ Virginis ædem, *Mentorellam* appellant, in edita rupe, in qua S. Eustachii sacellum, ut vulgo ibi creditur, cervi ibidem cum cruce visi in alta fronte, memoriam

Iter inde usque ad regressum in Urbem.

moriam servat; ac iterum conscenso summo monte, eodem regressi sumus, unde mane discesseramus. Inde sequenti die, trajecta amplissima valle, in Tusculanos montes evasimus, ac in editissimo pago, *Rocca Priora* dicitur, nocte transacta, & observationibus habitis, insequenti die laboriosissimo sane, primum quidem trasmissa valle, quæ Algido subjacet, in eum ipsum Velitrensis montis conscendimus verticem, in quo in postremo Italico bello prius quidem Germani brevem, tum iis inde pulsis Neapolitani, atque Hispani stationem habuerunt admodum diuturnam, ac circa meridiem in ardentissimo Sole commorati per horas tres ob ingentem loci opportunitatem, Cinthianum descendimus nunc *Gensano* Cæsarinorum oppidum amœnum, & frequens, ac observationibus in colle proximo ad pedem semidirutæ turris institutis, declinante ad occasum die ingenti gyro, Aricia, quod Ghisiorum oppidum est, Arce Gandulfi, Marino, Columnensium oppido, Tusculum multa jam nocte devenimus in celebrem Romani hujusce Collegii villam, ex qua insequenti die Romam regressi sumus Junii tertiadecima, tanto itinere cum observationibus tam multis breviore quam unius mensis tempore peractis.

Albanus mons cur omissus.

127. In hoc itinere Albani montis verticem opportunissimum itidem observationibus astronomicis, longissime enim circumquaque prospicitur, omisimus, quod & ibi aliàs Mairius observationes instituerat plures, & ex ipsa Tusculana villa facile erat eo feriarum autumnalium tempore insequentibus annis excurrere, quod ipsum deinde est præstitum. Illud autem hìc omittendum non censeo, quod nos quidem in omnium, quorum plurima subivimus, gravissimum, & præsentissimum certæ mortis periculum adduxit, aliis autem prodesse potest per maris littora iter habentibus.

Præsens gravissimum vitæ periculum.

128. Antio Circæum petebamus, rheda vecti per ipsum littus, quod ostio Fogliani lacus, ita eum appellant, ac pertinet ad Pontinas Paludes, interrumpitur,

nec

nec eo unquam Rhedarius transierat. Significatum autem nobis fuerat, esse quidem in eo ostio aliquid periculi per hyemem, per æstatem omnino nihil: posse nos tuto sequi littoris ductum, qui ad ipsas esset Circæi montis radices facili admodum, & tutissimo itinere rhedam deducturus. Ad id ostium devenimus, & quoniam Custos Turris Paulæ ad Circæi montis radices positæ, ante binas horas equo vectus forte præcesserat, eo suos Rhedarius immisit equos in aquam, ubi recentia ejus equi vestigia observabat, id maxime tutum ratus. Jam per plures passus processerat, cum repente ex adversa ripa Custos ille ipse, qui ibidem in medio itinere ad umbram diu conquieverat, & tum maxime equum conscendebat progressurus, conspecta rheda, quanta maxima voce potuit, inclamare, ac manu indicare, ut consisteremus, ac ad dexteram converso itinere, ab ostio longius per ipsum maris fundum circuiremus. Ubi ad eum longiore gyro deventum est, se quidem agnoscere pronunciat, ac præsentem venerari Divinam providentiam, quæ nos in tanta solitudine salvos ejus ope voluisset. Se videlicet loci peritum eo caute processisse, ut fundi statum perspiceret: invenisse imbrium vi, qui præteritis diebus effusi deciderant, insuetam ea tempestate undarum copiam e lacu ad mare transmissam, ac earum impetu perruptum vadum ita, ut binorum hominum altitudinem præceps hiatus superaret. Eo immissis equis, necessarium omnino fuisse rhedam subsequi, qua & equi, & Rhedarius, & nos oppressi, atque aquis obruti sine ullo effugio perivissemus, quin fortasse, arena iterum opplente hiatum, posset ulli mortalium quidquam de nostro exitio innotescere. Cavendum nimirum id maxime in lacuum, & minorum fluviorum ostiis, ut per maris fundum multo utique solidius, gyro ampliore tam equo, quam rheda facto, evitetur periculum, quod intra ipsa ostia occurrit frequens.

Tentamina irrita pro quadrantis rectificatione.

129. Binis mensibus in Urbe constitimus, quo tempore Mairius Comitiis, ego quadrantis constructioni urgen-

gendæ, quæ nobis absentibus parum admodum progrediebatur, & corrigendis nonnullis, quæ ad telescopia, & micrometra in primis pertinebant, operam dedi. Sub initium Augusti mensis quadrantem demum absolutum recepimus. Paullo post ipsum receptum, ejus rectificationem etiam aggressi sumus, pluribus angulis captis ex editiore specula in ipsis Urbis mœnibus a Cardinali Valentio extructa intra elegantissimam villam suam, ut & integri quadrantis correctio, horizonte toto circumquaque per ipsum dimenso, & singularum partium ad eadem intervalla applicatarum discrimen, quo a se invicem differrent, innotesceret. Sed ea examinis ratio non ita accurata est, ut non plurium minutorum secundorum errorem admittat; quæ quidem cum ex voto nequaquam succederet, ac interea tempus effugeret, illud consultius fore duximus, si ante ipsum quadrantis examen poligoni angulos definiremus, quos deinde, explorato per otium quadrante corrigeremus. Et quidem alia etiam Arimini tentamina instituimus nequidquam, donec, posteaquam in Urbem itineribus omnibus absolutis regressi sumus, construi potuit instrumentum quoddam a me inventum, quod in quarto exponam opusculo, quod ad hujusmodi usus aptissimum fore censeo, ut superius innui, & nobis quidem plurimum profuit.

Cura pro signis in montium verticibus. Ordo itinerum speratus.

130. Curaveram ego quidem interea illud, ut in Sorianensis montis vertice dejectis arboribus, quæ prospectum impedirent, unica relinqueretur, quæ pro signo esset, & tugurii expleret vices. Id quidem auctoritate publica præscriptum fuerat, nec nimio futurum erat incolis damno, quorum quilibet potestatem habet, sternendi quotcumque ejus generis arbores, lignandi causa. Verum nec satis multæ dejectæ fuerant, in dorso potissimum, quod vergit Spoletium versus, nec in ipso nudato vertice unica, sed tres haud multum a se invicem distantes relictæ fuerant, quarum binæ, dum eas ex urbe Roma prospiceremus, in directum positæ cum ipsa urbe,

be, in unicam videbantur coalescere, quæ ipsa cum tertia ita apparebat, ac si bini essent ingentis arboris divergentes rami, quod, ubi eo devenimus, deprehensum sero, mensuras initas primo hoc anno turbavit plurimum. Rogaveram itidem amicum per litteras, ut in ipsis Catriæ, & Carpegnæ verticibus tuguria extrui curaret, ac ad reliquorum tuguriorum reparationem, plura enim per hyemem labefactata fuerant, proximarum urbium, vel pagorum Præfectos per litteras excitaveram. Quibus peractis, sperabam equidem ejus anni autumno, posse angulos omnes poligoni definiri Ariminum usque.

131. Primum, igitur, ut poligoni angulorum mensuram aggrederemur in binis extremis Romanæ basis, signa excitari curavimus, quæ a Januario monte plusquam 24 passuum millibus distante videri possent. Quæ quidem cum, ex editiore loco opticè proiecta in humum videri deberent, alia ratione construenda erant. Tria nimirum tigna crassiora erigi curavimus ita, ut rectæ lineæ, quæ a medio ad extrema tendebant, rectum angulum constituerent, altero latere directionem basis servante, altero vero ipsi perpendiculari ad sensum. Eorum vertices transversis tignis coniuximus, tum crassiore cannabina tela calce illita binas illas facies a medio tigno ad extrema obduximus. Et primum quidem in ipsa summa sepulchri Metellæ mole constituimus, prope murorum pinnas, quæ inscriptioni imminent, cum subiecto altiore tabulato, ubi possemus cum ingenti quadrante consistere; unde prospectus in alterum basis caput pateret, & in Januarium montem; secundum autem in tumulo ipsi alteri basis capiti proximo. Eodem autem die, & angulos ad primum basis caput determinandos suscepimus, quo die parum abfuit, quin & quadrans, ubi primum adhiberi cæperat diffringeretur, & nos ipsi cum iis murariis fabris, qui tabulatum construxerant, periremus.

Signa in extremis basis capitibus.

132. Tota nimirum moles binis trabibus horizonti parallelis innitebatur, quarum altera jam olim fere penitus

Ingens & nostrum, & quadrantis periculum.

nitus in transversum resecta fuerat, sed obductus pulvere sectionis margo non apparebat. Quadrantem ingenti labore sustulerant murarii fabri in eam altitudinem, quem antequam ipsi tabulato imponerent, & nos, & ii tabulatum ipsum conscenderamus; cum subito pressa pondere trabs paulatim cessit, & penitus diffracta est, tabulato partim inclinato, partim collapso. Mairius ex altera parte ad trabem firmam verticale tignum brachiis amplexus hæsit incolumis: ego in majore periculo constitutus, cum mihi solum sub pedibus viderem discedere, prosilui in murum proximum, qui ad pinnarum pedem procurrebat nonnihil, & pinnam utraque complexus ulna ægre periculum evasi. Fabri alii alio prosiliverunt inter saxa ex edito sane loco, nec defuit, qui & vulnus acceperit. Si ex externa molis parte, qua editissimus est murus, nec uspiam procurrit, tabulatum fuisset constitutum, actum omnino erat de nobis, ac si in illud ipsum tabulatum, quod fornici interiori imminebat, una nobiscum quadrans illatus jam fuisset, nulla is quidem ratione in ea subita ruina servari potuisset.

Ratio observationum in singulis stationibus. Observationes ad extrema Romanæ basis.

133. Revocatis a subito terrore animis, & reparandi tabulati cura commissa, observationes in alium diem distulimus, quo die observationes ipsas ad utrumque caput ejusdem basis absolvimus. Hæc autem erat observandi ratio, quam & ibi, & ubique deinde in stationibus omnibus tenuimus. Collocato primum quadrante in situ proxime horizontali, dirigebamus telescopium fixum in alteram e stationibus inde observandis, telescopium autem mobile in alteram, & eodem tempore singuli singulorum telescopiorum ope in eas collineabamus, ne quis interea adveniret motus. Quadrante in eo situ collocato mutabamus teloscopium, ut qui prius per fixum collinaebat, jam collinearet per mobile. Ubi satis constaret fila telescopiis inserta omnino stationibus respondere, angulum, quem mobilis regula ostenderet, æstimabamus alter post alterum, & æstimationem nostram conferebamus

mus, in quam raro admodum quatuor, vel quinque secundis nostra discrepabant judicia, quod ubi accideret, iterum accurate notabamus omnia. Dicam autem in quarto opusculo, qua ratione per divisiones, quæ in limbo qnadrantis aderant, collato prius telescopio mobili cum fixo, quod fiebat semper, æstimationis ipsius judicium efformaremus. Porro singulis angulis observatis, notabamus diligenter distantiam, & positionem centri quadrantis, respectu medii ejus signi, prope quod observatio ipsa peragebatur, cum potissimum in montibus in medio tugurio observationem instituere non liceret. Id autem ad correctiunculam angulis observatis adhibendam necessarium omnino erat, & facilis admodum est ea correctio, de qua fortasse aliquid ipso quarto opusculo.

134. Ubi de omnibus ejusmodi angulis satis constiterat, tum vero, sublata regula cnm teloscopio mobili, & quadrante in verticali situ collocato, ac pendulo adjecto, primo quidem eam, quam rectificationem dicimus, ope duplicis telescopii fixi præstabamus, cujus rationem itidem exponam opusculo quarto, tum altitudines supra horizontem stationum omnium, vel depressiones infra ipsum. definiebamus altero pe telescopium collineante in stationem ipsam, altero eodem tempore observante penduli positum, cujus pondusculum immittebamus in aquam, ne diutius agitaretur, & si ventus forte adesset, instrumento ad ipsum præparato, penduli filum protegebamus.

Observationes altitudinum supra, & depressionum infra horizontem.

135. Iis observatis angulis ad caput utriusque baseos, quadrantem alio die in summum verticem tholi D. Petri cum incredibili operarum labore eveximus, tota enim moles cum lignea capsa, quam ut ad omnes casus tutior esset, crassiorem fieri curaveramus, fere 300 libras pendebat. Ibi observationibus peractis, sed Sorianensi monte ægre trans nebulam prospecto, postridie ejus diei, erat autem Augusti prima, & vigesima, ex Urbe egressi sumus, & Palumbariam delati, ac quadrante in summum

Observationes in summo tholo D. Petri, & monte Januario: iter Sorianum.

evecto montem, primo quidem die per nebulam observare non licuit; secundo observationes habuimus ita tamen, ut & signum ad Frattocchias ægre admodum videri posset, Sole jam obliquo, & tres illæ arbores Sorianensis montis ingentem parerent ambiguitatem. Re tamen utcumque peracta, Romam regressi sumus, & Sorianum adivimus illico, cujus monte conscenso, statim potuit, tres pro una arbores relictas, & nimis paucas circa ipsam dejectas.

Observationes in summa arbore montis Sorianensis.

136. Illud autem in primis accidebat incommodum, quod a summo vertice Spoletium versus montis dorsum paullo humilius, & aliquanto longius, prospectum ex ea parte surripiebat. Optimum sane fuisset consilium, si arbores omnes, quæ in ea directione jacerent, illico abscindi jussissemus, sed incolis id ægre ferentibus, & affirmantibus, posse firmissimum inter crassiores adhuc arboris ramos tabulatum constitui, unde prospectus pateret late, & quo evehi posset quadrans, indulgendum censuimus. Et quidem elato in tabulatum quadrante, quævis aura, utut levissima, concussis frondibus, ita movebat tabulatum ipsum, ut observatio peragi omnino non posset. Sed decussis frondibus omnibus ejus arboris, quæ erat una e tribus relictis, motum admodum exiguum experiebamur ita, ut satis serenum diem nacti, quem ut demum nancisceremur saltem decies in montem conscenderamus sesquihoræ itinere ex oppido, in quo per binas hebdomadas commorati sumus, observationes peragi, tuto inde posse arbitraremur.

Iter Spoletium: observationes Geographicæ in itinere, & in summis montibus.

137. Iis peractis, & ejus arboris frondibus omnibus, & minoribus ramusculis rescissis, altera autem dejecta, ut unica frondescens, ac virens relinqueretur, discessimus inde eodem, quo superiore anno itinere, Ameriam, tum non Interamnam, sed obliquo itinere Spoletium, observationibus minori quadrante habitis pluribus in locis in itinere, quod ipsum in posterioribus omnibus ejusmodi itineribus præstitimus. Illud autem hic semel innuam,

in

in summis montibus, quidquid temporis superesset, id omne impensum fuisse semper in determinandis majore quadrante positionibus earum urbium, vel insignium locorum, quæ caderent sub conspectum, nec post nebulas, vel sub adverso Sole delitescerent.

138. Fionchio in monte felicior extitit observationis exitus, ubi enim primo conscendimus, eodem die cælum invenimus circumquaque admodum sudum, ut & Palumbariensis, & Sorianensis, & Perusinus, & Nucerinus mons admodum distincte conspicerentur. Inde igitur digressi Romana via primo Fulginium, tum Nuceriam devenimus. Distabat inde Penninus mons millibus passuum non amplius quinque, & tamen ægre admodum post horas quinque equis vecti in summum verticem evasimus ad tugurium, quod e Fionchio monte prospexeramus. Verum irritus cessit labor omnis, cælo nebulis, & nubibus tecto pluribus in locis, quæ plurium e stationibus observandis aspectum surripiebant. Quare ibidem aliquandiu necquidquam commorati, quadrante in pastorum montanorum custodia relicto intra tugurium, regressi sumus Nuceriam infecta re.

Observationes in Monte Spoletino: iter Nuceriam, & irritus in montem ascensus.

139. Id quidem cum admodum molestum accidisset, ne iterum tanto lobore irrito necquidquam defatigaremur, in exiguo vico sito ad montis latus, Muscianum appellant, haud ita multo distante a salubribus celeberrimis Nucerinis frontibus, sedem fiximus in rustica domuncula, aberat autem duarum, vel trium horarum itinere a summo vertice. Ibi per novem integros dies commorati sumus, neque enim, nisi rei bene gerendæ spes cælo sudo affulgeret, conscendebamus in montis verticem, quem inde quater adivimus, cum prioribus tribus vicibus, vel ipse ille vertex intra nebulam, dum ascendebamus, se condidisset, vel alii montes inde prospectandi delitescerent. Et ibi quidem cum etiam imbres ingruerent, qui nos in vico ipso plures continuos dies detinuerunt, rogata venia a Nucerino Episcopo, qui nos Nuceriæ exce-

Mora in vico ad ejus radices: Cura divinorum pro humanis non succedentibus.

perat domi suæ, omnium Rusticorum, qui vicum incolebant, Confessiones excepimus, quos ego & concionibus, & cathechesi ad id ipsum disposueram, ut nimirum, cum humana, & Philosophica succederent minus, Divina, & Theologica curaremus.

Observationes in monte perquam incommodæ, sed demum habitæ.

140. Effuso tandem gravi imbre Boreas erupit die 21. Septembris, quo die confestim in montem evasimus. Usque ad Meridiem, eoque amplius nebulæ texerunt verticem, quibus dissipatis, & Spoletinus, & Perusinus apparuit mons, Catria adhuc obtecto. Sed Borea ingravescente tandem, & is emersit e nebulis, & observationem licuit perficere, quam tamen in noctem ipsam produximus. Ita autem intensum erat frigus, dum instrumenta componerem, & in arca concluderem, ut per plures menses manus alterius digitos ægre deinde contrahere potuerim, torpore quodam oppressos.

Terremotus: gravis, & periculosus lapsus, sed insons.

141. Ibidem quodam die, dum multa jam nocte vigilarem adhuc, & litteras ad Cardinalem Valentium darem, quem eorum, quæ gesta erant, bis in hebdomada faciebam certiorem, gravis repente totam domunculam Terremotus concussit, qui quidem haud ita multo ante *Gualdum* vicinum oppidum, & plures vicos everterat, quem ipsum adjeci casum in ea epistola. At multo gravius periculum per eos dies subiit Mairius, & Divina ope evasit. Dum de more montem conscenderemus, itineris dux per breviorem, & fere ad perpendiculum erectam semitam nos quodam die perduxit. Ego quidem ætate floridior, ac viribus, periculo commotus pedes subibam; Mairius gravior annis, equo vehebatur; cum repente fasciâ, qua ephippium pectori equi adstringitur, diffractâ, is cum toto ipso ephippio per equi dorsum retro inter saxa corruit præceps, me ad tantum periculum horrore penitus exanimato. Nunquam nobis præsentius Dei O. M. præsidium adfuit. Surrexit prorsus illæsus, & alligata fascia, atque arctius adstricta, eodem æquo in summum montem evasit incolumnis.

142. Po-

142. Postridie ejus diei Nuceriam regressi sumus, tum Romana via Fulginium, ac Perusiam. Inde statim sequenti die in montem cum quadrante perreximus, & quidem sereno cælo observationes plures peregimus illico, sed frustra Carpegnæ montem indicio tugurii, quod amicus ad eam diem spoponderat, quæsivimus telescopiorum ope. Nusquam tugurii, aut alterius signi in monte extantis indicium, nec erat, qui ipsum Carpegnæ montem e Rusticis nobiscum advectis satis ostenderet. Erat autem conspicuus is, quem Montem S.Mariæ nuncupant, Tiferno proximus cum edita turri, quem cum aliquo alio monte, & Catria novum triangulum constituere posse arbitrati, ejus positionem determinavimus, & Perusiam regressi sumus. Cum eo die ejusmodi ab amico litteræ ad me deferuntur, quibus significabat, necessarium omnino esse nostris usibus Carpegnæ montem, se autem a signo erigendo ab Hetruscis militibus impediri, qui Cæsaris nomine superioribus annis Carpegnæ vicum, & Scavolini pagum, cum magna montis parte occupaverant, & de finibus contendebant, prope quos id ipsum signum erigi oportebat, opus omne prohibentes, nulla spe dimovendi a proposito homines, quibus litterariam eam esse, non militarem expeditionem necquidquam ostenderat.

Observationes in monte Perusino: gravis, & inespectata rerum omnium perturbatio: mons Carpegnæ impeditus.

143. Iis litteris acceptis concidi animo, nihil enim ad me unquam de stationis sede in dubia ditione deligenda perscripserat, cujus rei si suspicionem habuissem aliquam, facile fuisset omnino obstaculum, quod deinde summotum est, præcavere maturius. Videbam autem tum quidem nec ita facile, nec ita brevi rem omem explicari posse. Litteras perscribendas esse plures, quæ dum abeunt, & redeunt, adventante hyeme, omnem mensurarum rationem turbatum iri. Consilio capto, quo quanto maturius fieri posset, summoverem obstaculum, interea Tifernum cum quadrante procedendum arbitrati sumus, ut videremus, an ipse Carpegnæ mons præte-

Iter Tifernum, tum inde Pisaurum usque: cura obstaculi removendi.

præteriri posset. Eo igitur abiimus, inde Appennini jugum conscendimus, tum binas urbes post eum jugum in angusta Metauri valle sitas adivimus, quarum altera S. Angeli in Vado (aliqui Metaurense Tifernum vocant) altera ab Urbano octavo Urbaniæ nomen habet, & locorum situ explorato, satis manifestis indiciis cognovimus, eo ipso Carpegnæ monte, ac ea ejus ora omnino opus esse, ex qua nimirum Ariminense littus pateret, & quæ cum Catria, & Perusino monte triangulum constitueret satis idoneum, ac alterum nihilo minus idoneum cum monte Luro. Quare litteris Tifernum datis, ut quadrans inde Cantianum ad radices Catriæ montis mitteretur, nos inde Forum Sempronii, tum Fanum, & inde Pisaurum adivimus, in toto eo itinere observationibus ubique minori quadrante pro mapparum correctione institutis. Ibidem autem Joannes Franciscus Stoppanius tum quidem Præsul, & Urbini Præses, nunc autem Cardinalis, & ejusdem Provinciæ Legatus, cui nos Cardinalis Valentius in primis commendaverat, humanissime excepit, qui & tum quidem, & deinde semper, pluribus enim vicibus Pisauro transeundum fuit, apud se cum omni humanitatis significatione detinuit, ac etiam deinde Urbini in ædibus suis hospitari voluit, & per universam Provinciam suam, qua commendatitiis litteris, qua sola etiam auctoritate, ita semper adjuvit, ut quantum ipsi debeamus, nulla umquam prædicatione satis efferre possimus.

Iter Ariminum usque: delecta in eo itinere statio montis Luri.

144. Consiliis cum eo communicatis, dum omnia explicari possent, Ariminum nos contulimus, ut basi dimetiendæ idoneum locum, quem prius etiam prope Farnensem urbem, nisi melior alius occurreret, non ineptum inveneramus, in littore exquireremus, & astronomicis observationibus certam inveniremus sedem, ac interea ad mapparum correctionem excursiones aliquot haberemus, donec, obstaculo summoto, liceret in vertice Carpegnæ montis tugurium excitare pro signo, & locum adi-

adire cum quadrante. Pisauro igitur Ariminum versus discessimus, sed in eo itinere deflexinus nonnihil ad lævam, ut Montis Luri positum inviseremus, quem quidem nostris usibus deprehendimus aptissimum sane, ut nobis fuerat significatum. Inde enim & Catriæ, & Carpegnæ mons videri poterat, & omne Ariminense littus citerius, cum ipsa urbe Arimino, quæ inde 15 passuum millibus abest recto itinere. Inde vero Ariminum delati sumus septima Octobris die.

145. Dum ibi litteras expectamus (accessit autem ad cætera infortunia & illud, quod litteræ, quas ad me dederat Cardinalis Valentius Ariminum cum mandatis, ex quibus omnis reliquorum itinerum pendebat ratio, & litterarum, alio destinatarum redditio, tabellariorum incuria, vel fato nescio quo, interciderint, nunquam enim deinde sciri potuit, quid iis accidisset), & oram maritimam basi dimetiendæ aptam invenimus Arimino Pisaurum versus, & adivimus Sancti Marini oppidum, quod exiguum quidem, sed libertate, quam adhuc servat post plura illæsam sæcula, celeberrimum, qui quidem locus in ternas admodum editas montis cuspides turribus munitas desinens, longissime hinc Picenum ipsum prospicit, inde postremos Ditionis Pontificiæ fines ultra Comaclum. Sed nebuloso, & pluvio cælo, non nisi proxima tum quidem loca inde determinavimus.

Excursiones variæ ad mappæ correctionem, in S. Marini oppidum in primis.

146. Præterea & aptissimum observationibus astronomicis locum invenimus in ædibus Comitis Francisci Garampii Ariminensis Patricii, cujus viri innumera in nos collata beneficia, quibus satis exponam verbis, ignoro. Is quidem a prima adolescentia Astronomiæ amantissimus Cultor extitit ita, ut Eustachius Manfredius, vir tantus, eum, quem auditorem habuit Bononiæ, ut suum adjutorem commemoret. Cum inde Romam advenisset, mihi ætate suppar, mecum jam ab anno 1736 Mercurii transitum sub Sole observavit in hoc Romano Collegio, quo quidem tempore, & arctissimo amicitiæ vinculo conjuncti fui-

Locus observationibus Astronomicis delectus in ædibus Garampianis: Garampiorum laudes.

fuimus, & perenne litterarum comercium retinuimus, ubi is in patriam redux, Uraniam ipsam in suas ædes deduxit, descripta meridiana linea, comparatis telescopiis, & minore quidem, sed satis accurato quadrante, ac horologio oscillatorio, quorum instrumentorum ope & observationes habuit plures, Ecclipsium in primis. Nec iis tantummodo studiis delectatus, exemplo Josephi fratris Canonici, ut vocant, Basilicæ D. Petri, & Vaticani archivi custodis, qui tam multa ad omnigenam potissimum antiquitatis eruditionem pertinentia typis edidit per totam litterariam rempublicam notissimus, in veteres codices, & nummos inquirit diligentissime.

Francisci Garampii merita erga totam hanc expeditionem.

147. Is igitur, cum in nostro Ariminensi Collegio nullus observandis sideribus proximis vertici locus esset idoneus, sponte nos ad ædes deduxit suas, & sua omnia instrumenta humanissime exhibuit, in quibus omnium maxime horologium oscillatorium Astronomicum, quod alibi invenire nequaquam licuisset, opportunum fuit, ne & ipsum cogeremur ex Urbe advehere. Nec satis id ipsum habuit: omnibus fere semper observationibus interfuit, nos & Arimini, dum observationes Astronomicæ peragerentur intempesta nocte, vel summo mane, & in Feretrani montis oppido totius Provinciæ capite, dicunt *Penna di Billi*, in suas excepit ædes, & laute admodum, ac splendide, & nobiscum Carpegnæ montem ad observationes rebus compositis habendas adivit, ibidem commoratus, ac in nostrum usum geographicas observationes instituit plurimas, & ad nos Romam transmisit, quas inter Sarsinæ positum definivit, quam quidem unicam Pontificiæ ditionis urbem im mediis montibus abditam nostris nos observationibus nequaquam determinavimus, ejus industriæ nihilo minus fidentes, quam nostræ.

Iter Pisaurum: Laudes Annibalis Oliverii.

148. Iis constitutis Pisaurum regressi sumus, & primo quidem apud Stoppanium Præsidem, tum ingenti nobilissimorum hospitum adventante turba, apud celeberrimum, ac doctissimum virum Annibalem Oliverium Patri-

tricium Pisaurensem insigne Pisaurensis Academiæ decus, & columen, cui nos ipse Præses commendaverat. Eum autem hominem præterire nullo modo possum, qui nos omni beneficiorum genere & tum quidem, & insequenti anno cumulavit, nam & in villam suam, Nubilariam, vel Novilaram dicunt, ad observationes pro mappæ correctione habendas secum vexit, & in fundum suum, *Granarolam* nominant, a Monte Luro binis disjunctam passuum millibus ipse deduxit cum conjuge matrona lectissima e nobili familia Bellutiorum, qui nos in S. Marini oppido se digno exceperunt hospitio. Nobiscum autem & ad montem Lurum accessit observationum ingenti quadrante peractarum testis eximius.

149. Variis Pisauri observationibus institutis, variis excursionibus factis, delatæ ad me sunt demum litteræ Octobris die 27, quibus significabatur, summoto jam omni impedimento, posse tuto in Carpegnæ monte & tugurium extrui pro signo, & observationes institui. Quamobrem insequenti die continuo discessimus, & per oppidum S. Marini Pennam adivimus, & Scavolinum, ubi omnibus compositis postrema Octobris die, ipso Hetruscorum militum Præfecto comite montem conscendimus, ac locum, & formam Tugurii extruendi præscripsimus. Erat primo mane cælum admodum sudum, ac via in loco tam arduo glacie constrata identidem, & jam in summum conscenderamus jugum, cum repente e mari ingens candentium nubium erupit vis, quæ brevissimo tempore ad montem ipsum delata est. Dum digredimur nos in Carpegnæ vicum discessuri, illi regressuri Scavolinum, ingens e nube nivis copia, cum immani, ac turbineo vento nos pene oppressit: prospectum autem omnem eripuit. Descendimus tamen incolumes, & dissipato nimbo eodem inde die ad oppidum S. Angeli in Vado sub noctem devenimus, unde citato passu insequenti die Aqualaniam, & Callium delati, quam urbem montibus obsitam, utut stationi proximam Catriæ montis, & Can-

Summotum obstaculum Carpegnæ: iter eo, & inde Callium, ac Cantianum.

tiano oppido, ægre utcumque determinavimus, ac eodem die ante noctem Cantianum ipſum advenimus.

Irritus conatus aſcendendi in Catriam: iter Urbinum, & Ariminum: nova conſilia.

150. Ibi quadrantem invenimus, ac indicto in ſequentem diem acceſſu ad Catriæ verticem, primo mane diſceſſimus cælo potius ſudo, verum antequam in medium montem evaſiſſemus, nubibus omne circumquaque cælum obrutum minabatur imminentem procellam, occupato nubibus monte ipſo, ac ingenti ventorum colluctantium vi perſonante. Plures horas ad ignem excitatum perſtitimus, ſi forte ipſe ventorum impetus nubes diſſolveret, ſed incaſſum. Redeundum domum fuit infecta re, ac primo mane inſequentis diei montis vertex cum ipſo tugurio noſtro nivibus obrutus apparuit. Monentibus autem omnibus eam jam anni tempeſtatem adveniſſe, qua intractabile prorſus ſit id montium genus, & inacceſſum, Ruſticis ipſis, atque Paſtoribus procul profugientibus, deſperavimus demum de reliquis poligoni angulis eo anno dimetiendis, & conſilium cæpimus Ariminum redeundi, itinere Urbinum directo, ut ejus urbis, & circumjacentium aliquot locorum poſitiones ad mappæ correctionem definiremus, ac Arimini dimetiremur baſim. Ea enim definita, & excurſu per Romandiolum, & Bononienſem, ac Ferrarienſem provinciam facto ad mappas corrigendas, ſi interea ſector, qui quidem promiſſus fuerat, adveniſſet, poterant ibi ſane obſervationes Aſtronomicæ inſtitui primo vere, tum ſectore Romam tranſmiſſo, definiri reliqui poligoni anguli, ac iis definitis Romanæ obſervationes peragi poſt regreſſum per montium ſtationes.

Adventus Ariminum: præparatio ad dimetiendam baſim.

151. Quinta Novembris die Ariminum devenimus, ubi ſtatim, quæ ad baſim dimetiendam neceſſaria erant, tigilla in primis cum lamellis, ac tripodes cum menſulis curare cæpimus; advenerat enim ex Urbe Roma interea regula illa ferrea cum fideli circino, & thermometro: Ubi Cantiano diſceſſimus, loci Gubernatori plurimum commendaveramus, ut quadrantem nobis ſtatim tranſ-

transmitteret equo vectum, non carro; ne nimirum, licet firmissime in capsam crassiorem compactus esset, quidquam loco dimoveretur, quod ubique curavimus, quoad ejus fieri potuit, ac ut & in summos montes vel equo, vel hominum humeris educeretur. Erat animus, dum quæ ad basim dimetiendam necessaria erant, pararentur, in quadrantis ipsius divisiones inquirere. Sed eum vix demum sub mensis finem recepimus. Lentissime interea & exiguus ille instrumentorum apparatus procedebat, ut auctoritate etiam publica interposita ægre demum quamvis amplo promisso pretio sub ipsum Novembris finem omnia habuerimus in promptu.

152. Basim eam in littore selegimus ab ostio fluvii Aprusæ Arimino proximi Pisaurum versus per octo circiter passuum millia. Tredecim dies in ea basi bis dimetienda insumpsimus, aliis aliquot admodum paucis interjectis, quibus imbres immodici opus interturbarunt. Toto eo tempore aeris temperies fuit ad sensum eadem; quinque graduum medius calor in thermometro supra mille. Fere autem semper ejusmodi nebulam habuimus, ut nisi primo die admodum frequentes palos in directione basis defigi curavissemus per ingentem ejus tractum, in directum progredi nequaquam licuisset, quod ipsum curandum fuit, quotiescunque dissipatâ insequentibus diebus nonnihil nebulâ initium, & finis mensuræ producendæ apparebat. *Baseos in littore diebus 13 duplex dimensio.*

153. Hæc basis non tota in directum jacuit, ob aliquam littoris curvaturam, & in majore ab ipso mari distantia immane arenæ ventorum vi agitatæ, qua cumulos, qua hiatus, sed binis constitit rectis lateribus inclinatis exiguo flexu, ubi definitis per mensuram binis lateribus, & quovis e tribus angulis trianguli, quem basis rectilinea cum binis lateribus inclinatis continet, admodum tuto basis illa ipsa rectilinea definitur, sine ullo ad sensum notabili erroris periculo, licet etiam dimidii minuti primi error in eo angulo committeretur, qui *Basis forma constans binis lateribus inclinatis nonnihil. Ejus longitudo.*

 qui-

quidem committi omnino non potuit, cum in ea mensura majorem quadrantem adhibuerimus. Porro flexus ipse, sive angulus, quem alterum latus contineret cum altero producto, inventus deinde fuit graduum 9, min: 7, secundorum 45, ex quo angulo, & binis illis lateribus tertium trianguli latus, sive basis rectilinea profluit palmorum 52674. 3, sive hexapedarum 6037. 62.

Cura in ea dimetienda: tigillorum curvatura: discrimen valoris.

154. Eâdem hanc, qua priorem illam basim, methodo dimensi sumus, sed hìc præterea, cum ingens illa perpetua nebula cæpisset ipsa tigilla incurvare nonihil, præter longitudinem pluribus in dies singulos vicibus collatam cum ferrea regula, ope circini, explorabamus curvaturam ipsam ope fili vi tensi methodo, quam in quarto opusculo exponam. Hujusmodi curvaturæ correctio pro tota hac basi infra etiam dimidium pedem se continuit. Ejus in prima basi rationem habueramus nullam, quod nimis exiguam videremus, & quidem si etiam illi Ariminensi æqualis extitisset, qua fuit omnino minor, vix in toto gradu errorem produxisset $\frac{2}{7}$ hexapedæ, qui, assumpto etiam medio inter eas bases, ultra binos pedes non exscrevisset.

Triplex difficultas: maris tractus, & torrentis alveus, ac arenarû cumuli interjecti.

155. Porro triplex in ea dimensione difficultas nobis occurrit. Primo quidem torrentis Amarani ostium interpositum, ad mare ipsum admodum angustum, & fundo firmiore, ubi vero nobis trajiciendus erat torrens, perticarum plurium, & fundo instabili ita, ut opus fuerit exiguum illum tractum dimetiri ope trianguli, definita fere æquali distantia in ejus ripa eorundem tigillorum ope, & angulis ita diligenter observatis, ut omnino ne exiguæ quidem partis unius digiti error timeri posset. Deinde exiguus etiam maris tractus trajiciendus quandoque fuit littori curvato proximus, tum nimirum, cum æstus maris elevaverat aquas, & in littus aliquanto ampliore tractu effuderat. Quo quidem casu, nobis e proximo littore adspectantibus, homines conducti pretio, qui se jam in ejusmodi mensura exercuerant nobiscum per multos

multos dies, in aquam nudis immissi cruribus nostras supplebant vices, & tigillorum intervalla iterum, atque iterum circino capta ad nos deferebant, consensu probante fidem. Demum aliquo non ita exiguo tractu, in majore a mari distantia per illos ingentes arenarum acervos, & hiatus eundum fuit, quod ut minus incommodum accideret, binos alios tripodes altissimis pedibus paraveramus, quibus utebamur, ubi foveæ altiores occurrerent, dimota, ubi adessent tumuli, arena, donec arenæ ipsi impositum tigillum in plano horizontali collocaretur.

156. Illud etiam notandum omnino est, cum tigilla ad ferream mensuram exigeremus, aliquando ejusdem tigilli unus e trientibus contractior reperierebatur, productis reliquis, vel viceversa, quod sanè nulli alteri causæ adscribi debet, nisi diverso fibrarum textui, quæ ubi humore imbuebantur magis, ibi & contrahebantur, aliis fortasse ipsa ejusmodi contractione effugientibus quosdam veluti nodos, & se laxantibus. Quidquid causæ fuerit, phenomenum certò nobis innotuit. *Tigillorum contractiones, productionesque: mirum ibidem phænomenu*

157. Notandum demum & illud, in secunda binorum nostræ basis laterum dimensione, quam inivimus, regrediendo ad caput, non aliud discrimen nos invenisse, nisi duorum pollicum. Id vero non casui cuidam tribui debere, sed nostræ in mensuris capiendis diligentiæ, tum illa satis manifesto evincunt, quæ cavisse nos in ipsa dimensione admonui, tum illud in primis, quod ubi in regressu deventum erat ad lapides, vel lateres ante sepultos in præcedentium dierum fine, fere nunquam a veteri nova mensura distaret satis ultra unum digitum, donec mediam basim prætergressi nulla jam signa invenimus, undarum vi confusa nimirum, & abrepta procellâ immani, quæ per eos dies desæviit. *Consensus admirabilis inter binas dimensiones*

158. Porro tum in singulis extremis binorum laterum punctis, tum in eorum concursu, alte effossa arena per vim adegimus ligneum ingentem cuneum, in cujus superiore facie accurate complanata, binæ rectæ li- *Cunei extremis punctis baseos alte defossi, & obtecti, ad ea invenienda iterum.*

neæ

neæ admodum alte incisæ, se decussabant ita, ut earum rectarum concursus responderet ipsi initio, vel fini lateris, & arenâ aggestâ eosdem cuneos condidimus, signis quibusdam adjectis, quorum ope ipsa eorum loca nobis tantummodo innotescerent, ut nimirum ubi angulorum mensura ineunda esset, facile inveniri possent.

Regressus in Urbem ad curandum sectorem.

159. Dum basim dimetiebamur, ex Urbe ad nos perscribitur, sectorem nec transmitti, nec vero absolvi posse, nisi nos præsentes adessemus. Quare mutato iterum consilio Romam regredi coacti sumus sub ipsum Decembris finem. Romana via perreximus Pisauro, Fano, Senogallia, Ancona, Laureto, Recineto, Tolentino, Fulginio, Spoletio, Interamna, Narnia, & Fescennio, quæ urbs nunc dicitur *Civita Castellana*, ac in iis urbibus, ut & in omnibus interjectis oppidis, ubi se commoda præberet occasio, observationes inivimus pro mappa corrigenda, sed paucas admodum anni tempore importuno.

Locus adhibendo sectori in conclavi musæi Collegii Romani.

160, Romæ Sectoris constructioni adesse oportuit, quem non nisi sub finem Februarii mensis absolutum recepimus, & hìc in Kirkeriano Romani Collegii Musæo collocavimus, in eo conclavi, in quo meridianam habemus lineam constratam lapide, & horologium oscillatorium egregium. Commode autem ipsius conclavis pavimentum fornici admodum valido est impositum, & tabulato superiori tectum imminet, ut proinde aperta tabulati parte exigua, & fenestra in ipso tecto, facile in ipsum zenith pateret prospectus ad stellas vertici proximas observandas.

Nonnulla ad sectoris descriptionem pertinentia enunciata, alia promissa.

161. Totum sectoris machinamentum, & usus multiplices exponam opusculo quarto diligenter. Hìc illud satis est notasse, curam nos maximam adhibuisse semper, ut filo penduli teste, quod limbum sectoris fere perraderet, sector ipse positionem haberet verticalem, ac ut in plano meridiani jaceret accurate. Curaveramus & illud, ut telescopii axis, qui in nostro sectore est fixus, (neque enim ullum mobile filum habetur intra telescopium;

pium, ſed in limbo ipſo lamella mobilis ope micrometri eo adducitur, ut filum penduli radat aliquam e diviſionibus, ſibi nimirum proximam, unde æſtimari poſſit, quantum a medio limbo diſcedat filum ipſum, & angulus exhibeatur) eſſet proxime parallelus plano inſtrumenti, & ita erat perfectus ſector, ut facile poſſet vitri objectivi centrum admoveri ejus plano, vel inde removeri ad parallelismum ipſum acquirendum. Sed ut admodum accurate haberetur parallelismus ipſe, nihil prorſus ſolliciti extitimus; nam licet nullæ Fixarum altitudines adhibeantur, licet horologium ad meridiem nequaquam exigatur, dummodo ipſum horologium æquabili feratur, motu facile admodum ex ipſa obſervatione, ſola quadrantis converſione bis facta, dignoſcitur illico, quantum ipſe teleſcopii axis a ſectoris plano divergat, ut errorem, qui quidem hic apud nos in exigua declinatione eſt ad ſenſum nullus, poſſis corrigere, ubi opus ſit.

162. Si enim primo die obſervetur ſtella facie orienti obverſa, ſecundo occidenti, tertio iterum orienti, limbus autem meridianæ lineæ directionem habeat, (quæ quidem converſio, & ſectoris collocatio in noſtro inſtrumento expeditiſſime præſtabantur,) facile patet illud, ſi axis parallelus ſit ſectoris plano, fore intervalla temporum inter primam, & ſecundam, ac inter ſecundam, & tertiam obſervationem æqualia inter ſe, ſecus vero inæqualia. Nam ſi primo die ob inclinationem axis ſtella prius ad teleſcopium adveniat, quam ad meridianum, converſo inſtrumento tanto ſerius adveniet poſtridie, adeoque intervallum temporis producetur duplo tempore ei inclinationi debito. At quoniam tertio die iterum tantundem prævertet, intervallum temporis ſecundum erit debito minus itidem per duplum errorem illum ipſum, & bina intervalla per quadruplum ejus erroris inter ſe different. Si fiat autem ut intervallum ab horologio notatum inter appulſus primæ, ac tertiæ diei, ad quartam illius differentiæ intervallorum partem, ita bini

Ratio definiendi facile declinationem axis teleſcopii a parallelismo.

ni integri circuli ad quartum, prodibit arcus paralleli Fixæ inclinationi ipsi debitus, qui si ad arcum circuli maximi redigatur methodo Astronomis notissima, obtinebitur ipsa inclinatio axis telescopii, quam qui velit facile corrigat; sed ubi exigua est, hic apud nos, poterit omnino negligere, & prope ipsum polum facile errorem inde ortum computare potest, ne dum parallelissimum superstitiosius quærit, tempus necquidquam terat. Habuit autem in una e sectoris nostri positionibus differentia binorum intervallorum secunda 32, unde inclinationis effectus secunda 8, cui respondent pro inclinatione axis minuta duo paralleli Fixæ, quæ quidem satis exigua est. Mutato autem alias vitri objectivi situ multo minor extitit.

Quæ Fixæ observatæ sint, & qua methodo.

163. Tres autem observavimus Fixas ultra medium mensem, quotiescumque per nubes licuit nimirum α cygni, μ Ursæ, & β Aurigæ. Et quidem observandi hæc erat ratio. Constituto sectore ita, ut Fixa telescopium ingredi deberet, eam nostrum alter expectabat, qua ingressa, ita movebat instrumentum per cochleam, ut filum fixum meridiano perpendiculare ad eam adduceret, & expectaret appulsum ad filum meridiano congruens, notaretque horologii horam. Tum alter subibat, notabatque, stellam per medium parallelum filum meantem, vel interdiu penitus tectam. Deinde vero penduli positus explorabatur, movendo ope cochleæ mobilem sectoris interea immoti lamellam, quæ divisiones continet, donec una ex iis ad filum adduceretur, quod uterque nostrum præstabat alter post alterum, repetita pluribus vicibus observatione; ac omnino conveniebamus in judicio appulsus intra duas, vel tres micrometri particulas, quarum ternæ unicum secundum continebant. Porro sæpe limbum etiam ipsum convertebamus alternis diebus, quæ conversio in nostro sectore erat, ut monui, expeditissima.

164. Observationibus hisce astronomicis peractis

Ro-

Roma ſtatim diſceſſimus Sectore Ariminum tranſmiſſo, ut ibidem eaſdem obſervaremus Fixas quambreviſſimo temporis intervallo. Regreſſi autem ſumus eadem Romana via, ut quas obſervationes priore itinere in ſumma hyeme vix uſpiam ſatis copioſas inſtituere potueramus, tempore mitiore jam, & longiore poſt æquinoctium vernum die, inſtitueremus, quod quidem nobis admodum feliciter ſucceſſit, ubique enim habuimus plurimas, & fere ſemper favente cælo. Regreſſus Ariminum obſervationes in itinere.

165. Ariminum delati, dum ſectoris adventus expectatur, quem itidem firmiſſima capſa incluſeramus, in qua pro fundo eſſet trabs ſatis craſſa, & accurate complanata, omnia, quæ ad obſervationes aſtronomicas requirebantur, in Garampianis ædibus præparavimus, ubi in opportuno loco ſub ipſo tecto meridianam lineam duximus, ac horologium collocavimus, & Sectorem. Sector quidem in promptu erat medio Aprili, & obſervationes aliquot ſtatim inſtitutæ ſunt, ſed inter nebulas, & nubes, quæ hoc quoque tempore nos inſectatæ ſunt, admodum incertæ; quarum ſeriem præterea ſubitus in ſectore ingens motus caſu factus interrupit. Sub finem ejus menſis uſque ad Maji medium, plures habuimus dies tempore obſervationis ſatis ſerenos, obſervationibus intermediis nubium, & imbrium vi vel penitus impeditis, vel admodum perturbatis; unde factum eſt, ut pluribus diebus intermediis nulla obſervatio ſit habita, aliquibus autem habita ſit unius Fixæ tantummodo. Et quidem β Aurigæ ita raro, & incerta æſtimatione obſervata eſt, ob ingentem Solis viciniam, ut ipſi fidere nullo modo potuerimus. Sed reliquarum conſenſus ſatis comprobat accuratam arcus cæleſtis determinationem earundem ope. Porro obſervationibus hiſce ſæpe interfuit frequens Nobilium virorum corona, ac ipſe in primis Garampius, qui ſuo etiam judicio de ſtella per medium teleſcopii filum incedente, & de diviſione appellente ad filum penduli judicium noſtrum confirmabat. Obſervationes Aſtronomicæ in ædibus Garampianis.

M 166. Iis

Irriti conatus rectificationis instrumentorum. Excursiones variæ.

166. Iis observationibus absolutis in examen divisionum sectoris per aliquot dies incubuimus, sed id examen multo accuratius, & pluribus methodis absolvimus Romam demum regressi post omnia itinera absoluta. Ad examen quadrantis instrumentum quoddam ibidem ego excogitaveram, sed Artificem satis accuratum inveni neminem, quamobrem id opus etiam frustra tentatum, Romæ demum absolvimus per otium. Plures autem excursiones inde fecimus ad geographicas observationes instituendas, in primis in collem amœnissimum urbi proximum, & nobilium villis frequentem, Covignanum appellant, & in oppidum frequens, & opulentum, quod S. Arcangeli nomen habet. Ne autem eo regrediendum jam esset, ante quam reliquos poligoni angulos definiremus, libuit reliquo eo, & sequenti mense Romandiolam, & Ferrariensem, ac Bononiensem Provinciam invisere, ut ineunte Julio montes deinde conscenderemus.

Iter Cæsenam. Michaelis Angeli Romagnoli laudes.

167. Discessimus Arimino die Maji 27 Cesenam, ubi nos nobili, & lauto sane excepit hospitio Marchio Michael Angelus Romagnoli, quem itidem arcto mihi amicitiæ conjunctum fœdere præterire non possum. Nam & tum quidem, & cum deinde eodem regressi sumus, obviam nobis per plura passuum millia processit cum quadriga, nec solum cum eadem nos vexit in celebre Benedictinorum Cænobium urbi proximum, ubi & observationibus quamplurimis minore quadrante habitis interfuit, sed & ea in longo itinere Cesena Ariminum reduxit, quorum ego beneficiorum, & ejus erga me voluntatis memoriam servabo semper. Porro ejusmodi nos ibi imber detinuit, ut per horas 24 nunquam omnino aut desierit, aut intermiserit.

Iter Cervia Ravennam, tum Comaclum. Laudes P. Mauri Sartii, & Francisci Cinnanni.

168. Inde Cerviam novam, urbem adeo exiguam, ut urbis nomen mereri omnino non possit, veteri ob salinas proximas penitus deserta, & hac nova admodum insalubri, devenimus, tum Ravennam, antiquæ magnificentiæ non pauca adhuc servantem vestigia, ubi a P. Mauro

ro Sartio Camaldulensi tum Monaco, nunc Monachorum Abbate hìc Romæ, doctissimo viro, & operibus editis celeberrimo, ac a nobilissimo, & omnis cultioris litteraturæ amantissimo juvene Francisco Cinnanno in primis, incredibiles humanitatis significationes excepimus, quorum alter ad celeberrimum nos Classense Cænobium duxit, alter observationibus nostris interfuit habitis pluribus in locis editis, & accessu admodum periculosis. Ravenna Comaclum adivimus plures ibi dies commorati, cum multo minore fructu, quam speravissemus, cælo semper caliginoso, ut vix demum, semel remotiora loca inde videri potuerint exiguo admodum tempore. Patet autem ex ea urbe prospectus in omnes Bononiæ, & Romandiolæ montes, ac ipsæ S. Marini arces cælo sereno prospici possunt.

169. Comaclo Ferrariam discessimus, in ea urbe octo diebus commorati, Turrim ingentem majoris Templi conscendimus pluribus vicibus una cum P. Hyppolito Sivierio Societatis Nostræ homine in iis potissimum, quæ ad Topographiam eorum omnium locorum, & aquarum directionem pertinent, nulli sane secundo in Italia, plures quidem observationes instituimus; sed cælo semper admodum caliginoso, & remotioribus locis plerumque delitescentibus. Verum ei homini debemus plurimum, qui ex incredibili monumentorum numero, quorum collectionem egregiam apud se habet, mappam in nostros potissimum usus delineavit, Ferrariensem, Bononiensem citra montes, & Ravennatem tractum complectens, quam BENEDICTO XIV. P. M. dicatam, ipse Romam superiore anno advectus Cardinali Valentio tradidit, cujus ingens nobis usus fuit.

Adventus Ferrariam: observationes ibidem laudes P. Hyppoliti Sivierii.

170. Ferraria Bononiam, deflexo nonnihil ad lævam itinere, ad observationes aliquot instituendas nos contulimus; quo ubi devenimus, & in celeberrimæ Asinellorum turris altissimo vertice, & in amoenissima nostrorum villa, Barbianum dicunt, plures habuimus observa-

Adventus Bononiam: plurium laudes: Emin. Card. Doriæ in primis.

ſervationes, cælo tamen plerumque admodum caliginoſo. Ibi autem & ab utroque Zanotto, & a Gabriele Manfredio, & a Riccato noſtro, celeberrimis per univerſam Europam viris (quos mihi multo antea amiciſſimos, & tum quidem multo frequentius mecum agentes familiariſſime, ex tanta doctiſſimorum virorum corona ſelectos commemoro) omnes humanitatis ſignificationes habuimus. Et Franciſci quidem Zanotti cura, qui Academiæ celeberrimæ eſt a ſecretis, ac me humanitate ſumma in eandem Academiam ante aliquot annos adſcripſerat, quidquid ad Inſtitutum ſpectat, rerum in primis ad hiſtoriam naturalem pertinentium collectionem ſane admirabilem per otium vidimus, Euſtachii Zanotti humanitate inſtrumenta Aſtronomica Londino advecta conſideravimus, & una cum eo ſolſtitialibus diebus obſervationes habuimus in ſpecula, Riccato autem comitante ipſam Collegii villam adivimus, & ex ea in editiore monte ſita obſervationes habuimus. Eodem Riccato, & Gabriele Manfredio comitante per dies plures inviſimus novum Bononienſium aquarum alveum, quem Benedictinum appellant, & veteris Padi dexterum ramum, in quem is influit, cum circumjacentibus campis, juſſu Eminentiſſimi Cardinalis Doriæ tum Bononiæ legati, qui quidem ipſe poſtremo die locum adivit præſens, & ſemper nos ſecum habuit, incredibili autem humanitate nos primum etiam Bononiam advenientes exceperat. Cui quidem viro ob incredibilem animi erga me ſui ſignificationem, ac beneficia in me collata & tum quidem Bononiæ, & nunc hìc Romæ, ita obſtrictus ſum, ut verbis ſatis efferre nequaquam poſſim.

Regreſſus Ariminum Romana via, cum excurſu Bretonoſium.

171. Viginti dies inſumpſimus partim Bononiæ, partim in eo itinere, in quo etiam plures geographicas obſervationes habuimus. Erat quidem animus in montanam etiam Bononienſis Provinciæ partem excurrere, quæ diligentiore obſervatione indigebat, campeſtrem enim ejus partem peritiſſimi Bononienſes Geometræ jam pridem

dem dimensi typis etiam in ingenti mappa ediderant. Verum cum nec ulla ibi habeatur urbs, aut etiam nobilius oppidum, videremus autem recentem Mutinensem mappam ea complectentem loca, & nos poligoni nostri cura urgeret, ne nimirum elapso opportuno tempore iterum ad nebulas, & nubes, vel etiam nives deduceremur, Romana via redeundum censuimus, observationibus institutis in urbibus, quæ ibi frequentes occurrunt, & montana, ac majoribus oppidis destituta loca omittenda, quorum positus e mappis, quas censeremus accuratissimas, erueremus. Faventia igitur, Foro Cornelii, nunc *Imola*, Foro Livii, nunc *Forlì*, exiguam & editam urbem Bretonorium conscendimus, nunc appellant *Bertinoro*, ubi cælo potius sudo copiosissimam habuimus observationem, longissime enim inde prospectus patet, ex qua urbe Cesenam primum, tum Ariminum undecima Maji die regressi sumus.

Observationes pro positione Poligoni ad Meridianum. Signa erecta ad bina capita baseos.

172. Ariminum delati ea statim curavimus, quæ ad poligonum pertinebant. Ego quidem jam per litteras tuguria refici jusseram, quæ per hyemem alicubi dejecta fuerant penitus, alibi labefactata. Mature autem etiam illud caveram, nequid mutato militum Scavolini, & Carpegnæ præsidio, iterum ibi suboriri posset obstaculi. Prima autem Arimini cura fuit, ut in ædibus Garampianis ex ipso observationum Astronomicarum loco directionem observaremus rectæ eas ædes jungentis cum monte Luro, cujus prospectus patebat ex editiore fenestra, referendo ipsam ad Solem orientem, ut inde omnis poligoni positus ad meridianum referri posset. Eam observationem peregimus Julii die 21, sed in loco admodum incommodo; præterquamquod & pluribus reductionibus indiguit ea observatio, & Romano meo horologio, quo easdem hìc Romæ observationes per otium deinde instituimus, multo ego quidem magis fidendum censeo. Ejus autem accuratissima æqualitate est opus ad eam rem. Hisce peractis ad signa in utroque basis extremo construenda

ſtruenda ad utrumque ejus caput nos contulimus, & primum quidem ingentem illum cuneum defoſſum Apruſæ proximum ſtatim invenimus, ſecundum per plures horas necquidquam quæſivimus, quibuſdam arenarum cumulis ventorum vi penitus complanatis. Et quidem ex remotioribus indiciis ſulcos duxeramus plures, loco defoſſi cunei ita proximos, ut vix ternis inde diſtaret pedibus eorum margo, cum pene jam deſperata perquiſitione, una ex operis caſu in ipſum incidit alte defoſſum, quo invento illico bina ſigna Romanis illis ſimillima conſtrui curavimus ad utrumque caput.

Obſervationes ibidem: mirum phænomenum opticum.

173. Vix ipſa ſigna erecta fuerat, cum eo ad angulos capiendos nos contulimus, & quidem ad Apruſæ oſtium res admodum feliciter ſucceſſit. Verum ubi ad alterum caput devenimus, mirum admodum phænomenum ſe nobis exhibuit. E prioris ſigni loco ſecundum octo tantummodo paſſuum millibus disjunctum, & pluſquam 20 palmis editum admodum evidenter conſpexeramus primo mane. Ubi autem ad hoc ſecundum caput paullo poſt meridiem devenimus, licet illud primum curvatura maris (recta enim linea, quæ bina baſis capita conjungebat octo circiter millibus longa, ſupra maris tractum ingentem traducebatur) in eo intervallo multo ejus altitudine minor occultare non poſſet, erat enim viginti palmis elevatum id etiam; adhuc tamen teleſcopio ad locum ipſum, quem optime noveramus, directo, reſpondebat autem loco Ariminenſis portus proximo ædibus, in quibus, quæ ad valetudinem a peſtilentiæ metu liberandam pertinent, curari ſolent, nuſquam omnino apparebat. Verum etiam ædium ſuperior tantummodo pars, atque ea ipſa mirum in modum coarctata viſebatur, ut & vela omnia navium in portu conſtitutarum, quorum plurima expanſa diſtendebantur, deformata penitus apparebant. Rei novitate perculſus, ſcalam admovi trabibus ipſius ſigni, cujus cum aliquot conſcendiſſem gradus, teleſcopio in locum directo, conſpexi telam ſigni Apruſani

ſani non paullatim ex aquarum tumore, quam lata eſſet, emergentem, ſed fere totam ſimul, ac primo quidem, ut trans nebulam, tum multo clarius, & initio tenuiſſimam inſtar lineæ cujuſdam, tum quo altius aſcenderem eo dilatatam magis, donec ad formam ſuam, & ea redierit, & ædes illæ, quas commemoravi, & navium vela. Id phænomeni, & ego iterum, atque iterum, & Mairius admodum mirati conſpeximus, jam altius per ſcalam evecti, jam oculum deprimentes; ſed inclinato ad occaſum die, oportuit ad noſtrorum nos angulorum obſervationem convertere, quos ut capere poſſemus, ac eo uti ſigno, carrum, qui forte ibidem aderat, loco ipſi obſervationis admovimus, & quadrante in eum evecto, ſignum ipſum admodum evidenter conſpeximus, ac obſervationes noſtras abſolvimus.

174. Porro dum ab altero capite baſeos ad alterum deveniremus, agitari cæperat validiore Noto maris unda, quo potiſſimum vento flante, vel Auſtro, aut Lybico tam in Adriatico, quam in Thyrreno mari frequens occurrit phænomenum quoddam, quod quidem ego ipſe ſæpiſſime adſpexi, ac ex eodem genere videtur eſſe, ut nimirum extremæ promontoriorum, aut inſularum cuſpides, velut elatæ in aere, appareant ſupra maris, tum quidem admodum agitati undas, ſi ex ipſo ſpectentur littore, vel ſi ita remotæ ſint, ut radius, quo conſpiciuntur, maris dorſum perradat; quod quidem ſpectaculum, ubi ex editiore loco radio ſatis obliquo deſpiciuntur, evaneſcit. Ex noſtro phænomeno radii, qui paullo ſupra agitati maris ſuperficiem tranſeunt, ita in latus intorquentur, neſcio quo pacto, ut objectum viſui corpus arctent ad latera, aut etiam aſpectui ſubducant, niſi ampliſſimum ſit, eoque magis arctent, quo ad ſuperficiem aquæ propius accedunt. Id ſi contingat, poſtremus etiam promontorii apex occultabitur penitus, ac editiores ejus partes per tractum eo minorem introrſum velut adactæ videbuntur, quo magis conſurgunt, & cuſpis quædam

Ejus nexus cum alio phænomeno ſimili frequenti.

in

in aere pendula apparebit. Sed ea res explicatu admodum, ut nunc quidem videtur mihi, difficilis, multo uberiorem disquisitionem requirit, & phænomena multo plura, quam ego tum quidem cursim instituere potuerim, in quas si forte iterum diutius alicubi in ora maritima scopulis, ac promontoriis vicina commorari mihi contigerit, diligentius aliquanto inquiram.

Inæqualitas refractionum horizontalium: observationes variæ.

175. Interea notabo hìc & illud, quod ad refractiones pertinet, sæpe nos e nostri Ariminensis Collegii altiore specula Turrim in Pisaurensi portu sitam telescopiis non ita parum elatam vidisse supra maris dorsum, aliàs autem cælò admodum sudo, & purissimo horizontis limite, flante etiam Borea, nullum ejus vestigium aspexisse. Sed id quidem ab inæqualitate pendet horizontalium refractionum. Deinde & illud, quod ad nostras observationes pertinet angulorum, quibus basim cum poligono nostro conjunximus, nihil in iis ab hoc phænomeno ambiguitatis oriri posse, cum quadrantem eo elevaverimus, unde ipsum signum evidentissime conspiceremus. Demum illud, & ibi tum, & in sequentibus diebus Arimini eas nos observationes instituisse omnes, quæ requirebantur ad conjungendas Garampianas ædes, & illam ipsam ædium partem, in qua observationes astronomicas instituerämus, cum initio nostri poligoni, statione nimirum nostra ad ostium Aprusæ.

Iter Granarolam: observationes in monte Luro: Terræmotus inter observationes non animadversus.

176. Angulis ad basim captis, Arimino discessimus, die Julii 25, eo nequaquam redituri, ac nos in fundum Annibalis Oliverii, Granarolam, de qua supra mentionem fecimus, ab eo ibidem expectati devenimus. Postero die cum eo Montem Lurum cum ingenti quadrante adivimus, & sub ipsa campanaria turri angulos omnes determinavimus, quos inter conjunximus cum statione nostra ad ostium Aprusæ fenestram illam ipsam ædium Garampianarum, ex qua Solem primo mane observaveramus, ex qua fenestra ad eam evidentius dignoscendam, linteum demitti curaveramus. Dum autem observationem

nem ibidem iniremus, haud levis terræmotus concussit solum, quo ædificia etiam corruerunt nonnulla in locis ei monti proximis, quem Neronem appellant. Sed nos observationibus tota animi contentione occupati nihil persensimus.

177. Granarolam regressi, & triduo apud humanissimum hospitem commorati, quo plures quaquaversum excursiones sunt factæ ad circumjacentium locorum mappam corrigendam, ac majore quadrante in locum monti Carpegnæ proximum transmisso, nos per S. Marini oppidum, ubi tum maxime sudo cælo observationem jam tertio habuimus ad mappæ correctionem admodum copiosam, Pennam adivimus. Conveneramus autem haud procul ab ipso S. Marini oppido Sebastianum Bonajutum Feretrani montis Episcopum, apud quem superiore anno in ipsa Pennæ urbe hospitati fueramus. Is pro incredibili sua humanitate, curam in se suscepit & quadrantis in summum Carpegnæ montem evehendi, & parandi hospitii ad ipsius montis radices, ubi ad condictam diem ipse adfuit præsens, ac bis montem nobiscum conscendit, & observationibus interfuit omnibus, tum inde Maceratam suæ diœcesis oppidum in ipsis finibus constitutum (est autem altera ejus nominis urbs in Piceno notissima) deduxit, ex quibus omnibus benevolentiæ significationibus, ac beneficiis, quantum ipsi debeamus, satis constat.

Iter Pennam per oppidum S. Marini. Laudes Bonajuti Episcopi.

178. Dum autem interea ex oppido S. Marini Pennam peteremus, divertimus Leopolim, ita enim plures nominant oppidum vulgo *S. Leo*, ubi & Urbinatium olim Ducum, nunc Romanorum Pontificum visitur arx situ insignis in altissima rupe. Id oppidum cum Penna de primatu, & Episcopali sede jamdiu disputat, sed jam fere Pennæ residere solent Episcopi. Ibi autem illud ab Arcis Præfecto humanissimo viro e nobili Semproniorum Urbinatium gente, apud quem & laute admodum pransi sumus, dignum commemoratione accepimus: esse haud ita procul ab arce ipsa in humili positam Rusticorum do-

Digressio Leopolim: mirum phænomenum ibi auditum.

munculam, cujus senes, fide homines integerrima, narrent, ipsis pueris unius cujusdam ex angulis arcis ejusdem umbram in meridie alterius e binis Solstitiis consuevisse ipsum domunculæ limen attingere. Procedentibus annis paullatim ita ejus anguli umbram inde discessisse, ut umbra alterius ab eo maxime distantis anguli eodem jam pene devenire soleat eo ipso anni tempore, mutato nimirum positu vel rupis totius, cui arx imminet, vel subjecti soli, in quo domuncula extructa est. Ejus generis motus pluribus aliis in locis factos agnovimus, cum sæpe nobis significatum fuerit, quædam loca ex quibusdam aliis videri nunc, nec exiguo tractu, quæ ipsorum, vel patrum memoria collis medius intercipiebat, licet in eo ædificia adsint, quæ ostendant phænomenum a terra aratris proscissa, & ab imbribus detracta non pendere. Alibi nimirum subsidit paullatim tellus, alibi etiam attollitur, & montes ipsos, e campis, insulas e medio mari subito quoque aliquando erupisse novimus, occultorum nimirum ignium vi lapidea urgente strata; usque adeo Mortales nihil habemus in Tellure nostra firmum, ac stabile.

Observationes in monte Carpegna. Iter Cantianum usque.

179. Ibidem observationibus institutis, Pennam adivimus, & inde Scavolinum, & Carpegnæ verticem, quo nos hospes Garampius subsecutus postridie una cum Episcopo observationibus bis interfuit, neque enim primo die absolvi potuerant. Inde autem digressi ad stationem Montis Catriæ Maceratâ Urbaniam petebamus, sed observationibus in itinere habitis pluribus, intempesta nocte ægre devenimus ad celebrem per ea loca sacram ædem, finitimi vocant *Il Crocifisso di Battaglia*, ubi excepti a Sacerdotibus loco addictis noctem transegimus, ac primo mane Urbaniam delati sumus, ubi observationes eo die habuimus, quo ego & in vicinam S. Angeli in Vado urbem excursum feci, ac postridie eodem, quo superiore anno, itinere Callio Cantianum devenimus.

Bini in Catriam ascensus, & observationes.

180. Postridie ejus diei in Catriam ascendimus cælo admodum sudo, & opportunissimo ad observandum tempore,

pore, verum dum telescopio Penninum illum Nucerinum montem inquirimus, certo demum patuit, incuria Præfecti ejus urbis, ad quem uno ante mense bis de tugurio renovando perscripseram, tugurium ipsum excitatum non esse. Redeundum fuit eo die infecta re, & tabellarius mittendus propere, quo Præfectus ipse officii sui commoneretur: mirum autem, quantum nobis ea mora nocuerit. Commutari enim interea cæpit eo usque opportunissima cæli temperies ita, ut primo quidem, ubi post aliquot dies, tugurio illo reparato montem iterum conscendimus, ægre observationem licuerit absolvere, qua absoluta nos ibidem, & in regressu imber oppressit.

181. Cantiano discessimus duodecima Augusti die, Perusiam versus, itinere Eugubium directo, ubi celeberrimas Eugubinas tabulas inspeximus, & in summo monte observationem habuimus, cujus ope ejus urbis positionem accurate determinavimus. Inde Perusiam delati pagum adivimus Oddiorum gentis, *Antignollam* vocant, jacet autem ad ipsas Tetii montis radices, ab humanissimis loci dominis invitati, qui suæ familiæ Cardinalem Viterbiensem Episcopum ibidem rusticaturum excepturi, tanto hospiti parabant locum. Sed jam effusi imbres eruperant, quorum vis immanis per eos dies deciderat. Adhuc tamen cælo dubio montem conscendimus, quo quadrans ægre admodum via nimium acclivi, & sero evectus est. Interea dum observationes quasdam minore instrumento peragimus, repente cælum omne nimbis obducitur, coruscare fulgura, tonitrua aures obruere, immani pluvia subsecuta, quæ in plures horas perduravit. Eas in exiguo tuguriolo, in quo erectis consistere non licebat, exegimus, unde, cum mitior jam esset imber, dum equos conscendimus redituri domum, infortunium accidit, quo, nisi antea cavissemus, tam multi, tam diuturni labores nostri momento temporis periissent.

Iter Perusiam. Observationes Eugubii. Ascensus in Tetium montem, & ibidem procella.

182. Observationes omnes annorum jam duorum in ordinem digestas, & ab erroribus minoris quadrantis

Ingens in ipso monte jactura.

correctas continebat libellus, cujus maximam habebamus curam, nec in montes unquam nobiscum evexeramus. Eo die fato quodam delatus fuerat, ut quædam superioris anni observationes conferrentur cum novis. Inter illam trepidationem initio ingruentis pluviæ ipsum deferenti exciderat. Ubi eum deesse constitit, ego quidem in ipsa pluvia jugum omne perlustravi sollicitus, necquidquam. Insequenti die plures Rusticos pretio conductos eodem reduxi, & ut in leporum venatione fieri solet, longo ordine totum perlustravimus dorsum, in quo eductus fuerat, apertusque; sed licet dorsum ipsum sit herbula humili tantummodo convestitum, inveniri nullo modo potuit, nec satellites eo Perusia emissi cum aliis Rusticis, nec præmia promissa profuerunt quidquam. Nusquam reperiri potuit. Porro tanta in eo inquirendo cura adhibebatur, ne iterum labore immani cogeremur observationes omnes in ordinem redigere, atque corrigere. Ea vero ipsa cura amissi libelli famam late vulgaverat, cum quo observationes ipsas nostras inteiisse penitus, crediderunt nonnulli, & late evulgaverunt.

Ejus reparatio. 183. Verum ego quidem ea omnia, quæ ad gradum pertinent, habebam diligenter consignata & iis pagellis, in quibus tum, cum observabatur, conscripta fuerant, & ordine suo digesta deinde, ac alteri libello, in quem ea ex eodem fonte deduxeramus, prorsus conformia. Eas autem observationes, quæ tam multæ erant, & ad Mapparum correctionem pertinent, servaveram diligenter iis ipsis pagellis inscriptas, quibus primo consignatæ, & unde in eum ipsum libellum translatæ fuerant; quarum eas, quæ ad superiora itinera pertinebant, Romæ reliqueram, eas vero, quæ pertinebant ad hoc postremum iter, habebam mecum; plurimas autem & Mairius in aliis adversariis servabat; nec quidquam fere intercidit, præter observatiunculas ejus generis admodum paucas, quarum ipsarum jacturam ex aliis tum aliorum, tum in primis nostris observationibns supplevimus. Hæc autem omnia idcirco commemoravi, ne quis temere sibi per-

persuadeat, nos ita incautos extitisse, ut uni libello omnes nostros labores, nec sine novis reparabiles itineribus committeremus. Cæterum ubi primum institutis ibidem altero die observationibus, mitiore jam cælo, Perusiam regressi sumus, iterum ea omnia, quæ ad gradum pertinebant, diligenter excripta sunt, ac reliqua brevi excripta iterum & ordinata, atque correcta,

Iter Spoletium: observationes in monte Fionchio, & per Spoletinam ditionem.

184. Quoniam observationes tum habitæ in monte Tetio eandem exhibebant Nucerini tugurii positionem, certiores autem nos fecerant de tugurio ibidem reparato eodem prorsus loco, quo superiore anno fuerat extructum, supervacaneum fore censuimus iterum Nuceriam, & Penninum montem adire, cum potissimum ex Fionchio certo sciri posset, secunda directione inde habita, revera in eodem id tugurium perstare loco. Eam igitur potissimum ob causam Perusia Spoletium abivimus, & institutis in itinere observationibus pluribus in locis, Hispelli potissimum, & Fulginii, ac inde felici itidem successu in Fionchium montem conscendimus, & observationes superioris anni observationibus conformes habuimus. Inde vero, quadrante Sorianum misso, ut dejectis, quotquot oporteret, arboribus illâ, quæ jam unica relicta fuerat, utrâque e cæteris binis dejectâ, uteremur pro signo, & in stabili solo observationes iniremus, excursu facto per Spoletinam vallem, & colles proximos, observationes instituimus plures ad mappæ correctionem opportunas, quibus & Antonius Ancajanus interfuit, & nobilissimus itidem, mihique amicissimus vir Joannes Baptista Piancianus, itineris illius comites, quibus observationibus institutis, eadem via, qua superiore anno, Spoletium Soriano deveneramus, Spoletio Sorianum redivimus.

Observationes in Sorianensi monte: reditus Romam.

185. Ibi in montem evecti, amplam quandam veluti viam versus Spoletinum montem in summo jugo aperuimus, qua aperta, cum inde visum Fionchii tugurium altiores post se haberet montes, ut ipsum distincte, ac itidem D. Petri Romanum tholum projectum opticè in humum, non cælo extantem, possemus perspicere, diu hærendum fuit,

fuit, & pluribus iterum vicibus aſcendendum in montem, ingreſſo jam nimirum Septembri menſe, quo tempore campi omnes Romani, & ſilvæ fumos agunt, injectis ignibus ad noxias herbas abſumendas, & ſtramina, ac omnis fumo aer obducitur. Donec demum die ejus menſis quartadecima, flante Borea, obſervationes peregimus, & poſtridie ejus diei Roncilionem contendimus, ac inde Romana via in Urbem ſex a poſtremo diſceſſu elapſis menſibus regreſſi ſumus.

Eorum ratio, quæ ſupererant: obſervationes novæ ad extrema baſeos Romanæ.

186. Supererat, ut reſciſſis binis in Sorianenſi monte arboribus, & unica relicta, ambiguas iteraremus ſuperioris anni obſervationes montis Januarii potiſſimum, quæ fuerant maxime incertæ, ac Sabinos, Nurſinoſque, & finitimos montanos tractus inviſeremus, tum inde deſcenderemus in Picenum ad eorum locorum mappam corrigendam. Iis accedebat exiguus ille tractus, qui Peruſiam inter, & Romanam Hetruſcam viam interjacet, ac ipſius Hetruriæ finibus adjacet. Quo ea ordine præſtita ſint, narrare pergam. Primum tamen quoniam e Januario monte dubia admodum erat obſervatio etiam extremæ baſeos ad Frattocchias, in utroque iterum extremo baſis ipſius ſigna eadem anni præcedentis ereximus, & obſervationes utrobique iteravimus, ut certius conſtarent omnia.

Novæ obſervationes in monte Januario: iter per Sabinos Reate, tum Leoneſſam.

187. Iis peractis Palumbariam tertio regreſſi, montem conſcendimus, & ſuperioris anni obſervationes instituimus favente cælo; ac majore quadrante Romam tranſmiſſo plura Sabinorum loca adivimus, in primis montem, quem dicunt *Pennecchia*, Januario proximum, quo per eum, quem Montem Flavium dicunt, eſt autem Barberinæ familiæ pagus in edito poſitus, tum oppidum, quod dicitur *Scandriglia*, Faram Farſæ imminentem, & in edito colle ſitam, ac inde unum e præcipuis Sabinorum oppidis, quod appellant *Poggio Mirteto*. Obſervationibus inſtitutis in his, atque aliis intermediis locis, per tranſverſos montes Reate devenimus. Poſt primum autem aſcenſum editiſſimam ædiculam, ſolitarii hominis ſedem,

tum

tum quidem derelictam, opportunissimum observationibus locum nacti, per plures horas substitimus. Biduo Reatina in urbe commorati, & excursionibus aliquot inde factis, digressi sumus, ac per amœnam vallem adivimus celeberrimas Velini cataractas, ubi nimirum is amnis per eam ipsam vallem placido delatus cursu, repente immani casu in Narem altissime præceps ruit, tribus circiter millibus ab urbe Interamna. Inde ad vicum delati sumus in ipsa ripa profundissimi lacus, post imam siti Reatinam vallem. Vico nomen *Pie di Lugo*, a quo & lacus nomen trahit. Murrum inde, in editum pagum conscendimus, unde nos in asperos, & ursis infestos montes abdidimus delati multa jam nocte in oppidum frequens, & elegans, positum in ipsis Neapoletani Regni finibus, *Leonessam* dicunt, ac inde postridie in Montis Leonis oppidum Pontificiæ ditionis redivimus.

188. Ibi eo die constitimus, ut proximum conscenderemus montem, ex quo nimirum longissime citra Appennini jugum patebat prospectus, & cujus ope is tractus in ipsis Appennini vallibus jacens definiri poterat. Res ad votum successit, & in summo monte usque ad noctem constitimus. Insequenti die Casciam primum, tum Nursiam devenimus oppida terræmotuum vi eversa jam sæpius, ac diruta. Plures Nursia excursiones fecimus in proximum in primis editum montem, cujus ope ipsius Nursiæ positio definita est, ac per alias Nursinæ ditionis partes in omnes plagas. Inde autem plura oppidula, & pagos prætervecti, in quibus illud, quod appellant *le Preci*, evirandorum puerorum arte, & lithotomia in primis celebre, Vissum adivimus, oppidum opulentum, sed situ horrido, & horridiore via adeundo. Coeunt in ipso oppido quinque veluti immanis cujusdam stellæ ingentes radii, angusti admodum, & ex editissimo perpetuo montium solo excavati, ac præterea incurvi. Tres fluvii perenni cum aqua per ternos ex iis defluunt, per quartum torrens, quibus in ipso oppidi loco admodum angusto coeun-

Iter Casciam Nursiam, Vissum. Loci horrida positio.

coeuntibus, effluit inde per quintum amnis Nar angusto alveo, præcipiti rupium supra etiam alicubi procurrentium mole conclusus, sub quibus ipsum iter in vivo saxo alicubi excisum horrorem incutit incredibilem progressuro. Ex oppido nullus fere prospectus patet. Montem circumquaque asperum suspicis, nam ipsi quinque illi alvei incurvi admodum se cito aspectui subducunt. Ægre, elato capite, cælum vides vertici imminens.

Irritus in editissimum, & opportunissimum montem ascensus.

189. Nullæ Geographicæ observationes in ipso loco institui potuerunt, in proximos montes evadendum fuit. Abest inde paucis passuum millibus altissimum jugum, Sibyllæ montes vocant, in quo plures veluti cuspides assurgunt magis, quod quidem Piceno subjecto imminet. Ad idem pertinens jugum, aliquanto editissimis illis humilior est is, quem ibi Montem Rotundum appellant, qui tamen ipse hinc longissime prospicit fere omnem Pontificiæ ditionis amplitudinem usque ad Hetruriæ fines, inde Picenum omne subjectum despicit. Eo equis conscendimus itinere molestissimo horarum ad minimum sex, & erat cælum admodum sudum, ac quietus aer. Ubi primum advenimus, & minorem expedivimus quadrantem, dum & Camerinum, ac oppida ipsi circumjecta, & Piceni urbes metimur oculis, jam jam instrumento dimensuri, ecce tibi repente nebula summum occupat montem, & nos involvit, quæ mox in densam nubem adstringitur. Nunquam acerbius ejusmodi casum tuli, opportunitate observationis adeo utilis, cum tanto labore quæsita, & tum maxime, cum ea potitos nos esse credideramus, erepta. Tres horas animo obstinato potius, quam obfirmato in media nube acri vento flante perstitimus, eoque magis vana quadam illecti spe, quod parum admodum infra nos multo Sole montis latera collustrata conspiciebamus. Verum irritam expectationem, magis obstinata nubium mora elusit. Inclinata die, descendendum fuit, & ubi paullo nos infra verticem demisimus, in Sole clarissimo collocati immensos ad Occiden-

tem

tem tractus prospiciebamus nequidquam, quos cum aliis ad Boream, & Orientem sitis connectere non licebat.

190. Quoniam vero jam & nox accesserat, & spes erat posse postridie in montem rediri, deflexinus nonnihil ex itinere ad ædem summæ per ea loca religionis, quam dicunt B. Virginis a Macereto, in cujus ædibus sane amplis, & commodis a loci Sacerdotibus humanissime excepti, & liberalissime habiti noctem transegimus. Primo autem mane totum id montium jugum densis nubibus involutum apparuit, ac nivibus circumquaque candens. Desperato igitur novo ascensu, redeundum fuit in oppidum, ex quo postridie ad oppositam plagam in montem satis editum evasimus labore summo, itinere horarum trium, quod ego iter, equo alteri concesso, qui nobis vicina loca indigitaret, nec alio mature invento pedibus confeci eo sudore madidus, ut dum post horas tres domum descensu prono regressus indusium exprimerem, quod in primo appulsu ad montem mihi detraxeram, ac toto eo tempore detuleram in pera, omnibus inspectantibus liquor effluxerit. Atque id quidem & in Januario monte mihi accidit semel, mula, quam pretio conduxeram, elapsa per noctem, quæ dum quæritur, ante ipsam auroram, ut circa Solis ortum esse possemus in summo vertice, pedibus ascendi impavidus, ac id ipsum pluribus aliis in locis mihi accidit, qui de alieno labore sollicitus meum omnino curavi nunquam, ne opportuna observandi occasio deficeret.

Irrita spes redeundi in eundem montem, ascensus difficilis in alium.

191. Definito loci positu utcunque ex eo monte, postero die primo mane discessimus inde, & per vallem amplissimam, ac ferme planam Sibyllino jugo subjectam, quæ quidem cum sit altissima, montes plurimos vincit satis editos, profecti sumus versus oppidum olim & frequens, & opulentum, *Arquata* dicitur, pagum exiguum transgressi, quem dicunt *il Castelluccio*. Dum autem iremus per eam vallem, jugum ipsum ad lævam densis nubibus e superiori parte contegebatur, unde nivem etiam, quæ perpetuo decidebat, venti ad nos obliquo ingenti

Iter per editissam vallem, & vicum infelicissimum.

tractu deferebant, cælo nobis sereno. Porro in eo pago certiores facti sumus, incolas ibi per hyemem, fæminas nimirum, pueros, & senes (viri enim omnes Romam advenire solent cum equis, ad carbones ex proximis sylvis advehendos, quæ eorum industria est) eadem pati, quæ de glaciali zona referuntur, altissima nimirum nive obrutis ædibus, per multos sæpe dies, & quandoque menses, domi suæ ita se cohiberi, ut pedem nusquam efferre possint, nec alium liquorem bibant, quam, quem nives igne dissolutæ sufficiant, ingenti idcirco lignorum, & farinæ copia, quæ in totam hyemem satis esse possit per autumnum congesta.

Fauces Sibyllini jugi admodum periculosæ: immanis imber in prima Piceni ora.

192. Ubi trajecta ea editissima valle devenimus ad angustas fauces, quibus per ipsum Sibyllini montis jugum in Picenum descenditur, tanta erat venti vis, qua interclusus angustiis aer rapiebatur, nubes autem ad montis latus allisæ assurgebant mirum in modum, & undarum instar quandam veluti spumam agebant, ut ægre admodum equis progredi liceret. Narratum autem est nobis, sæpe eum locum esse prorsus impervium, & non raro accidisse, ut viatores sublati cum equis ipsis ventorum vi, & longe allisi perierint. Ubi ad oram oppositam deventum est, patuit ingens Piceni tractus in humili situs, & ipsum Arquatæ oppidum ad Truenti ripas in angusto, ac admodum depresso fundo (ibi enim montium jugum, quod paullatim a Tiberina valle, tanquam per gradus quosdam, assurgit per Interamnensem, per Reatinam, per Nursinam, per postremam hanc vico memorato proximam, casu ibi præcipiti fere ad perpendiculum demittitur ad Truenti alveum) apparuit ita, ut si ex editissima fenestra area subjecti fori spectaretur. Sed cælum nubibus cæruleis obrutum ad mare usque horrebat sane. Et quidem ubi nocte jam obscura ad oppidum demum delapsi sumus, sæpe enim inter descendendum obliquo licet itinere, equi pedibus paribus omnino, & per se immotis deferebantur, tum vero cæpit immanis imber decidere, qui, quod nuspiam alibi videram, per tres con-

continuos dies, ac noctes, nunquam intermisit ita, ut soluta humo per universam eam oram, & proximam Asculanam Provinciam, ac spondis obruentibus vias, difficillimum deinde per binos post discessum dies habuerimus iter gyro sæpe immani, ad evitandos limi pæne adhuc diffluentis altissime aggestos veluti montes.

193. Quarto die serenum repente cælum, Borea flante, mons autem nivibus late candescens apparuit. Observationibus aliquot ad loci positionem definiendam habitis, secundum Truenti legimus alveum inter frequentes pagos, ac vicos, donec eo delati, qua viis obrutis progredi non liceret, nec vero ponte jamdudum diffracto, & fluvio tumente præter morem, transgredi fluvium, noctem tribus ab Asculana urbe millibus transegimus, ad quam postero die per obliqua montana itinera via relicta, quæ inde ad urbem usque ampla, & curribus etiam excipiendis par, tum vero obruta ne pedestre quidem permittebat iter, Asculum ægre demum devenimus circa meridiem. Observationibus ante vesperam in arce urbis edita institutis, postero die montem, quem Polesium a vico adjacente dicunt, conscendimus, cujus vertex satis editus fere universum late Picenum circumspicit. Ibi cælo admodum sudo copiosam observationem habuimus; ego autem, & in ascensu, & in summo vertice structuram ipsam ejus montis contemplatus sum, qui totus, quantus est, disjungitur autem a mari longissime, Appennino a tergo posito proximus, ex lapillis motu mutuo attritis, ac plane levibus constat ejus ipsius generis, cujus in maris littore visuntur, & fluviorum alveis, variæ autem admodum magnitudinis erant, ac in strata juxta ductum superficiei ipsius montis compositi, ut nullus dubitem, omnem illam ingentem molem vel e mari, vel ex ampliore potius alveo fluvii cujuspiam, nullum enim diu explorans concharum vestigium deprehendi, ignium subjectorum vi in altum eductam, quem ego quidem plurium & montium, & insularum ortum esse arbitror.

Adventus Asculum: observationes ibi, & in monte Polesio: montis ejus structura.

194. Et quidem, quoniam de hac montis hujusce dis-

Montium plurium indoles, & natura.

positione mentionem fecimus, miram ubique montium ipsorum structuram animadverti, quæ nuspiam alibi evidentius patet, quam ubi a fluviis intersecantur longo aquarum cursu rescissa, & attrita. Semel tantum in edito loco a mari remotissimo maris indicia reperi, ostreorum nimirum perpetuum stratum incredibili multitudine, sub oppido Sabinorum præcipuo, quod dicitur *Magliano*. Plerumque e stratis lapideis montes constant, quibus sæpe terræ strata interjacent, crassitudine admodum varia, & intervallis. Ea pluribus in locis per montis dorsum incurvata sequuntur ejusdem ductum, sed etiam sæpe ad ipsam montis superficiem erecta, & ab ejus ductu rescissa variis ad eam in angulis inclinantur, & satis indicant, reliquam partem diffractam concidisse. Sæpe etiam videre est bina strata invicem, dum collaberentur, velut in cunei cujusdam aciem inclinata. Montes alicubi rupibus incerti ductus sese efferunt in altum, figuræ, & magnitudinis variæ. In Sublacensi valle, dum Tibur petis, ad lævam frequentes admodum immanis magnitudinis eminent cuspides in coni formam, quarum aliæ ad aliarum radices ita jacent, ut, unde divulsæ conciderint, facile agnoscas, quod quidem sub illa Mentorellæ sacra æde maxime manifestum est. In Sorianensi monte illud miratus comperi, quod nusquam alibi omnino vidi, nullis eum constare stratis, aut perpetuis rupibus, sed acervum esse indigestum prægrandium lapidum, figura utcumque orbiculari, sed incerta, quorum pleraque tenuiora aliquanto, sed multa sane decem etiam, vel duodecim pedes crassitudine patent, & in altum assurgunt. Est autem ingens ejusmodi lapis notus incolis, ita in æquilibrio situs, ut si in eum ascenderis, minimo corporis motu commoveatur, & trepidet. Eo ego quidem indicio crediderim lacum illum subjectum, quem Virgilius nominat, *Et Cimini cum monte lacus*, Vulcanum olim extitisse, ac deflagrasse, & ingentes eas lapidum diu ante volutatorum moles ejaculatum, eo congessisse in cumulum. Quidquid autem de eo sit, illud ubique mihi se prodidit, faciem nostri hujusce globi

globi perſpectanti, perpetuum immanis ruinæ veſtigium haberi, non primigenium textum. Sed de his jam ſatis.

Iter Montaltum, inde Cupram Montanam, Firmum, Civitatem novam, Montem Sãctum. Laudes Rechii Epiſcopi Cupræ Mõtanæ: villa Bonacurſia.

195. Ex eo monte deſcendimus in oppoſitam plagam, & veſpere in Urbem, quam Syxtus V. pro patria habuit, Montem altum dicunt, devenimus, in qua ingentium ædificiorum principia adhuc viſuntur, quæ tantus ille Pontifex moliebatur, qui & exiguum ante vicum urbem eſſe voluit, ſed eo immatura morte prærepto, nullos habet urbs cives, ut fere Ruſticos tantum Præſul urbis Præfectus, & Epiſcopus habeant, cum quibus, converſari ſi velint, conſuetudinem habere poſſint. Obſervationibus ibidem poſtero die inſtitutis mane, inter oppidula, & vicos, Cupram Montanam devenimus, nunc *Ripa Tranſona*, ubi Lucas Nicolaus Recchius urbis Epiſcopus, vir eruditione ſummus, ac omnigena doctrina, qui Romæ celeberrimæ Bibliothecæ publicæ, a Januenſis familiæ Cardinali ejus inſtitutore *Imperialem* appellant, diu præfuerat, humaniſſime nos excepit. Ejus autem opera & mappam Piceni ineditam ab ejus urbis cive jam olim delineatam habuimus, ſed quam correctionibus indigere pluribus, ex noſtris obſervationibus innotuit, licet ea omnium typis impreſſarum, quas videre potuimus, a veritate minimum aberret. Inde ſequenti die, ductum Adriatici maris a longe ſecuti, ſero veſpere ad oppidum, quod dicunt *Monte Rubbiano*, devenimus, tum poſtridie ad Firmanam urbem celeberrimam Nobilitate veteri, publica Academia, & pingui Archiepiſcopatu, ubi, ut in toto eo itinere, obſervationibus Geographicis ilico inſtitutis, proceſſimus poſtridie ejus diei per S. Elpidii oppidum, & id quod Novam Civitatem dicunt, ad Cæſarinorum familiam pertinens, utrumque & opulentum, & frequens, ac ſub veſperam ad celebrem delati Bonacorſiorum villam oppido proximam, quem Montem Sanctum appellant, ubi tum quidem familia tota ruſticabatur, ejus elegantiam, atque magnificentiam ditiſſimæ familiæ opibus parem, nam & ſignis marmoreis, & frondoſis parietibus, ac fornicibus, tum fontibus & peren-

rennibus, ac patentibus, & occultis, ac subitis ad insidias curioso spectatori comparandas, abundat, contemplati aliquandiu, multa jam nocte in nostrum oppidi Collegium devenimus.

Iter Lauretum, in montem Anconitanum, Auximum, Maceratam, Tolentinum, in oppidum S. Ginnesii & Montis Melonis, Laudes Joannis Lambertini.

196. Ibi postero die observationibus institutis primo mane in editissima turri, ex qua ipse remotissimus S. Marini mons ille Arimino proximus conspectus est, fuit autem in omni hoc per Picenum excursu cælum admodum sudum, Lauretum devenimus. Inde in Anconitanum montem evecti, & nocte in Cænobio Camaldulensium transacta, sub Auroram summum verticem conscendimus, ubi, si uspiam alibi, & copiosissimam, & utilissimam observationem habuimus. Patebat autem hinc totus Appennini tractus, & noster in primis Catriæ mons cum tugurio: Nucerinum, cujus tugurium negligentius constructum, haud ita multo post collapsum jam tertio fuerat, certo dignoscere non licuit, inde vero primo mane ultra ipsum Adriaticum mare montes ex adverso positi, nudis etiam oculis distinctissime cernebantur. Descendimus, & ante meridiem Auximum delati sumus, ubi dum in campanaria turri observationes haberemus, forte contigit, ut Anconitana arx festo strepitu tormenta bellica majora exploderet, in adventu nobilissimi pueri Joannis Lambertini, qui summi Pontificis ex fratris filio nepos ingenti cum spe, quam ingenio æquat, & moribus, Romam primum ad patris patruum deducebatur. Fumum conspicati, ejus arcis positum, quæ videri nullo pacto potuisset, jugo interposito, inde opportunissime determinavimus. Eodem autem die Maceratam multa jam nocte advecti, sub ipsam Auroram discessimus, jam enim ibi copiosam observationem bis ante institueramus, & Tolentino ad editum S. Ginnesii oppidum, olim illustre admodum, nunc infrequens, delati sumus. Ibi & summo vespere, & sequenti mane observationibus institutis, retro cursum reflexímus, & Tolentino in editum pagum elati quod dicitur *Monte Melone*, a nobilissimo viro Marchione Riccio, qui cum familia, & amicis aliquot ibidem rustica-

ſticabatur, per vim detenti, obſervationes eo die, & poſtero mane habuimus plures. Mox multo frequentius oppidum, quod appellant *Montecchio*, obſervationibus aptiſſimum, ante noctem devenimus, & obſervationes habuimus ſtatim ſub ipſam noctem, opportune quidem, nam ingruentibus iterum poſtero die effuſis imbribus, qui quidem longo deinde tempore perdurarunt, nullas ibi inſtituere licuiſſet.

197. Atque hic quidem fuit communium noſtrorum itinerum finis. Mea me publica Matheſeos ſchola, in qua alium, ac deinde alium e noſtra Societate mihi ſuperioribus binis annis ſuffici oportuerat, revocabat. Mairius liberior erat. Quare illud decrevimus, ut ego quidem breviore gyro per Septempedanam urbem in Romanam viam evectus, ejus poſitu, quem omnino ignorabamus, definito, Romam redirem recto itinere, ipſe longiore aliquanto ambitu circuiret, reliquam Picenæ Provinciæ oram legens ſub ipſis montibus, ac demum Appennino trajecto in illum evaderet Hetruriæ finibus adjacentem tractum, per quem Romam regrederetur; & quidem Novembri menſe, cujus ea ſecunda erat dies, ſperabamus omnia ſatis commode abſolvi poſſe. Diviſionis conſilium, & diverſi itineris in Urbem Romam.

198. Verum incredibilis perpetua aeris inclementia ſubſecuta vanam eluſit ſpem. Ego quidem poſtera die Septempedam delatus per imbrem, qui me in primo itinere occupavit, obſervationes aliquot ex editiore loco inſtitui, æquiore cælo, tum inde digreſſum montana via graviſſimus iterum imber occupat, qui ad noctem uſque perduravit effuſus. Vix uno a Camerinenſi urbe milliari aberam, nec tamen ipſam videre potui nubibus ita obrutus, ut vix in viginti paſſus pateret proſpectus. Quoniam jam aquis diffluebam totus, pergendum duxi, & in Romanam viam itinere ea potiſſimum tempeſtate difficili, & dubio, evaſi prope vicum viatoribus notiſſimum, quem dicunt *Seravalle*, unde citato curſu Romam delatus ſum, & intermiſſum recepi protinus docendi munus. Auctoris obſervationes Septempedanæ & iter Romam per imbres.

199. Mairius cæli inclementia diu vexatus ægre Novembri

Mairii excursus impeditus a cœli inclementia.

vembri toto, & Decembris initio partem tantummodo sperati operis perfecit, quod, in desperationem actus rei conficiendæ, abrumpendum demum censuit, & in æquiorem anni tempestatem differendum. Quo autem gyro, & quid præstiterit, ejus ipsius verbis exponam.

Ejus iter per reliquum Picenum: reditus in Urbem.

200. *Montecchio Cingulum perveni ubi hospitatus sum in ædibus Dom. Raffaelli, qui tum Staffoli rusticabatur, quo etiam me humanissime invitavit. Post bidui moram ob pluviam continentem fere inutiliter factam Staffolum me contuli, ubi observationem luculentam restituta jam serenitate, habere licuit. Inde Fabrianum petii, ibique variante cælo tamdiu hæsi, quantum ad ejus urbis, ac Matelicæ situm determinandum requirebatur. Hinc digressus Æsium secundo Æsi flumine per viam nulli Romanarum secundam perveni. Illic observatione exigui propter densam caliginem momenti peracta, postero mane Montem Radum Collegii Germanici prædium petii. Observatio pertenuis ob eandem causam Corinaldi primum instituta est: tum vero ob continuatam sex ipsis diebus caliginem nihil prorsus fieri potuit. Septimo demum die Mondulfi observatum est; atque omissa, propter adultam anni tempestatem, jam enim finis Novembris appetebat, quam Mondavii facere statueram, observatione, Pergolam itum est. Hinc Saxi ferrati positio una die, altera Feniglii castelli diruti in edito positi, determinata est, unde etiam Pergolæ ipsius determinatio pendebat. Inde Forum Sempronii progressus Montalti, qui locus tribus inde passuum millibus abest, observationem copiosam illam quidem, sed propter ventum vehementissimum, ac frigus acerrimum, difficillimam habui, ac deinde ineunte Decembri Cantianum petii ingentem nivis vim toto illo itinere perpessus. Hic me biduum eadem causa detinuit. Tertio die non sine aliquo periculo Gualdum deveni, unde Romam recto itinere reversus sum.*

Novus egressus, & excursus ad ea, quæ supererant.

201. *Supererant determinandæ urbes complures, quas inter Tudertum, Oropitum* (Orvieto), *Civitas plebis, & Camerinum. Itaque mense Majo anni insequentis* 1753, *Flavianum* (Fiano) *delatus ejus loci situ determinato expectabam opportunam Soractis montis conscendendi occasionem, quam*

post

post unam, & alteram diem nactus dum observationi incumberem, tempestas subito coorta illic me apud PP. S. Bernardi pernoctare coegit. Postero die absoluta observatione Flavianum repetii. Inde Viterbium petii. Viterbio Oropitum. Ejus urbis, quae etsi rupi imposita est, in abdito fere latet, situ determinato, duas excursiones facere institui, alteram Balneoregium, & ad oras Tiberis, alteram legendo fere oram Paglia fluminis, Aquulam, & Procenum usque, unde Vulsinia Oropitum reditum est. Tertiam ad Montem Peliam in illud tempus distuli, quo Tudertum reverterer, quod tamen successum non habuit. Oropito Civitatem plebis delatus, inde Cetona montem conscendi, haud magno ob nebulam operae pretio. Similiter montem Pratolenza, unde vix aliud, quam unius, aut alterius loci vicini situm nancisci potui ob imperitiam ejus, qui loca monstranda susceperat, quamvis, ubi ad rem ventum est, nihil fere certi pronuntiare potuerit. Finitis hac in urbe observationibus, Perusia Tifernum itum est, inde Apecchium, ut Monte Nerone conscenso locorum adjacentium situm explorarem. Agebatur tunc mensis Junius. Itaque difficili itinere ad summum ejus apicem enisus, repente densa caligine circumfusus imbrem maximum tres ipsas horas sustinui, qui cum ne tum quidem intermitteretur, redeundum illuc erat necessario, unde discesseram. Cum autem postero die nihilo serenior aer redderetur, Tifernum me retuli, ac deinde Perusiam, tentata aliquantulum valetudine, qua occasione factum est, ut inde Tudertum recta proficiscerer, neque ad Peliam montem ex itinere diverterem. Tudertum delatus loca quaedam vicina determinavi, omissis iis quae trans Tiberim sita erant, propterea quod Camerinum festinandum erat. Hic apud Marchionem Bandini humanissime exceptus, aliquot dies hasi ad vicina loca ipso Marchione comite exploranda, & denique Interamna Reate divertens, ut occasione illius itineris loca quaedam in Sabina determinarem, Romam redii.
Hucusque Mairius.

202. Interea ego sub Novembris finem, caelo Romae minus jam pluvio, sectore, qui Arimino Romam advectus fuerat, collocato, observationes utriusque Fixae ite-

Novae observationes Astronomicae Romae inchoatae ab auctore absolutae cum Mairio.

iterum instituere cæpi, ut illas superioris anni confirmarem magis, quas, redeunte interim Mairio una produximus. Plurimis observationibus inter se apprime congruentibus, & per correctiones necessarias redactis ad idem tempus; altera quidem a superioris anni loco vix uno secundo distitit, altera duobus, quod mirum in modum annuam aberrationem Bradleyanam confirmat, cum ob eam altera eo temporis plurimum a polo debuerit recedere, altera vero accedere, uti factum esse, inde constitit. Et quidem si hisce observationibus uteremur pro iis superioris anni, vel cum iis vix ullum discrimen in gradus mensura inveniretur. Sed illi priori fidendum magis, quæ minore nimirum temporis intervallo est instituta, quo minor error in Fixarum ipsarum motibus committi potuit.

Observationes novæ in tholo D. Petri: locus observationũ Astronomicarum conjunctus, cum tholo D. Petri: observationes pro positione poligoni.

203. Eodem anno, regresso a postremo suo itinere Mairio primo quidem majore quadrante iterum evecto in summum D. Petri Tholum, die admodum serena, quam per otium jam licebat seligere, angulos, ad connectendum ipsum tholum cum sepulchro Metellæ, & cum monte Sorianensi, observavimus, ut & angulum, quem totus admodum longus solarii nostri tractus, palmos enim fere quingentos protenditur, in ipso tholo subtenderet, cui adjecimus ipsius solarii geodæticam mensuram, & angulos in binis ejus extremis punctis; unde solarii ipsius positio, & loci, in quo observationes astronomicæ sunt institutæ, conjungeretur cum D. Petri tholo, & poligono. Supererat observatio, qua poligoni positus ad Meridianam lineam exigeretur aliquanto commodius, ac tutius, quam Arimini præstari potuerit. Id præstitimus ejusdem anni 1753. Septembri mense, qua occidentem Solem, commodam ejus positionem nacti, conjunximus cum directione arboris Sorianensis, quæ forte fortuna ex nostro ipso Collegii Romani Solario inter bina ingentis molis Palatia videndam se objicit, quod ipsum præstitimus tribus admodum inter se conformibus, & accuratis observationibus. Tentaveramus eandem conjun-

junctionem aliquanto ante ope Januarii montis, qui itidem inde cospicitur. Sed nec in ejus vertice jam extabat tugurium, & nimia Solis vicinia, paucis enim inde gradibus in æstivo Solstitio oritur, ortu reliquo anni tempore intercepto a Quirinali colle, ita cogebat obliquare quadrantem, ut per-quam incommodum esset bina simul telescopia dirigere alterum in montis verticem, alterum in Solem; præterquamquod exigua refractionis inæqualitas in angulo tam acuto admodum ingentem debuit errorem parere, dum inclinatus angulus ad horizontalem reduceretur, quas ob causas Sole potius occidente, & Sorianensi arbore adhuc extante, & diu, ut spero, extitura utendum esse censuimus.

204. Observationibus omnibus absolutis diu in quadrantis, ac sectoris divisiones inquisivimus pluribus methodis, quas quarto exponam opusculo, donec certo demum ex tentaminum plurium consensu constitit de earum statu, & correctione adhibenda, qua adhibita, & observationibus omnibus correctis, ac institutis molestissimis sane calculis, atque diuturnis, de gradus mensura certo demum innotuit. Nimirum intervallum inter parallelos transeuntes per cubiculum nostri Romani Musæi, in quo fere medio Romanæ observationes astronomicæ sunt habitæ, & illam partem Garampianarum ædium, in qua Ariminenses institutæ sunt, invenimus ex basi Ariminensi passuum 161253. 6, sive hexapedarum 123221. 3. Porro ex observationibus α Cycni Romanis prioribus invenimus arcum celestem interceptum graduum 2 min: 9, sec: 46. $\frac{1}{10}$ ex prioribus μ Ursæ præter eosdem gradus, & minuta prima invenimus secunda 47. 4: ex posterioribus α sec: 48. 8, ex posterioribus μ sec: 46. 0. Priorum medium est 46. 7, posteriorum 47. 4, omnium simul 47. Qui quidem consensus est summus. Assumendo igitur arcum cælestem omnium medium gr: 2, min: 9, sec: 47, erit gradus intermedius hexapedarum 56966. 3. quem quidem ob Romanam basim uno circiter passu majorem ex mensura, quam ex calculo; ob postremum po- *Examen instrumentorum: magnitudo gradus deducta.*

ligoni latus ad horizontem reductum tribus circiter hexapedis longius inventum alia methodo, quam ea, quæ in toto poligono redacto ad superficiem Telluris est adhibita; ob observationes priores Astronomicas Romanas Ariminensibus propiores, & in iis observationes a Cycni tutiores aliquanto, adjectis ad summum hexapedis 13, reducere possumus ad hexapedas 56979, qui gradus debetur latitudini gr: 42 min: 59, sive quamproxime gr: 43.

Primus expeditionis fructus; mensura gradus meridiani.

205. Atque hic primus est totius expeditionis fructus determinatio nimirum accurata unius Meridiani gradus in Pontificia ditione, comparandi, quod etiam in primi capitis fine præstiti, & iterum in postremo opusculo præstabo, cum aliis, quos Academici Parisienses definiverunt pluribus in locis, & cum eo in primis, quem Cassinus in Gallia definivit pro latitudine gr: 43. $\frac{1}{2}$, qui quidem cum sit hexapedarum 57048, nostro adhuc per illas 13 hexapedas, quantum maxime potuimus, producto, major est hexapedis 69, cum debuerit esse ob illum dimidium gradum majoris distantiæ ab æquatore productior 8 hexapedis tantum.

Gradus Romanus Gallico minor in eadem latitudine: conjectura de causa.

206. Porro inde & alii colliguntur fructus, inæqualitas nimirum quædam in curvatura Meridianorum in eadem etiam distantia ab æquatore, nec ita exigua in longitudinum differentia graduum tantummodo 10., quæ inter Romanum, & Parisiensem Meridianum intercedit, quo in genere hæc nostra observatio omnium est prima. Cum vero admodum probabile sit, id discrimen ortum habere ab actione, quam Appennini montes, & omne Italiæ solum versus ipsos Appenninos consurgens exercuit in sectoris pendulum, & simili actione, qua in oppositam partem egit in pendulum Cassini Pyrenæorum montium jugum, quæ gravium directionem, & æquilibrii superficiem positione mutet, nova hinc confirmatio quædam Newtonianæ generalis gravitatis mutuæ inter omnia terrestia corpora desumitur.

Altitudo Poli Romana.

207. Accedit ad eosdem fructus accuratior, & certior, quam huc usque habita fuerit determinatio altitudinis

dinis

dinis Poli Romanæ, quam collatis observationibus nostrarum Fixarum, & in primis β Aurigæ cum observationibus Parisiensibus ejusdem Fixæ invenimus in hoc Romani Collegii Musæo gr: 41 : min: 53, sec: 55, ad Thermas autem Diocletianas 41. 54'. 10" minorem nimirum 17", quam a Blanchino fuerit definita.

208. Sed nec illud omittendum, Bradleyanam theoriam aberrationis luminis mirum in modum nostris hisce observationibus confirmari, ex quibus a Martio anni 1751 ad Decembrem anni 1752 eundem, intra unum, vel alterum minutum secundum, habuit accessum ad polum altera e binis stellis a nobis observatis, altera recessum a polo, qui quidem non ita exiguus extitit: ut adeo definito arcu cælesti, sive per priores, sive per posteriores observationes per eam theoriam correctas, assumpto medio, ne unius quidem secundi discrimen integrum inventum sit, altera etiam consentiente cum altera; ubi sine ejusmodi reductione determinatio arcus ejusdem facta per alteram e binis stellis, a determinatione facta per alteram, per minuti trientem dissensisset. Sed ea theoria, ubique jam innumeris confirmata observationibus, hac nostra confirmatione nequaquam indigebat. Bradleyana theoria confirmata.

209. Demum & illud addam, esse aliquid, quod ad instrumentorum constructionem pertinet, & correctionem, quod in quarto exponam opusculo, hac occasione inventum, quod quidem Astronomis nec inutile spero fore, nec injucundum. Instrumentorum nova ratio utilis

210. Et hi quidem ex priore expeditionis nostræ scopo, cum aliis nonnullis, quæ prætermitto, fructus multiplices promanarunt. Ex secundo autem habetur mappa nova Pontificiæ ditionis multo emendatior, quam ulla unquam prodierit hactenus. De ea fusius opusculo tertio aget Mairius, ubi & urbium omnium potissimum longitudines, ac latitudines exhibebit in catalogum redactas, in quibus nusquam unius minuti error timeri poterit, qui est præcipuus nostrorum in eo genere laborum fructus. Mappam nos Geographicam Pontificiæ ditionis cor- Alter expeditionis fructus, mappa. Quid in ea sit præstitum.

corrigendam assumpsimus, non topographicam singularum Provinciarum delineandam, quæ viarum omnium, ac fluviorum, & torrentium ambitus, & flexus exhibeat, montium omnium positus accuratos, vicorum omnium mediis montium vallibus abditorum certam sedem, certam omnium oppidorum formam, certos fines exhibeat. Ea ad communes agrimensores pertinent, & diuturnum admodum laborem exposcunt. Si ii aliquanto omnes ejusmodi omnium Provinciarum, vel omnium locorum, quæ ad urbium singularum ditiones pertinent, mappas delineaverint, quod incredibili labore, & ingentibus impensis Perusini, Bononienses, Camerinenses præstiterunt; tum vero cum in nostra mappa tam multa extent puncta accuratissime majoribus instrumentis definita, cætera facile inde suppleri poterunt & ea ipsa corrigi; solent enim ejusmodi mappæ exiguos tractus accurate exhibere, in amplioribus, errore ob methodos minus perfectas, & communium Agrimensorum inscitiam crescente semper magis in majoribus distantiis in ingentem cumulum, non ita parum aberrare a veritate. Sed si ea utcumque Agrimensores præstiterint quidquid hic deest in eo genere, inde derivari poterit, & topographicarum etiam mapparum haberi satis accurata collectio.

Curæ adhibitæ ad eam perficiendam.

211. Interea ut in hac etiam mappa, quæ una cum hac nostrorum opusculorum collectione prodibit, quantum fieri posset eo in genere accurate constituerentur, pro iis omnibus, quæ a nobis observata non sunt, omnia monumenta, quæ licuit, conquisita diligenter contulimus inter se, quorum ibidem rationem aliquam Mairius exhibebit. Præterea toto hoc reliquo biennio, quod ipse calculis dedit propemodum infinitis, ac delineationi accuratissimæ, plurimas quaquaversum dedimus litteras, ut faciliores quasdam haberemus observationes, quæ ex punctis a nobis definitis, circumjacentia quædam loca definirent. Si nimirum in editiore loco imposita tabellæ ad sensum horizontali charta, dirigatur ad vicos proximos quosque regula oculo judice, uti ubi sclopeto in

avem

avem quis collineat, & ducta e puncto designato in eadem recta linea, quæ ad ipsum tendat, adscribatur ejus nomen, & addatur distantia vulgo æstimata, vel etiam ubi pagus est inconspicuus, sed proximus, dirigatur regula ad sensum in eam plagam, ad quam jacet, ex ejusmodi observationibus pluribus inter se collatis ita accurate ea loca collocabuntur in mappa totam ditionem Pontificiam continente, ut nullus in eorum positu vel fere nullus ad sensum error timeri possit; plerumque enim multo erit minor uno miliari, cujus spatium in ejusmodi mappa utut ingenti per quam exiguum est.

212. Porro plurimas ejusmodi observationes recepimus pluribus ex locis; at ex aliis, ut ex oppido illo, quod Cascia dicitur mediis montibus obsepto, & adjacentibus ejus pagis obtineri nullo modo potuit, licet plures ego quidem litteras & ad oppidi Præfectum dederim, & ad alios plures, hominibus rem factu facillimam, & expeditissimam habentibus pro ardua admodum, atque difficili. Plura eo in genere etiam in Bononiensi, & in Romandiolæ montano tractu desideravimus necquidquam, & in Urbini ditione montibus obsita, cujus tamen ditionis topographicam etiam multo sane accuratiorem mappam habebimus cura, & liberalitate Cardinalis Stoppanii Legati ditionis ejusdem, qui ad id ipsum, dum hæc ego typis cælo, Mairium eo advocat, loca singula diligentius, ac diutius perlustraturum. Eodem autem opere & de Callii positu constabit certius urbis nimirum in mediis montibus abditæ, quæ tamen urbs ipsa ita in generali mappa constituta est ex observationibus quibusdam circa ipsam peracti, & ex distantia ab oppido Cantiano, ut nullus, qui sensum percellat in ejus positu error timeri possit.

Quid adhuc minus certum.

213. Corriguntur autem in eadem generali mappa errores mapparum communium quam plurimi, qui quidem est hujus alterius scopi expeditiones nostræ fructus sane ingens. Sunt inter eos nonnulli etiam Blanchini errores, celeberrimi, & doctissimi viri, qui nimirum nec ma-

Correctio errorum aliarũ mapparum.

majora hæc habuit instrumenta nostra, nec in montibus signa, ut idcirco labi eum aliquando omnino oportuerit. Nihilo tamen minus prima Meridiani Romani correctio debetur ipsi, ex cujus potissimum observationibus ejus ductum, qui in veteribus mappis 60 passuum millibus, eoque amplius, ubi ad mare Adriaticum devenit, Orientalior erat, quam esse debeat, Eustachius Manfredius veræ proximam definivit in mappa, quam cum Posthuma ejus observationum collectione edidit. Ibidem tamen diligenter legenda, quæ Manfredius de ejus geographicis observationibus notat, ut ignoscendum nobis esse constet, si a tanto viro nonnunquam discedimus.

Mendum fortasse aliquod in locorum nominibus: unde id timeri possit.

214. Illud hic demum omittendum non est, fore alicubi in ipsa mappa mendum aliquod in locorum nominibus enunciandis, licet in eo etiam diligentiam omnem adhibuerimus. In ipso exordio expeditionis nostræ Cardinalis Valentii cura, auctoritate vero Pontificia ad Episcopos omnes Italico sermone perscriptum fuit, ut locorum ditionis suæ catalogum Romam transmitterent. Transmiserunt alii sermone ipso italico, alii latino; sed eorum incuria, quibus negotium ab iis demandatum est, multa in ipsis menda passim deprehendimus, nominibus vulgari usu corruptis. Nos itidem in proximis urbibus de locorum nominibus sciscitantes, plura sæpe excepimus nomina ab aliis alio modo corrupta. Labemur hinc aliquando fortasse, sed raro admodum, ut spero. Id ipsum autem facile ignoscet, qui ex nomine fortasse aliquando corrupto, locum tamen agnoscet, & veram ejus positionem inveniet.

Omissa necessario cura veteris Geographiæ. Totius opusculi finis.

215. Quod ad veterem Geographiam pertinet, eam ubique fere omisimus; nam veterum locorum rudera jacent plerumque obruta silvis, & ita prostata solo, ut ex editis remotis turribus, ac montibus videri, & determinari non possint. Multo diuturniorem ea res annorum multorum laborem, cum longa Veterum auctorum meditatione requireret, non brevem excursum. Atque hæc quidem de expeditionis nostræ ratione, & fructu dicta sint satis.

OPU-

OPUSCULUM SECUNDUM

MENSURA GRADUS MERIDIANI ROMAM INTER ET ARIMINUM MEDII A GRADU XLII. CUM DIMIDIO AD GRADUM XLIII. CUM DIMIDIO.

INTRODUCTIO.

Variæ de Telluris ambitu sententiæ.

UM ante inventa superiore Sæculo Telescopia nihil ferme inter Instrumenta, quibus tam Veteres, quam Recentiores uti potuerunt, interfuerit, haud immerito mirum videri debet, tantam extitisse, usque ad Patrum nostrorum ætatem, in magnitudine gradus unius ambitus Terrestris definienda discrepantiam. Quem enim gradum Aristotelis temporibus ad stadia undecies centena & undecim protendi Mathematici censuerant, hunc ad septingenta Eratosthenes, ad sexcenta sexaginta sex Posidonius, ac deinceps Ptolemæus ad

Q quin-

quingenta redegit, quem sæculorum aliquot intervallo secuti Arabes gradum unum septem fere ac quinquaginta passuum millia complecti statuerunt, ut etiam ex hac proxime memorata Ptolemæi mensura haud parum detraxisse videantur. Sed cum inexplorata nobis sit vera stadiorum ac passuum ab eis assumptorum longitudo, quæ profecto aliis locis ac temporibus longe alia esse potuit, haud omnino incredibile est, non ita magnam intercedere inter hasce omnes sententias discordiam, qua quidem hac ratione sublata, ita demum statuendum nobis erit, eos non tam inter se hac super re dissensisse, quam ob prætermissum mensuræ illius, qua quisque eorum usus est, modum, nihil de ea satis certum posteris reliquisse.

Hujus varietatis causæ.

2. Non tamen hoc ita intelligi velim, tanquam si omnes omnino Veterum supputationes inter se ad amussim congruere existimarem. Agnoscenda omnino est hac in re nonnulla sententiarum diversitas, tametsi haud ita magna, ut numeri paulo ante memorati prima fronte præ se ferre videntur. Ea autem non solum ex Instrumentorum a singulis adhibitorum natura nasci potuit, verum etiam multo magis ex Methodorum, quas usurpârunt, varietate. Etenim si superiore sæculo Ricciolum, de cujus diligentia dubitari non potest, idcirco tamen in statuenda gradus unius longitudine haud mediocriter hallucinatum esse videmus, quod Methodum a se adhibitam a Refractionum vitio liberam esse falso censuerit; quanto id verius antiquiorum observationibus opponi poterit, quibus nihil dum de hujusmodi Refractionibus suspicari contigerat. Potuerunt igitur antiquiores, potuit Eratosthenes, id quod etiam ex ejusdem scriptis judicare fas est, propterea quoque mensuram justo ampliorem gradui attribuere, quod in ejus longitudine indaganda, nullam prorsus Refractionis, quæ Methodi illius, qua utebatur, securitati obstabat, rationem sibi habendam esse duxerit. Supervacanea est enim illic omnis diligentia, ubi Methodi vitio, ob præter-

termissum, ut ita dicam, Elementum aliquod peccari contigerit.

3. Verum, ut ut hæc sese habeant, quæ de Antiquiorum numeris in utramque partem disputari possunt, illud certe non obscurum est, Recentiorum tentamina, quæ Telescopiorum aut inventionem, aut certe ad Organa Geometrica applicationem proxime præcesserunt, quæque per mensuras Gæodæticas probe notas, atque a Refractionibus minime vitiatas peracta sunt, haud ita multum inter se diffidere. Nam & Fernelius in Gallia & in Anglia Norvoodus mensuram vero proximam assecuti sunt, & qui inter horum ætatem medius fuit, Snellius in Hollandia, idem forte accuratius præstitisset, nisi, ut nuper ostendit Cl. Muschenbroeckius, turrium longinquarum similitudine deceptus, ignoscendo utique errore lapsus fuisset. Quod igitur ante Picartii mensuram Globi terraquei magnitudo in incerto hæserit, ejus rei ratio partim ex mensurarum adhibitarum varietate, partim ex Refractionum ignoratione videtur repetenda, cum dubitari nequeat, quin sublatis etiam e medio Telescopiis, & instituto per Angulos Horizontales tentamine, quorum primo Basis aliqua probe cognita opposita fuisset, gradus terrestris longitudo intra trecentos aut ad summum quadringentos passus definiri potuerit.

Qua ratione prope sublatæ.

4. Sed multo arctioribus terminis includenda erat hæc mensura, ut Figuram Globi Terraquei, de qua post aliquot Pendulorum experimenta dubitari cœperat, patefaceret. Commodissimum igitur illud accidit, ut quo tempore lis hæc mota est, eo potissimum in promptu haberentur Instrumenta, quorum solorum ope ad ejus decisionem aspirare fas erat. Quanquam ne tum quidem omnia statim aderant, quæ ad subtilem adeo pervestigationem requirebantur. Obstabant nimirum res duæ, quibus neglectis, erroribus sane haud contemnendis ansa præbebatur. Nam neque Refractionum doctrina adhuc satis perspecta erat, neque de annua Fixarum aberratione

Difficultas determinandi Telluris Figuram.

ne quidquam ſuboluerat. Sed Refractionum doctrinam, adhibitis ad Quadrantes Dioptris Teleſcopicis abſolvere haud ita arduum erat; Aberrationum Theoriam perficere e contrario difficillimum, cum eas Teleſcopia detegerent quidem, ſed in aliis atque aliis ſtellis tam inter ſe diverſas, tamque incredibiliter variatas, ut difficultatis iſtius ſolutio propemodum deſperata videretur. Ea tamen non ſoluta, fieri omnino non poterat, ut Latitudinis duorum locorum differentia innoteſceret, niſi eodem tempore in eandem ſtellam obſervatores duo diverſis in locis Inſtrumenta dirigerent. Itaque nihil mirum, ſi quamdiu hac difficultate laborabatur, prima tentamina, etiam Teleſcopiorum ope ſubnixa, quemadmodum ad menſuram gradus definiendam quam proxime acceſſerunt, ita ad graduum ſingulorum incrementa, aut decrementa internoſcenda, qua ex re Telluris Figura pendebat, parum admodum, aut potius nihil contulerunt.

Ejus difficultatis Solutio.

5. Ut igitur nihil prorſus deeſſet, quod ad Figuræ Terreſtris examen inſtituendum deſideraretur, opus erat implexi hujus Problematis ſolutione, quid nimirum eſſet, quod annuas haſce ſitus mutationes, & eas quidem inter ſe tam diſcrepantes in Fixis efficeret. Eam adinvenit ſolertiſſimum Cl. Bradleii ingenium, qui poſtquam idoneo Inſtrumento ſat magnam obſervationum copiam comparâſſet, re mature conſiderata, ad extremum deprehendit, Phænomenon illud, quod Aſtronomos omnes tamdiu fruſtra torſerat, ſucceſſivæ lucis propagationi deberi. Ex hac enim conſequi varietatem illam omnem mutationum, quæ tantam Problemati iſti caliginem offuderat. Itaque hoc velut Ariadnæo filo nos ducente, quo quælibet ſtella quovis anni tempore, & quantum divagetur, adeo ſecure prænuntiamus, ut major cum Authoris Theoria conſenſio non dico deſiderari, ſed ne ſperari quidem poſſe videatur. Norunt enim Aſtronomi nullam prorſus ex Obſervationibus circa Fixarum

Aber-

Aberrationem institutis (institutæ autem sunt post præclarissimum hoc inventum quamplurimæ) inveniri, quæ conspiratione sua certissimam causæ assignatæ veritatem non confirmet. Cum igitur Lud. XV. Regis Christianissimi jussu celeberrimi in Gallia Astronomi in gradu Meridiani remotissimis in locis dimetiendo diu multumque desudâssent, cumque graduum singulorum ab Æquatore crescentium inæqualitatem accuratis mensuris tam sub Æquinoctiali circulo, quam sub Polari, nec non in Gallia ipsa peractis citra controversiam stabiliîssent, nec adhuc quisquam experimento probâsset eademne foret ubique terrarum in eadem a Polo distantia, sub Meridianis tamen diversis, Telluris curvatura, voluit quoque SS. Dominus noster BENEDICTUS XIV. pro singulari ea, qua bonas artes omnes complectitur, benevolentia, ut quoniam omnia huic examini jam matura essent, primum illius investigationis specimen in sua ditione extaret. Id consilium ei peropportune suggesserat Eminentissimus Cardinalis Silvius Valentius, eidem a secretis consiliis, de cujus erga omne literarum genus propensissimo studio supervacaneum est apud Orbem literatum verba facere. Id quomodo perfectum sit, deinceps declarabitur.

ARTICULUS PRIMUS.

De Apparatu Instrumentorum.

DUobus præcipue Instrumentis in hoc negotio usi sumus, Quadrante Astronomico & Sectore. Hujus longitudo erat pedum novem Parisiensium, cum lamina pedali transversa. Quadrantis Radius tres pedes Parisienses nonnihil superabat. Utrumque Instrumentum breviter hoc loco describendum est.

I. Quadrans noster non ab Artifice aliquo in hujuscemodi rebus exercitato, quales Romæ perraro inveniuntur, sed a Sacerdote quodam Veronensi, cui nomen Augu- De Quadrante.

Auguſtinus Ruffus, uti Inſtrumentis Aſtronomicis parum aſſueto, ita in Mechanicis admirabili dexteritate prædito elaboratus eſt. Itaque quod præcipue curandum erat, ut tota Limbi ſuperficies cum Centro in eodem plano conſiſteret, id egregie præſtitit, neque in Limbo accurate dividendo diligentiam ſuam deſiderari paſſus eſt. Inſtituto enim multorum dierum examine, deprehendimus arcum nonaginta graduum non niſi viginti duobus ſecundis a vero deficere, cæterorum autem diviſiones rariſſime minuti unius dimidium, minutum autem primum nunquam attingere, id quod in primo Quadrantis conſtruendi tentamine Auctoris induſtriam apprimè commendat. Facta porro in dena quæque minuta diviſione, reliquum operis per circulos concentricos non illos quidem æqualibus ab invicem intervallis diſſitos, ſed centrum verſus proportionaliter decreſcentes, & lineas tranſverſas, de more abſolutum eſt. Ea autem fuit circulorum undecim inter ſe diſtantia, ut in Angulis æſtimandis vix unquam ſecundis quinis alterius noſtrum judicium ab alterius ſenſu diſcreparet.

De ejus fulcro, 2. De Fulcro Quadrantis ejuſque in omnem partem volubilitate, uti & de regula mobili Tubo optico inſtructa ſupervacaneum eſt hoc loco diſſerere, cum hæc eadem fere in omnibus Quadrantibus reperiantur. De Tubo vero optico lateri Quadrantis affixo id unum habeo dicere fuiſſe eum gemina lente objectiva inſtructum, ut translata ad alteram Tubi extremitatem lente oculari objecta inter ſe prorſus oppoſita, manente eodem Quadrantis ſitu detegeret. Sic enim fiebat, ut congruente filo mobili Micrometri cum fixo ad alterum Tubi extremum, (ut autem congruerent per Quadrantis converſionem facile obtinebatur) Correctio Quadrantis, eodem modo, ac ſi Diopris ſimplicibus conſtaret, perageretur. Quoties enim filis congruentibus idem objectum tum ex parte Limbi, tum etiam ex parte Centri, converſo ſcilicet Quadrante, aſpiciebatur, punctum medium inter illa duo, quæ in utroque ſitu per-

pen-

pendiculum in Limbo radebat, divisionis verum initium, ac proinde errorem Quadrantis demonstrabat. Erat autem Limbus non in gradus duntaxat 90 divisus, sed in eos etiam, quos hinc illinc ultra eum numerum admittebat.

3. Venio nunc ad Sectorem, qui ut superius dictum est, novem Pedes Parisienses longus fuit. Constabat autem Radio ferreo, & laminâ transversâ ei perpendiculariter coaptatâ. Huic superinducta erat lamella ænea bene lævigata, cujus planum per radii centrum accurate transibat. Eidem per medium secundum longitudinem excavatæ inserta erat altera lamella ænea ope cochleæ mobilis, cujus longitudo, (quæ unius pedis esse debuerat, sed ut experimento deprehensum est, paullo plus quam bis millesima sui parte ab ea mensura deficiebat) in partes duas & septuaginta inter se æquales dividebatur. Ita demum fiebat, ut quoties filum perpendiculare limbum radebat, toties motu cochleæ una ex divisionibus illis filo ad amussim admoveri, ac conversiones ejusdem, nec non partes conversionum numerari possent. Unaquæque enim conversio, prout in Micrometris fieri solet, circello atque indice adjecto in partes centum, & octoginta distribuebatur. Hæ autem partes, quæ, ut patet, non ad peripheriam Circuli, sed ad ejus tangentem pertinebant, ejusmodi erant, ut quo loco tangens cum circumferentia coincidebat, eo centum atque insuper una & septuaginta cum dimidio unum minutum primum conficerent. Ita earum fere tres ad singula minuta secunda requirebantur. Tubus Opticus Sectori a tergo additus, ejusdem erat cum Sectore longitudinis, & Axis illius cum plano Sectoris quam proxime congruebat. De Sectore.

4. Suspensio Sectoris nostri firmissima fuit, ita ut post horas complures eum in eodem situ prorsus immotum non semel offenderimus, id quod eadem puncta filo perpendiculari etiamnum obtecta demonstrabant. Hanc ei firmitatem conciliabat hinc cochlea fulcro immobili inserta & in plano Meridiani collocata, cui Sector incum- De ejus Suspensione.

cumbebat, quoque circumacto ſtella vertici vicina ad filum Tubi Horizonti parallelum paulatim adducebatur, illinc geminæ aliæ ei plano perpendiculares, quibus vel promotis, vel retractis, Sector in ſitu verticali ſtatuebatur, quod tum demum agnoſcebatur, cum filum perpendiculare limbum radebat. Ne autem ad eaſdem partes ad quas per has duas cochleas trudebatur, Sector moveri poſſet, totidem ponderibus cavebatur, quæ eum cochleas verſus revocarent, efficerentque, ut iis quodammodo immobiliter incumberet. Facile porro præſtabant eædem cochleæ, ut Sectoris planum cum plano Meridiani congrueret. Etenim ſi tantillum ab eodem declinare deprehenderetur, in promptu erat alteram earum, prout uſus poſtularet, vel promovendo, vel retrahendo debitum continuo ſitum adipiſci. Duxeramus ad hunc finem in pavimento lineam Meridianæ parallelam, quæ communem Plani Sectoris in Meridiano conſtituti, ac pavimenti ſectionem repræſentaret, ac deinde oculo in eodem plano poſito, facile quantulamcumque ab eodem declinationem agnoſcebamus.

ARTICULUS II.

De Errorum Correctione.

Quomodo Sectoris errores corrigi potuerint.

5. NOtiſſimum eſt fieri non poſſe ut in Inſtrumentis manu elaboratis error nullus admittatur, tametſi ii perexigui eſſe ſoleant, ubi ad ſummam curam Artificis diuturnus uſus acceſſerit. Id autem eo magis in Inſtrumentis noſtris cavendum erat, quod ut ſuperius dictum eſt, qui eis fabricandis operam navabat, nondum ſe in hoc genere exercuiſſet. Corrigendi itaque erant errores tam Sectoris, quam Quadrantis, qui ex prava utriuſque diviſione enaſcebantur. Ac primo quidem, quod ad Sectorem attinet, ſatis fuiſſet ad rem præſentem partes aliquotas totius longitudinis ejuſdem ſtellarum obſer-

observandarum distantiis a vertice magis accommodatas a puncto Limbi medio utramque in partem transtulisse, ac punctis tenuissimis notasse, neglectis interea aliis divisionibus, quæ ad stellas observandas nihil attinebant, quod Bouguerius & Condaminius ante præstiterant. Exempli gratia, quoniam hic Romæ stella α Cygni duobus circiter gradibus cum dimidio a vertice in appulsu suo ad Meridianum transitura erat, transferenda erat utrinque pars Radii seu totius longitudinis Sectoris vigesima tertia, quæ Tangentem graduum duorum, minutorum novem & viginti, & secundorum fere trium, & viginti æquaret: ita enim quod superfuturum erat intervalli facillime per partes conversionis cochleæ deprehendi potuisset. Sed eodem prorsus rediit methodus a nobis usurpata. Examen enim hac ratione institutum est.

6. Sumptâ parte aliquota Radii, quæ ad rem præsentem maxime idonea futura prævidebatur, ductæ sunt in lamella Crystallina duæ rectæ parallelæ tantundem fere inter se dissitæ, quanta esset partis istius longitudo, ac deinde lamella ista Limbo Sectoris cera firmiter agglutinata est. Cavebamus interea diligenter, ne lineæ istæ, quæ adeo subtiles erant, ut nisi lente adhibita dignosci vix possent, lineæ tangentium oblique insisterent, id quod earumdem a se invicem distantiam aliquantulum auxisset. Rebus hoc modo paratis, conversiones ac partes conversionum cochleæ numerabamus, quibus linearum intervallum tam a distantia observata, quam a parte aliquota sumpta discrepabat. Ita enim distantia observata innotescebat, neque periculum erat, ne hac ratione examinantibus error aliquis obreperet, cum & laminam crystallinam, qua parte signabatur, laminæ æneæ semper cohærentem esse curaremus, & in æstimanda linearum dictarum cum limbi divisionibus congruentia duarum partium errorem, quarum fere tres secundum unum æquabant, nullo negotio evitaremus. Qua ratione correcti sunt.

7. Neque tamen necesse erat scrupulosius agere in parte ali- Quam accurate;

te aliquota ad amussim determinanda. Satis enim erat ad illam quam proxime accessisse, habita interea ratione excessus seu defectus, quo pars illa tot vicibus sumpta Sectoris longitudinem superabat, aut ab ea superabatur. Hoc enim discrimen istiusmodi esse non poterat, ut in partes viginti aut plures distributum sensibilem errorem efficere posset. Ponamus enim, sumptis tribus & viginti partibus æqualibus, superesse etiamnum ad totam Sectoris longitudinem æquandam partem ejus quingentesimam, & in ea dimetienda errorem, qui uni secundo æquivaleat, admissum esse. Evidens est in hoc casu, errore per singulas partes aliquotas æqualiter distributo, in metienda illa parte aliquota non nisi partis vigesimæ tertiæ unius minuti secundi errorem timeri posse.

Quo eventu.

8. Exploratis hoc modo erroribus Tangentis, deprehensum est, eam fuisse partium duarum & septuaginta, in quas divisa erat tota ejus longitudo, inæqualitatem, quæ errorem quatuor aut quinque, vel etiam sex interdum minutorum secundorum, semel etiam undenorum parere potuisset, ita tamen, ut multo propius a vero abessent divisiones partis dexteræ quam lævæ; atque ut hæ quidem omnes justo minores essent, sumpto nimirum toto intervallo ab initio divisionis, si unum aut alterum intervallum excipias, cum tamen tota ambarum collectio interdum excessu, interdum defectu peccaret. Examinata quoque est separatim per conversiones cochleæ pars unaquæque, & Tabula errorum exinde confecta, quæ vix sensibiliter ab altera discrepabat: major tamen fides priori examini habenda erat, propterea quod plures errores in unam summam collecti sensibiles evadere potuissent, licet nullus eorum seorsum spectatus sui indicium præberet. Nam si in divisionibus singulis ducentesima conversionis unius parte erratum esset, & errores omnes, quod tamen ægre accidere potuisset, ad eandem plagam pertinuissent, in partibus sex & triginta, hoc est in dimidio totius longitudinis, error undecim minutorum secundorum admissus fuis-

fuisset. Rem vero multo aliter sese habuisse utriusque Tabulæ conspiratio demonstrabat.

9. Neque absimili modo absolutum est examen Quadrantis. Etenim Instrumento cuidam circa centrum mobili, qua parte Limbum attingebat, cochlea ita aptata erat, ut ejus ope divisionum discordia, admota lamella Crystallina, non secus ac in linea Tangentium factum fuerat, accurate exploraretur. Ac primo quidem divisiones Limbi, quæ inter gradus 0 ac 30, 30. ac 60, 60, ac 90. continebantur, ad trutinam revocatæ sunt, deinde vero per denos, quinos & singulos quosque gradus itum est. Hoc instrumentum primo quidem ex ligno confectum fuerat, sed eventus expectationi minime respondit. Experimentum enim continuo iteratum aliquam in erroribus varietatem exhibebat. At simulac ex ferro aliud ejusdem formæ elaboratum est, varietas illa omnis penitus evanuit; ita ut de errorum hac ratione detectorum quantitate dubitandi amplius locus non esset. Supervacaneum autem esse arbitror monere tam in his, quam in superioribus illis operationibus necessariam prorsus fuisse Lentem convexam exiguam, qua minutissimæ quæque differentiæ distincte deprehenderentur. Eadem Lens inter observandum Limbo Sectoris applicabatur eo successu, ut tertiam minuti secundi partem sensibilem efficeret. Examen Quadrantis.

10. Quod ad Quadrantis ipsius sive graduum nonaginta mensuram attinet, ea duplici modo explorata est. Etenim & Horizontis totius ambitus in loco omni ex parte patenti gradibus 360 fere duobus minutis primis major justo est visus, & summa trium Angulorum in unoquoque Triangulo debite reducto, assumpto inter omnes medio, minutis secundis quinquaginta justo amplior deprehensa est. Ex quo illud consequens est, Angulum rectum angulo in Quadrante nostro notato minutis secundis viginti quinque majorem extitisse. Unde duplex enasci potest Quadrantis correctio, vel scilicet hunc er- Eventus examinis.

rorem per totam ejusdem peripheriam æqualiter distribuendo, ac deinceps correctionem observatam adhibendo, vel quod nos fecimus, dictæ correctionis tabulam singulis gradibus, tanquam si perfectus foret Quadrans, applicando, ac deinde Arcum sic repertum in data ratione minuendo, quod commode fit demendo ex duodeviginti quibusque gradibus, quoties in Angulo aliquo observato reperiuntur, quina secunda ac deinde quod perfacile est partem proportionalem pro eo quod supererit. Ita si Arcus observatus fuerit graduum quadraginta, pro sex & triginta gradibus provenient minuta secunda decem, ac pro quatuor reliquis unum. Minuendus est igitur Angulus observatus minutis secundis undecim.

ARTICULUS III.

De Electione Stationum.

Quæ Stationes delectæ.

11. Totus ferme Tractus, qui Mare superum atque inferum interjacet, aut Apenninis montibus, aut certe quibusdam ejus Appendicibus occupatur, qui quidem Montes tametsi planitiem interdum haud exiguam interjectam habeant, hæc tamen haud unquam istiusmodi esse potest, ut continuationi Triangulorum ab una Meridiani nostri extremitate ad alteram inserviat, cum juga fere continua, ubicumque in locis depressioribus Statio figatur, ulteriorem prospectum intercipiant. Itaque si Romam & Ariminum exceperimus, cæteræ omnes Stationes in montium verticibus collocandæ erant, ut Triangulorum series, quæ ab una Urbe ad alteram pertineret, constitueretur. Quamobrem, re probe examinata, visum est Montes sequentes huic negotio deligere, Januarium, Sorianum, Fionchum, Penninum, Tesium, Catriam, Carpegnam ac Lurum.

Singularum descriptio & tuguriorum erectio.

12. Horum ptimus supra Palombaram Sabinorum oppidum, duorum circiter milliarium intervallo se attollit:

lit: secundus oppido Soriano imminet, unde etiam nomen mutuatus est. Priscis autem temporibus totum illud jugum, cujus mons iste partem editissimam occupat, Montis Cimini nomine insigniebatur. Tertius quinis millibus passuum Spoleto abest cis Narem fluvium, qui ejus radicem alluit. Quartus [1] Nuceriam ad Occidentem Solem pari ferme intervallo sitam despicit. Tesius jugum est in agro Perusino, tantundem fere ab Urbe Perusia ad septentriones semotum. Catriam appellant verticem altiorem Montis bicipitis supra Cantianum, cujus alteri vertici fere huic æquali Occasum æstivum versus Monti acuto nomen est. Carpegna a Castello cognomine appellationem mutuatur, cujus etiam in ditione Montis pars magna posita est. Habet etiam infra se ad Occidentem solem urbem exiguam, ut in locis montuosis, Pennam nomine, ubi nunc sedes Episcopalis est Dioecesis illius, quam hodie Montem Feltrum appellant. Superest Mons Lurus, qui septem duntaxat passuum millibus Pisauro abest, supra maris superficiem haud totis ducentis passibus assurgens, atque adeo reliquis omnibus longe depressior. Hujus apici imposita est Turris antiqua, ut propterea hoc in loco signo alio nullo opus haberemus. In aliis extruendum fuit necessario tuguriolum, quod hac ratione perfectum est. In delectis quatuor angulis palmis viginti aut plus eo ab invicem sejunctis palos grandiores seu trabeculas totidem alte in terram defigi curavimus, situ minime illo quidem erecto sed modice inclinato, ut nimirum trabecularum extremitates ad punctum meditullio tugurii extruendi perpendiculariter imminens convergerent. His alii pali minores clavis tranversim adnectebantur, quibus deinde intexti rami arborum ac sarmenta totum opus convestiebant, ut & procul spectantibus opacum videretur, & coni truncati speciem exhiberet. Excipiendus tamen est Mons Sorianus, qui cum, ut aliis in locis, sic etiam in summo jugo sylvosus sit, in eo jugo quod delegeramus, arboribus necessario

1 Nocera.

ſario ſpoliandus erat, unâ tantum relicta, quæ a longinquo conſpici ac notari poſſet.

Stationum opportunitas;

13. Hic Montium delectus non ſolum omnium commodiſſimus, ſed etiam prope neceſſarius eſt viſus. Quoſcumque enim alios elegiſſemus, ii angulos ad triangulorum ſeriem texendam minus commodos habuiſsent. Potuiſset quidem Sorianum inter ac Teſtim interjici ſtatio altera; primò tamen contemplantibus nobis ſitum regionis non alia ſe objecit, quam unus aliquis ex montibus Tiberi ad Tenagliam aut Montecchium imminentibus, qui tamen neque angulos ſatis commodos habuiſset, neque a Soriano monte ſat longe abfuiſset. Rectius ad hunc finem delectus fuiſset, ſi modo aliquem deligi neceſse erat, mons Peliæ in ditione [1] Oropitana, cujus opportunitas, ſi minus ad triangulorum nexum, at certe ad alios fines Geographicos, maxima fuiſset, tametſi quo minus id initio obſervaretur, plurima obſtarent. Reliqui montes omnes, qui quidem nobis in mentem venire potuiſsent, aut nimium declinabant a Meridiano, aut propter alios interjectos fini noſtro inutiles evaſiſsent. In duobus præcipuè laboratum eſt, Fioncho ſcilicet & Luro, quorum is ægre a monte Soriano, hic autem a Catria ac Carpegna conſpici potuit. Nam Luri quidem faſtigium a locis longe editioribus ſpectatum in planitiem ulteriorem decumbebat; Fionchi vero ſummus apex, utut altior monte Soriano, a Cuſcerno monte haud paullo editiori obumbrabatur. Ita fiebat, ut ſignum utrique impoſitum non in cœlum, qui commodiſſimus eſt ejus videndi modus, ſed in terram, quæ niſi lucente ſole, ejus conſpectum fere adimit, deſineret. Neque aliter ſe res habuit cum tholo D. Petri e Soriano monte deſpectato, cujus ſæpe nullum prorſus veſtigium oculis ſe offerebat, cum alia objecta diſſimilem ſitum habentia clariſſime conſpicerentur.

Nexus earum cum utraque baſi.

14. Atque hi quidem montes cum tholo D. Petri in Urbe Romana, ac ſtatione altera litorali prope Ariminum, unde menſura Baſis inchoata eſt, octo triangula præ-

1 D' Orvieto.

præcipua constituunt, unde gradus unius Meridiani longitudo depromenda est. Supersunt Bases geminæ totius nimirum operis fundamentum, quarum illa quidem Ariminensis cum Trianguli adjacentis latere uno immediate conferri potest; altera vero Romana, cum a quinto circiter a tholo D. Petri Lapide initium ducat, Triangulo alio auxiliari opus habet, ut dicti tholi a vertice Montis Januarii distantia innotescat. Itaque totum opus undecim Triangulis absolvitur, quorum octo, uti dictum est, Meridiani mensuram præcipue respiciunt, tria autem reliqua ad primi vel extremi lateris longitudinem, ex qua reliqua pendent, determinandam necessaria sunt. Sed jam mensuræ ipsius ratio nobis describenda est.

ARTICULUS IV.

De Basis utriusque Mensura.

15. BAsis ea, quam haud procul Urbe Romana dimetiendam susceperamus, ante annos aliquot haud paullo commodior fuisset, utpote quam in ipsa via Appia antiqua in directum per longissimum intervallum porrecta selegeramus. Sed quoniam non ita pridem via publica, ut idem esset magna ex parte iter sive per portam Cœlimontanam sive per Capenam Roma Albanum petentibus, ad lævam deflexerat, hinc factum est, ut per loca segetibus consita mensura nostra, non sine magna difficultate continuanda esset, multo impeditior futura, si eandem adultis jam ferme culmis, iterassemus, atque ad eas quas jam tum experiebamur, difficultates, alias novas adjunxissemus. Satius igitur habuimus, postquam octona passuum millia hac ratione dimensi essemus, alteram Basim deligere, quoties collibuisset, ad examen revocandam, quam ad hanc, quod fieri vix posse prospiciebamus, iterum dimetiendam nos accingere. Illud autem commodissimum accidit, quod inquirentibus nobis ac Basium Situs.

loca

loca maxime opportuna circumſpectantibus alius locus aptior non occurrerit, quam in altero Meridiani noſtri extremo ad ipſum litus Maris Adriatici, ubi tametſi litus tantundem in directum non procurreret, quantum ad inſtitutum noſtrum ſatis eſſet, modico tamen flexu octo fere paſſuum millia perinde metiri liceret, ac ſi unam & eandem rectam efformâſſent. Et hoc quidem intervallum menſe Decembri, cœlo plerumque caliginoſo, per dies tredecim bis menſi ſumus, eo ſucceſſu, ut inter utramque menſuram non niſi duorum pollicum diſcrimen inveniretur, quæ quidem concordia, ei qui hoc tempore aeris temperiem noſtramq; in metiendo diligentiam minus conſideraverit, caſui fortuito adſcribenda fortaſſe videretur. Summa enim fuit per 13 hoſce dies, id quod ex Thermometro Reaumuriano ſatis conſtitit, in aeris temperie conſtantia; ad hæc perticarum noſtrarum longitudinem, ſæpius quotidie inter operandum ad examen revocabamus, quam ſi forte earundem pondus, inducta curvatura, variâſſet; decurtationis ejus, quæ perexigua erat, rationem habebamus. Itaque ſi tertio eundem laborem repetere placuiſſet, haud dubium, quin contemnendo plane diſcrimine tertia menſura a prioribus diſſediſſet,

Qui modus in iis dimetiendis ſervatus.

16. Menſuræ porro inſtituendæ ratio hæc fuit. Paratis tribus perticis longitudinis palmorum ſeptem & viginti num. 1,2,3 adſcripſimus, quæ deinde libellæ ope horizontaliter ita ſtatuebantur, ut ab initio baſis ad illius extremitatem recta dirigerentur, id quod, diſpoſitis per totam longitudinem certo quodam intervallo ſudibus, facile obtinebatur. Pertica autem altera alteram minime tangebat, ſed exiguo inde diſtabat intervallo, quod circino excipiebamus, non quidem ab unius extremo ad initium alterius, ſed a ductis in ænea lamella utrique extremo parallelis, detracta deinceps utriuſque parallelæ ab extremo diſtantia. Ita duplex commodum nanciſcebamur, amoto tam colliſionis perticarum, quam pravæ numerationis periculo. Nam cum trium perticarum longitudinem pro una men-

mensura acciperemus, & mensuras singulas singulis in catalogo lineis complecteremur, in iisque primæ perticæ ab ultima numeri superioris, secundæ a prima, & tertiæ a secunda intercapedinem notaremus, fieri omnino non poterat, ut in partium numerum error ullus, nobis insciis, irreperet.

17. Contingebat interdum, ut ob soli inæqualitatem perticas attollere aut deprimere necesse haberemus. Id quoties factu necessarium erat, filum pondere instructum e pertica superiore demittebamus, cujus a parallela illa quam diximus, distantiam metiebamur, & in tabulam referebamus. Ubi porro hoc necessarium non erat, perticæ ad situm Horizontalem redigebantur, attollendo seu deprimendo, ope cochlearum, tabulas, quibus incumbebant. Hac ratione operationem totam absolvere licuit eadem propemodum facilitate, ac si tota Basis nostræ longitudo ad amussim complanata fuisset, propterea quod casus iste attollendi vel demittendi perticas in Basi præsertim Ariminensi haud ita frequenter contingeret. In solo inæquali quid actum.

18. Jam vero hæc Basis ob flexum litoris, de quo superius mentio facta est, in duas rectas ad se invicem inclinatas atque Angulum 170° 52′ 15″ complectentes necessario dividenda fuit, ut in fig. 1. tab. 1. videre licet, in qua *A* initium Baseos prope ostium Aprusæ fluminis, quod Ariminum ab Oriente alluit, repræsentat, *B* finem primæ partis, *C* finem partis secundæ ac Basis totius. Ducta porro recta *AC*, observatus est Angulus *CAB* 4° 10′ 45, & *ACB* 4° 57′ 0″. Demissa perpendiculari *BD*, minuantur *AB*, *BC*, in ratione sinus complementi Angulorum *A* & *C* ad Radium respective, invenienturque segmenta *AD*, *DC*, quæ simul sumpta Basim totam *AC* efficiunt. Porro cum inter *A* & *B*, transeundum esset flumen Amaranum, ejus latitudinem, quæ ut a recta *AB* secabatur, palmos 431 $\frac{2}{3}$ complectebatur, trigonometrice eruimus, efformato triangulo fere æquilatero, atque uno ejus crure per mensuram determinato, ita ut nullum Basis Ariminensis conflata ex duabus. Fig. 1. Tab. 1.

lum prorsus erroris sensibilis periculum subesset.

Basium longitudo. 19. Cum igitur propter summam utriusque mensuræ consensionem, cujusque ad rectam *AC* haud dubiam reductionem, secundam hanc Basim primæ haud immerito præponendam esse statueremus, ideo Basim Ariminensem totius mensuræ fundamentum esse voluimus, illa altera nonnisi ad hanc confirmandam, vel ubi opus esset, corrigendam usuri. Fuit autem Basis hujus pars prima *AB*, palmorum 28645. 8. posterior *BC*, 24194. 8. unde *AD* 28569. 6. & *DC* 24104. 7. summa *AC* palmorum 52674. 3., quâ ductâ in ,15 habebitur numerus passuum, quibus tota Basis constat, 7901. 14. Altera Basis aliquanto longior fuit, utpote Passuum 8034, 37, vel potius, habita ratione acclivitatis dimidii gradûs, 8034. 67.

Reductio passuum ad Hexapedas. 20 His rebus ita constitutis, supererat, ut Basis nostræ longitudinem in Hexapedis Parisiensibus exhibere, atque adeo laborem hunc nostrum cum anteactis conferre possemus. Equidem palmos nostros ex Capitolino exemplari depromptos propter linearum, quibus illud constat, crassitiem pro mensura numeris omnibus absoluta venditare non possumus: subsidio tamen nobis venit Hexapedæ mensura accurata Parisiis a D. Langletio elaborata, atque a Cl. D. Mairano examinata ac comprobata, ut ejusdem cum mensuris ad Æquatorem, in Gallia, atque ad circulum Arcticum adhibitis consensio dubia esse non possit. Re autem diligenter examinata, deprehendimus rationem novem palmorum Romanorum, quibus in mensura nostra usi sumus, ad Hexapedam Parisiensem esse eam quam habet numerus 29710 ad 28800, sive adeo Logarithmum hujus rationis esse, 0135102., ac proinde Logarithmum rationis Hexapedæ Parisiensis ad passum Romanum, sive ad Palmos istiusmodi $6\frac{2}{3}$ esse, 1168236., qui propterea subductus a Logarithmo cujusvis numeri passuum exhibebit numerum Hexapedarum eidem longitudini respondentium.

ARTICULUS V.

Series triangulorum.

21. SEriem triangulorum nostrorum exhibet Fig. 2., in qua Basis Ariminensis *La* cum recta *LI* ab [1] Aprusæ ostio ad Montem Lurum ducta coincidere videtur, tametsi revera aliquantulum Mare versus inde recedat. Cætera omnia ex intuitu Figuræ manifesta evadunt. Contigit quidem plerumque ut anguli a nobis observati exigua aliqua correctione indigerent, propterea quod extra tugurium ad eos capiendos egredi necesse esset. Sed hæc correctio, quæ abunde in aliis mensuris hac gratiâ factis explicata est, peculiarem difficultatem non continet. Itaque illius quantitatem, quæ plerumque paucis secundis constabat, in sequenti tabella consulto omisimus, Angulosque eos duntaxat ibidem notavimus, qui adhibita illa correctione prodeunt, quos deinde calculi ineundi gratia correximus, ut nimirum simul sumpti gradus 180° conficerent. Correctio Triangulorum. Tab. I. Fig. I.

[1] Ausa Flume.

Triang.	Anguli observati reducti ad cent.				Anguli iidem correcti.			Hinc latus
		°	'	"	°	'	"	
Aprusa	L	78	48	22	78	48	18	
Alt.extr.	a	82	3	10	82	3	6	LH 23862.3
Carpegna	H	19	8	36	19	8	36	
		180	0	8	180	0	0	
Aprusa	L	77	19	44	77	19	56	
Lurus	I	66	35	52	66	36	2	IH 25367.7
Carpegna	H	36	3	56	36	4	2	
		179	59	32	180	0	0	
Lurus	I	64	58	37	64	58	31	
Carpegna	H	69	57	6	69	56	59	HG 32465.2
Catria	G	45	4	34	45	4	30	
		180	0	17	180	0	0	
Carpegna	H	37	12	15	37	12	11	
Catria	G	97	6	12	97	6	1	GF 27429.8
Tesius	F	45	41	53	45	41	48	
		180	0	20	180	0	0	
Catria	G	64	51	52	64	51	54	
Tesius	F	59	33	25	59	33	30	FE 30104.3
Penninus	E	55	34	34	55	34	36	
		179	54	54	180	0	0	

Triang.	Ang. obſervati reducti ad cen.	°	'	"	Anguli iidem correcti °	'	"	Hinc latus
Teſius	F	45	46	33	45	46	33	
Penninus	E	92	38	54	92	38	56	FD 45316.4
Fionchus	D	41	34	31	41	34	31	
		179	59	58	180	0	0	
Teſius	F	30	36	2	38	35	57	
Fionchus	D	91	56	32	91	56	21	DC 37200.7
Sorianus	C	49	27	48	49	27	42	
		180	0	22	180	0	0	
Fionchus	D	60	5	30	60	5	30	
Sorianus	C	70	10	21	70	10	19	CB 42258.3
Januarius	B	44	44	12	44	44	11	
		180	0	3	180	0	0	
Sorianus	C	32	13	6	32	13	10	
Januarius	B	68	48	20	68	48	30	BA 22954.3
Th.D.Petri	A	78	58	18	78	58	20	
		179	59	44	180	0	0	
Januarius	B	32	38	10	32	38	7	
Th.D.Petri	A	79	1	10	79	1	3	Bc 24244.8
Ext.ul.Baſ.	C	68	20	56	68	20	50	
		180	0	16	180	0	0	
Januarius	B	19	17	27	19	17	27	
Extre. cit.	b	94	24	33	94	24	30	bc 8033.4
Extre. ult.	c	66	18	6	66	18	3	
		180	0	6	180	0	0	

Collatio Basium.

22 Cum igitur per hanc seriem Triangulorum a basi Ariminensi passuum 7901., 14. inchoatam incidamus in *bc* uno circiter passu vero minorem, cumque hæc Basis totius Meridiani nostri Longitudinis pars vigesima sit, sequitur, assumpta pro fundamento hac Basi, inveniendam fuisse totam Meridiani longitudinem viginti ad minimum passibus productiorem; unde etiam assumpto inter utramque computationem medio, licebit eam, quam mox reperiemus, decem passibus augere, cujus fere dimidium, *i. e.* passus quinque circiter cedet in incrementum gradus unius, ex utriusque Baseos collatione determinandi.

Cur nihil amplius modo investigatum.

23 Porro ad Basim unam ex altera inveniendam pluribus opus non est, quam quæ in Diagrammate posuimus. Sufficit enim notum habere unum latus cujusque trianguli, ut ad sequens triangulum gradum facere possimus, ac quodlibet ejus latus investigare. Itaque hoc commodissime facimus triangula uti jacent, resolvendo, neque Altitudines montium in planum reducendo. Peracta autem hac operatione, jam reductio illa locum habebit, tum ut cujusque distantiæ mensura perinde eruatur, ac si nulla esset in telluris superficie inæqualitas, tum uti singulorum laterum vera a Meridiano declinatio indagetur. Anguli autem observati ad Horizontales hoc pacto reducuntur.

Modus reducendi angulos observatos ad Horizontales.

24 Concipiantur duo circuli maximi per verticem observatoris, & per duo objecta observata transire, qui etiam producti, ubi opus est, Horizontem secent. Patet in hoc casu arcum Horizontis inter utramque intersectionem comprehensum esse ipsum angulum reductum, qui quæritur, eumque æqualem esse Angulo inter geminos illos circulos intercepto. Si igitur nota sit apparens utriusque objecti a vertice distantia, hæ distanriæ duo latera evadent trianguli sphærici, cujus tertium latus erit angulus inter objecta illa observatus; unde angulum observatum ad Horizontalem reducere nihil erit aliud

quam

quam angulum verticalem trianguli istius ex tribus datis lateribus invenire. Atque hæc quidem maxime obvia videtur ac naturæ consentanea Problematis propositi solutio, quæ cum ante annos ferme triginta cogitanti mihi se prima obtulerit, non parum deinde miratus sum, eam alicubi tanquam recens inventum commemorari, quam antiquioribus omnibus notam fuisse minime dubitabam. Facile tamen accidere potuit ut propter casus insolentiam, nullus eorum de ista solutione mentionem fecerit.

25. Si alterum ex objectis in ipso horizonte situm fuerit, res tota per unius tantum Trianguli Sphærici Rectanguli solutionem expediretur, cujus nimirum Hypotenusa foret Angulus observatus, alterum vero crus distantia alterius objecti ab Horizonte, unde per unicam Analogiam innotesceret continuo crus alterum, sive Arcus Horizontalis quæsitus, id quod aliam extra hunc casum propositi Problematis solutionem suggerit; quæ tametsi prima fronte operosior videatur, in multis tamen, imo fere in omnibus casibus propter compendia veluti sponte sua se offerentia locum mereri potest. **Casus simplicior.**

26. Hæc solutio sita est in inventione puncti Horizontis *C*, in quo circulus maximus per duo illa objecta ductus illum intersecat. Id punctum, si objecta *A* & *B* ad diversas partes Horizontis jaceant, ut in Figura 3. in arcu Objecta illa conjungente necessario reperiendum est, sin vero ad easdem partes respectu Horizontis sita sint, ut in Figura 4. videre est, in arcûs illius productione ad partes Objecti Horizonti propinquioris. Sint *AD*, *BD* in utroque casu perpendicula ab Objectis *A*, & *B* in Arcus Horizontales *DCE*, *DEC* demissa; eruntuque segmenta arcuum in utroque casu *AC*, *BC*, quorum summa in Figura 3, differentia vero in Fig. 4, Arcui observato æqualis est. Itaque adhibendo notam ∽ pro differentia duorum terminorum, quicunque demum major fuerit, Dico fore in primo casu. **Alter modus.**

Tang.

Tang. $\frac{AD + BE}{2}$: Tang. $\frac{AD \backsim BE}{2}$ :: Tang. $\frac{AB}{2}$ Tang. $\frac{AC \backsim BC}{2}$

In casu autem secundo

Tang. $\frac{AD \backsim BE}{2}$: Tang. $\frac{AD + BE}{2}$ :: Tang. $\frac{AB}{2}$: Tang. $\frac{AC + BC}{2}$.

Cognitis autem semisumma & semidifferentia arcuum *AC*, *BC*, etiam ipsa hæc segmenta innotescunt.

Ejus demonstratio. 27. Demonstratio hujus Analogiæ facile deducitur ex noto Axiomate, quod nimirum Tangentes semisummæ & semidifferentiæ quorumvis duorum Arcuum proportionales sint summæ & differentiæ Sinuum eorundem. Hinc enim nascitur hujusmodi argumentatio,

Sin; *AD* : Sin. *BE* :: Sin. *AC* : Sin. *BC*,

Ergo componendo & dividendo

Sin. *AD* + Sin. *BE* : Sin. *AD* $\backsim$ Sin. *BE* :: Sin. *AC* + Sin. *BC*: Sin. *AC* $\backsim$ Sin *BC*.

Et nenique substituendo rationes hisce æquales.

Tang. $\frac{AD + BE}{2}$; Tang. $\frac{AD \backsim BE}{2}$ :: Tang. $\frac{AC + BC}{2}$: Tang. $\frac{AC \backsim BC}{2}$,

Quæ est ipsa Analogia superius proposita. Q. E. D. Inventis autem segmentis circuli obliqui, segmenta Horizontis iis respondentia per has Analogias eruuntur.

Sin. comp, *AD* : Rad. :: Sin. comp; *AC* : Sin. co; *DC*. Et Sin. comp. *BE* : Rad. :: Sin. comp. *BC*: Sin, com. *EC*. In quibus quidem Analogiis, quoniam Sinus complementi Logarithmicus *AD*, & *BE* haud multum a Radio superari solent, patebit fere ex inspectione sola quantum Sinui complementi *AC* & *BC* adjiciendum sit, ut habeantur Sinus complementi *DC* & *EC*, ut propterea hæc Methodus altera illa, quam claritate operandi superat, haud multo prolixior videatur.

Reductio angulorum. 28 Venio nunc ad reductionem angulorum observatorum ad Horizontales, cujus rei necessitas superius exposita est. Et hîc quidem dissimulandum non est distantiam

tiam objectorum ab Horizonte, unde reductio illa pendet, non semper immediate observari potuisse. Etenim non raro temporis angustiæ, frequenter etiam ventus validior huic observationi impedimento fuerunt. Deerat etiam aliud instrumentum, quo altitudines supra Horizontem nec non depressiones exiguæ multo celerius, quam magni quadrantis ope observantur. Sed quoniam in iis definiendis, error unius minuti reductionem illam perparum, nonnunquam etiam nihil prorsus, quod sensu percipi possit, variare solet, ideo satis habuimus ex observationibus habitis, montium singulorum (hæ observationes ad calcem hujus operis adjicientur) Altitudines supra Maris superficiem vero proximas nancisci, quarum ope observationum defectum supplere possemus. Et hoc quidem pacto tabulam sequentem Angulorum ad planum Horizontale reductorum, nec non laterum iis oppositorum concinnare licuit.

Triangula	Ang: red: ad Hor.	°	′	″	Latera opposita	
Aprusæ Ostium	L	78	47	22	aH	23614. 0
Altera Extrem:	a	82	2	40	LH	23841. 3
Carpegna M.	H	19	9	38	La	7901. 14
Aprusæ Ostium	L	77	20	48	IH	25352. 2
Mons Lurus	I	66	34	20	LH	23841. 3
Carpegna M.	H	36	4	52	LI	15302. 4
Mons Lurus	I	64	59	51	HG	32454. 7
Carpegna M.	N	69	56	1	IG	33636. 7
Catria M.	G	45	4	8	IH	25352. 2

Triangula	Ang: red: ad Hor.	°	'	"	Latera opposita	
Carpegna M.	H	37	11	41	GF	27417. 4
Catria M.	G	97	6	47	HF	45004. 5
Tesius M.	F	45	41	32	HG	33454. 7
Catria M.	G	64	51	47	FE	30090. 9
Tesius M.	F	59	33	47	GE	28658. 0
Penninus M.	E	55	34	26	GF	27417. 4
Tesius M.	F	45	46	22	ED	32495. 2
Penninus M.	E	92	39	19	FD	45299. 0
Fionchus M.	D	41	34	19	FE	30090. 9
Tesius M.	F	38	35	49	DC	37186. 1
Fionchus M.	D	91	56	38	FC	59574. 2
Sorianus M.	C	49	27	33	FD	45299. 0
Fionchus M.	D	60	5	37	CB	42243. 2
Sorianus M.	C	70	10	19	DB	45843. 9
Januarius M.	B	49	44	4	DC	37186. 1
Sorianus M.	C	32	12	14	BA	22935. 6
Januarius M.	B	68	48	35	CA	40124. 3
Tholus D. Petri	A	78	59	11	CB	42243. 2

Exigui erroris correctio.

29 In hac tabula notatu dignum est distantiam Montis Januarii a tholo D. Petri ad planum superficiei maris redactam quatuor fere passibus justo minorem prodire. Cûm enim hæc reductio quindecim passus auferre debeat ab intervallo, quod inter duas hasce stationes intercedit, certe cum illud intervallum in priore tabula passuum

ſuum 22954 invenerimus, conſequens eſt ut nunc ad paſſus circiter 22939 aſſurgere debuerit. Sed tamen hic error non tam vitio reductionis, quam inæqualitati refractionis tribuendus videtur, quæ certe objecta viſa haud raro plus juſto attollit, ut quamvis refractionis quantitas pro communibus caſibus ſatis perſpecta ſit, nequeat tamen ex diſtantia loci obſervati ſemper accurate abſque obſervatione immediata reperiri. Creſcunt igitur hac ratione diſtantiæ non reductæ, ut mirari non debeamus in progreſſu triangulorum perfectam inter utraſque conſenſionem non intercedere. Demus tamen, nequid hic neglexiſſe videamur, aliquam diverſitatis partem reductionis vitio deberi, & aliquid, uti mox faciemus, huic etiam cauſæ in æſtimanda gradus magnitudine tribuamus.

ARTICULUS VI.

Determinatio directionis Meridiani D. Petri per ſupradicta triangula tranſeuntis.

30. AD inveniendam Meridiani poſitionem ſex obſervationes inſtituimus, tres Arimini, & Romæ totidem. Obſervationes Ariminenſes tametſi tempore anteriores, & magna cura peractas in poſteriorem locum rejicimus. Ea enim erant ſitus incommoda, quem (niſi tranſlato alium in locum Horologio, & obſervatis denuo Altitudinibus Solis æqualibus, id quod abſque gravioribus incommodis vix fieri poſſe videbatur) mutare non licuit, ut merito primas Romanis obſervationibus deferre debuerimus. Itaque harum mentione modo facta, deinceps ad illas gradum faciemus. *Cur Romanæ obſervationes præferendæ.*

31. Anno igitur 1753, 18 Calendas Octobris, ſive ut nunc commodius loquimur, die 14 Septembris ad extremum Boreale Solarii Superioris Collegii Romani, obſervato utriuſque Limbi Solaris tranſitu per filum verticale *Obſervationes Romanæ.*

ticale deprehendimus distantiam centri ejusdem ab Arbore Montis Soriani qualem hic subjicimus.

Dist. Cent. ☉ à Sor.		Eadem red. ad Hor.
5h 56′ 4″	66° 18′ 44″	66° 18′ 54″
6 0 20	65 36 15	65 36 45
6 4 20	64 55 18	64 55 54

32. Quamobrem, cum posita Solis Declinatione hora 6, grad. 3, min. 11, sec. 36, prodeant ejusdem Declinationes a Meridiano.

5h 56′ 4″	91° 43′ 23″
6 0 20	92 26 1
6 4 20	93 6 48

Fiet Declinatio Arboris

Per Observationem primam	158° 2′ 17″
Per Secundam	158 2 46
Per Tertiam	158 2 42
Per comparationem omnium	158 2 35.

Angulus Positionis quid sic.

33. Hanc declinationem detractam ex gradibus 180, si fuerit ad Ortum, sin autem, ut in casu præsenti, ad Occasum vergat, additam totidem gradibus nos deinceps brevitatis, & claritatis gratia Angulum Positionis nominabimus, ita ut per Angulum Positionis nihil aliud intelligamus, quam distantiam Horizontalem verticalis cujuslibet a puncto veri Septentrionis a læva ad dexteram numeratam. Sic v. g. Angulus Positionis Solis in vero Oriente constituti est graduum 90° 0′, in Meridiano 180° 0′, in Occidente 270°, & denique in Occidente cum Declinatione graduum viginti ad Boreâm 290° 0.

Anguli Positionis Stationũ diversarum.

34. Locus harum Observationum distat a Tholo D. Petri passibus 1535, ita ut Tholus Borealior sit Passibus 224, Occidentalior vero passibus 1518. Erit igitur Parallaxis M. Soriani, habita ratione hujus distantiæ, 1° 53′ 28″, & convergentia Meridianorum 1′ 7″. Harum differentia 1° 52′ 21″ addita Angulo Positionis Montis Soriani ad Solarium 338° 2′ 35″, numero penultimo invento dat Angulum positionis ejusdem a Tholo spectatum 339°

54′

54′ 56″, unde cæteri Anguli Positionis facili negotio eruuntur, ut sequitur.

A Tholo D. Petri	Mons Jan.	58°	54′	7″
A Monte Soriano	Mons Tesius	8	4	40
	Mons Fionchus	57	32	23
	Mons Januar.	127	42	42
A Monte Fioncho	Mons Penninus	11	3	20
	Mons Januar.	177	26	46
	Mons Tesius	329	29	[illegible]
A Monte Tesio	Mons Catria	44	8	52
	Mons Penninus	103	42	39
	Mons Carpegna	358	27	30
A Monte Catria	Mons Lurus	6	19	47
	Mons Penninus	159	17	5
	Mons Carpegna	321	15	39
A Monte Carpegna	Aprusæ Ostium	35	14	46
	Mons Lurus	71	19	38
Ab Ostio Aprusæ denique	Mons Lurus	137	53	58

35. Hi, inquam, forent Anguli Positionis, nulla habita ratione convergentiæ Meridianorum. Sed quoniam ut mox videbimus, hinc consequens esset Aprusæ Ostium 7½ passuum millibus Tholo D. Petri Orientaliorem esse, debentur insuper pro hac Latitudine 5′ 34″ ob convergentiam Meridianorum, ita ut Angulus positionis Montis Luri inde spectati evadat 137° 59′ 32″. Nunc videndum nobis est qualis ex Observationibus Ariminensibus prodierit.

In quibus ratio non habetur cõvergentiæ Meridianorum.

36. Anno igitur 1752, 10 Cal. Aug. i. e. die 23 Julii mane, ex Ædibus Comitis Garampi in Urbe Ariminensi captæ sunt sequentes Centri Solaris a Monte Luro distantiæ.

Observationes Ariminenses.

Temp.

Temp. ver.	Distantiæ Obser.	Red. ad Horiz.
4° 34′ 43″	74° 19′ 0″	74° 19′ 3″
4 39 24	73 29 12	74 29 40
4 46 43	72 14 6	72 14 39

Jam vero posita Declinatione Solis hor. 4. m. 39, 20° 4′ 0″, prodeunt Anguli positionis Centri ejusdem

In prima Observatione	61° 2′ 52′
In secunda	61 51 46
In Tertia	63 7 32

Quamobrem Angulus Positionis Montis Luri

Ex Observatione prima	135 21 55
Ex secunda	135 21 26
Ex tertia	135 22 11
Ex collatione omnium	135 21 51

Cumque Ædes illæ distent a Statione ad Ostium Aprusæ passibus 846, 8, & quidem, 835, 3 ad Occidentem, ad Meridiem autem 139, 1, & præterea Parallaxis Montis Luri ab ipso Monte observata sit 2° 35′ 34″, ac denique convergentia Meridianorum 39″, hinc colligimus addendo summam Parallaxis, & convergentiæ, Angulum positionis Montis Luri ab Ostio Aprusæ debere esse 137° 58′ 4″, qui prius ex Observatione Romana deductus fuerat 137° 59′ 32″, sesquiminuto fere major. Sed ut opinor, differentia ista minor evasisset, si utrumque positionis Angulum immediate observare licuisset.

Observationum collatio.

37. Supponatur jam descriptus Meridianus Tholi D. Petri & huic perpendicularis per Aprusæ ostium transiens. Distabit ab hac perpendiculari Tholus D. Petri, juxta situm Meridiani ex Observatione Romana deductum passibus 161127. 9, ex Observatione vero Ariminensi 161130. 9, assumpto autem medio 161129. 4. Sed quoniam hæc perpendicularis secat Meridianum in puncto aliquanto Borealiore Parallelo stationis ad Aprusam, demendi sunt ex hac summa passus 5. 7, quo facto, supererit intervallum Parallelorum D. Petri, & stationis ad Aprusam passuum 161123. 7. Rursus ex determinatione Ro-

Romana eruitur minima distantia stationis supradictæ a Meridiano D. Petri passuum 7139. 8, quibus ea Tholo Orientalior est, ex determinatione autem Ariminensi 7070. 1. Media inter utramque passuum 7105.

38. Etenim cum Mons Sorianus, ut supra vidimus, distet a Tholo passibus 40124. 3, erit ex Angulo positionis 339° 54′ 56″ & hoc intervallo, Tholo Septentrionalior passibus 37686. 5, Occidentalior vero 13779. 7. Eodem modo invenitur Mons Tesius Soriano monte Septentrionalior passibus 58983.3, Orientalior vero 8304.0 Ergo idem Tholo Septentrionalior passibus 96669. 2 Occidentalior autem 5405.7. Pariter deprehenditur Mons Carpegna Tesio Borealior passibus 44988. 0, Occidentalior vero 1213, ac propterea Borealior Tholo passibus 141657. 2, eoque Occidentalior 6618. 7. Denique Statio ad Ostium Aprusæ Carpegna Borealior reperietur passibus 19470. 7, atque Orientalior 13758. 5. Ergo Borealior Tholo passibus 161127. 9 & Orientalior 7139. 8. qui numeri reperti fuissent 161130. 9 & 7070. 1, si freti observatione Ariminensi Meridianum 1′ 29″ Ariminum versus inflexissemus, neque ullam interea convergentiæ Meridianorum in prædictis Montibus rationem duxissemus, ut numero superiore observatum est. Ejus probatio

39. Subjicio nunc singulorum Montium qui ad supradicta Triangula pertinent distantias, tam a Parallelo D. Petri, quam ab ejusdem Meridiano ex priori determinatione erutas. Vid. Fig. 2. Tab. 1. Determinatio Situs Montium. Tab. 1. Fig. 2.

Dist.

		Dist. a Paral.		Dist. a Merid.	
Januarii ——	Ad	11846. 3	dB	19939. 4	Or.
Soriani ——	Ae	37686. 5	eC	13779. 7	Oc.
Fionchi ——	Af	57644. 8	fD	17596. 5	Or.
Pennini ——	Ag	89536. 9	gE	23827. 8	Or.
Tesii ——	Ah	96669. 2	hF	5405. 7	Oc.
Catriæ ——	Ai	116342. 3	iG	13690. 8	Or.
Carpegnæ	Al	141657. 2	lH	6618. 7	Oc.
Luri ——	Am	149774. 1	mI	17399. 1	Or.
Aprusæ Ostii	An	161127. 9	nL	7139. 8	Or.

ARTICULUS VII.

Determinatio Altitudinis Poli utriusque Urbis ex Observationibus Romæ & Arimini peractis.

Delectus stellarum.

49. AD differentiam Latitudinis utriusque Urbis determinandam tres Stellas delegeramus, nimirum Stellam β in humero Aurigæ, Stellam α in Cauda Cygni, ac denique Stellam μ in pede posteriore Ursæ majoris, quarum prima dum Arimini observationibus operam dabamus, ob nimium Solis vicini splendorem usui esse non potuit. Tametsi enim adhibito Telescopio cerneretur, adeo debili tamen lumine fulgebat, ut dum filo admoveretur, nunquam non evanesceret, neque perspici posset, quo in situ ab eo occultaretur. Sed quanquam ob hanc causam differentiæ Latitudinis investigandæ minus idonea esset, attamen determinandæ Urbis Romanæ Latitudini accommodatissima fuit. Nam cum a Coluro solstitiorum exiguo abesset intervallo, adeo lenta erat Declinationis ejus mutatio, ut hæc ex Observationibus Cassinianis circa annum 1740 habitis tuto etiam post duodecim annorum spatium deduci posset. Huc accedebat, quod hæc una ex tribus dictis eo tempore satis accurate observata fuerit. Nam μ Ursæ in Observationibus illis non reperitur, α vero Cygni, tametsi ibidem repe-

reperiatur, non tamen sine aliqua varietate exigua illa quidem, sed tamen non contemnenda observata fuit, & si ex illa observatione situm illius ad hæc tempora exigeremus, periculum fore, ne inæqualitas Præcessionis Æquinoctii, novis erroribus errorem jam admissum cumularet.

41. Ut igitur ex Observationibus β Aurigæ Altitudinem Poli Urbis Romanæ eruamus, assumenda erit ejusdem Declinatio ineunte anno 1740 observata & cætera inde ad hunc modum depromenda. Altitudo Poli Romæ.

Declinatio observata Jan. 1. 1740,	44°	52′	58″
Hinc Declinatio Mart. 4. 1752 ——	44	53	18
Aberratio Borealis ——			7
Declinatio Apparens ——	44	53	25
Distantia a Vertice cor. ex variis obser.	2	59	30
Altitudo Poli in Collegio Romano	41	53	55

Quæ quidem Altitudo uno secundo minuenda est, propterea quod ob Inclinationem Axis, quæ a Clariss. Cassino considerari eo tempore non potuit, Stella isthæc propius abfuerit a Polo ineunte anno 1740, quam ineunte Martio 1752. Hinc Altitudo Poli ad Tholum D. Petri 41 54 7, ad Thermas vero 41° 54′ 10″, 17″ minor scilicet quam a Cl. Blanchino reperta fuerat, quod mirum videri non debet, cum præter incertam umbræ terminationem aliæ validissimæ rationes, si id necesse esset, allegari possint, quamobrem vera Latitudo ex Gnomone Clementino non nisi intra tertiam aut quartam minuti primi partem ad veritatem accedere debuerit.

42. Proximum est, ut Observationum a nobis factarum, ad Latitudinum utriusque Urbis differentiam nanciscendam, in quo præcipuum rei momentum positum est, seriem exponamus. Eæ autem sic se habuerunt. Differentia Altitudinis Poli Arimini.

Ex α Cygni.

Distantiæ a Vertice α Cygni Romæ observatæ.

				Correctæ			Red. ad 4 Mar.		
Mar. 4.	2°	34′	31″. 5	2°	30′	17.″ 5	2°	30′	17.″ 5
1752, 5.	2	34	31. 5	2	30	17. 5	2	30	17. 6
6.	2	34	32. 2	2	30	18. 2	2	30	18. 5
7	2	34	30. 9	2	30	17. 5	2	30	17. 0
14	2	26	3. 0	2	30	17. 0	2	30	16. 7
15	2	26	2. 3	2	30	16. 3	2	30	18. 1

In primis quatuor Observationibus Limbus Sectoris Occidenti, in sequentibus Orienti obvertebatur, quæ etiam conversio deinceps intelligetur, quoties Observationum discordia ad aliquot minuta pervenerit. Itaque hic dierum seriem interrumpere placuit, ut simul colligerentur Observationes in eodem Sectoris situ peractæ. Correctio autem 4′ 14″ adhibita est, quam Observationum conspiratio nullo fere inter eas discrimine postulabat. In reductione autem ad diem 4 Martii, id quod etiam in Observationibus Ariminensibus observandum venit, solius differentiæ Aberrationis ratio ducta est, eo quod correctio utriusque stellæ nutationi Axis debita eo tempore, ut cum Astronomis loquar, prope stationaria fuerit.

Ex μ Ursæ.

43. Distantiæ a Vertice μ Ursæ, Romæ captæ.

				Cor.			Red. ad 4 Mar.		
Mar. 4.	0°	54′	13″. 3	0°	49′	59″. 3	0°	49′	59″. 3
1752. 16	0	54	16. 5	0	50	2. 5	0	50	0. 7
7	0	45	46. 1	0	50	0. 1	0	49	59. 7
9	0	45	46. 1	0	50	0. 1	0	49	59. 4
18	0	45	48. 5	0	50	2. 5	0	50	0. 4

Hinc patet Distantiam a Vertice α Cygni die 4 Martii, assumpto medio, fuisse 2° 30′ 17′. 9, i. e. adjecta refractione, 2° 30′ 20.″ 7. Similiter assumpto medio, Distantia μ Ursæ reperietur 49′ 59″. 9 & refractione addita, 50′ 0″. 8. Jam videndum superest quales eæ Arimini prodierint.

Di-

Distantiæ Ariminenses α Cygni a Vertice.

			Cor.	Red. ad 4. Mar.
Maji	6	0° 26′ 52″. 5	0° 20′ 31″. 5	0° 20′ 33″. 7
1752.	7	0 26 53. 2	0 20 32. 2	0 20 34. 3
	13	0 26 53. 3	0 20 32. 2	0 20 33. 5
	14	0 26 52. 9	0 20 31. 9	0 20 33. 1
Apr.	30	0 14 11. 9	0 20 32. 9	0 20 35. 7
Maji	5	0 14 11. 9	0 20 32. 9	0 20 35. 2
	12	0 14 11. 2	0 20 32. 2	0 20 33. 6

Distantiæ Ariminenses μ Ursæ a Vertice.

Apr.	29	1° 13′ 16″. 5	1° 19′ 37″. 5	1° 19′ 45″. 6
1752	30	1 13 15. 5	1 19 36. 5	1 19 44. 7
Maji	2	1 13 16. 5	1 19 37. 5	1 19 45. 9
	6	1 13 16. 9	1 19 37. 9	1 19 46. 8
Apr.	25	1 25 57. 8	1 19 36. 8	1 19 44. 4
Maji	1	1 25 56. 3	1 19 35. 3	1 19 43. 7
Maji	3	1 25 57. 8	1 19 36. 8	1 19 45. 3

Itaque hic quidem error Instrumenti fuit 6′ 21″, plusquam duobus minutis major quam Romæ deprehensus fuerat. Mutatus enim aliquantulum fuerat Objectivæ situs. Et quoniam stella α distabat a Vertice ad Boream, stella autem μ ad Austrum, videmus contrarios fuisse stellarum istarum motus, tum ex præcessione Æquinoctii, tum etiam ex Aberratione ortos, id quod ad veritatem ex utraque indagandam commodissimum fuit. Hæc enim combinatio errores, siqui subessent, duplo majores reddere debuisset.

44. Distantia itaque Ariminensis stellæ α a Vertice ex omnium Observationum collatione, qualis ibidem die 4 Martii deprehendi debuisset, evadit 20′ 34″. 2, correcta autem per refractionem 20′ 34″. 6. Hæc sublata a distantia correcta Romana 2° 30′ 20″. 7, dat differentiam Latitudinum 2° 9′ 46″. 1, inter loca Observationum Romæ & Arimini factarum. Utrobique enim stella distabat a vertice ad Boream. Contra vero cum μ Ursæ Romæ quidem vertice Borealior fuerit, Arimini vero Au- Hinc latitudo Arimini.

Auſtralior, ſumma Diſtantiarum correctarum 50′ 0″. 8, & 1° 19′ 46″. 6, (nam ex omnium collatione deprehendebatur 1° 19′. 45″. 2 & 1″, 4 addendum eſt huic ſummæ ob refractionem) ſive 2° 9′ 47″. 4, erit differentia Latitudinum ex hac ſtella inventa, quæ tamen multis nominibus altera minus certa habenda eſt, propterea quod hæc quidem non niſi admoto lumine plerumque in transitu obſervanda fuerit, illa autem eo adjumento nunquam indiguerit, & quod hujus Obſervationes non ita accurate inter ſe concordes reperiantur. Cæterum diſcrimen utriuſque determinationis vix unum minutum ſecundum excedit, multo minus evaſurum, ſi Obſervationem diei *6* Maii rejicere libuiſſet. Itaque per α Cygni & Altitudinem Poli Collegii Romani, 41° 53′ 54″ ſuperius inventam prodit Altitudo Poli in meditullio Plateæ S. Antonii Arimini 44° 3′ 40″.

Alia obſervationes.

45. Quoniam autem prævideramus ſub finem ejuſdem anni 1752 maximum fore diſcrimen inter loca harum Stellarum cum præſentibus collata, eo quod tam ratione aberrationis quam præceſſionis Æquinoctii α Cygni Polo admovenda eſſet, quod contrà futurum erat in μ Urſæ, libuit earundem ſtellarum a vertice diſtantias eo quoque tempore explorare, quo certius de Theoriæ Bradlejanæ veritate judicium ferri poſſet. Itaque menſe Decembri ejuſdem anni, ſequentes obſervationes Romæ peregimus. Alias enim paucas menſe Novembri factas, & cum his apprime conſentientes brevitatis ſtudio prætermittimus.

Pro

		Pro			α Cygni Cor:			Red:ad 4 Mar:		
		°	′	″	°	′	″	°	′	″
Dec.	1	2	37	41.7	2	30	55.7	2	30	20.0
	7	2	37	41.4	2	30	55.4	2	30	20.9
	10	2	37	40.7	2	30	54.7	2	30	20.8
	12	2	37	40.0	2	30	54.0	2	30	20.5
	18	2	37	37.8	2	30	51.8	2	30	19.7
	24	2	37	37.5	2	30	51.5	2	30	20.9
	8	2	24	9 .5	2	30	55.5	2	30	21.2
	11	2	24	8 .1	2	30	54.1	2	30	20.4
	19	2	24	6 .4	2	30	52.4	2	30	20.5
	22	2	24	5 .4	2	30	51.4	2	30	20.3
	26	2	24	4 .8	2	30	50.8	2	30	20.7

		Pro. μ			Ursæ Majoris Cor:			Red: ad 4. Mar.		
Dec:	1	0	56	23.5	0	49	37.5	0	49	58.7
	5	0	56	23.2	0	49	37.2	0	49	58.9
	9	0	56	22.2	0	49	36.1	0	49	58.3
	13	0	56	22.2	0	49	36.2	0	49	58.6
	4	0	42	50.7	0	49	36.7	0	49	58.3
	8	0	42	50.7	0	49	36.7	0	49	59.1
	10	0	42	49.7	0	49	35.7	0	49	57.9

46. Quod hæ Distantiæ ad diem 4 Martii reductæ cum superioribus illis perfecte non congruant, inæqualitati præcessionis Æquinoctii & aliis quibusdam minutiis tribuendum est; quod autem ita prope ad eas accedant; ut hæc qualiscunque variatio totius distantiæ, qua hæc stella ad Boream illa ad Austrum excurrit, pars exigua sit, id vero Bradleianæ Hypothesis veritatem egregie confirmat. Multo autem tutius ad statuendam latitudinum differentiam Observationes ante memoratas adhibebimus, cum & temporibus conjunctiores sint, & in situ stellarum haud adeo longe ab invicem discedant. Erat porro hoc tempore maxima aberratio Caudæ Cygni quoad Decli-

Quæ Hypothesi Bradleianæ mire suffragantur.

Declinationem 18′ 0″ ad Boream quidem, quo tempore Sol occupabat Libræ gradus 28 min: 46; & in puncto ei opposito ad Austrum; ejusque Motus annuus, quo ad Polum Boream accedebat, posita Præcessione annuâ eaque æquabili, Sec. 50″, 12″ 19‴. Similiter maxima aberratio μ Ursæ 11″ 58‴, prope in ipso Solstitio nimirum una hora priusquam Sol eo appelleret, ita, ut aberratio maxima ad Boream in tempus Solstitii æstivi incideret. Recedebat autem quotannis eadem Stella in hypothesi eadem 17′ 34‴, a Polo Boreo.

ARTICULUS VIII.

Longitudo Gradus Meridiani ex Superioribus Mensuris & Observationibus deducta.

Intervallum Observatoriorum. 47. INtervallum Parallelorum Tholi D. Petri & extremitatis Occidentalis Baseos Ariminensis ad Aprusam, inventum est N: 37, passuum 161123. 7. Conclave porro Collegii Romani, unde explorabantur Stellarum distantiæ a vertice, situm erat in ipso Meridiano extremitatis Borealis solarii, atque inde distabat ad Austrum Passibus 45. Ergo ex dictis num. 34. distabat Observatorium a Parallelo Tholi ad Austrum passibus 269. Sed (n. 36.) Observatorium Ariminense distabat pariter ad Austrum ab ostio Aprusæ passibus 139. 1. Addatur horum numerorum differentia 129. 9 ad 161123, 7 fietque intervallum parallelorum utriusque Observatorii passuum 161253. 6.

Arcus ei respondens. 48. Jam vero quoniam hoc intervallum juxta Observationes α Cygni respondet Gradibus 2. min: 9 sec: 46, atque insuper uni decimæ, juxta Observationes autem μ Ursæ, secundis 47 cum 4 decimis, hinc mensura gradus unius, priori determinationi inhærendo, elicitur passuum 74557. 6, secundam autem præoptando, 74545. 2. sive adeo (num. 20) Hexapedarum Parisiensium 56972. 9, & 56963. 4.

& 56963. 4. Priori determinationi magis fidendum esse ante demonstravimus. Ponamus tamen, ut aliquid saltem posteriori determinationi tribuatur, Hexapedas in Gradu contineri 56970, quantum ex mensura Basis Ariminensis colligi potest. Superest ut correctionis adhibendæ modum statuamus.

49. Quoniam ducto a Basi Ariminensi initio per singula Triangula progrediendo incidimus in Basim Romanam passuum 8033. 4 loco passuum 8034, 67, qualis (num. 19) per mensuram reperta est, patet per eadem vestigia ab hac Basi ad illam regrediendo inventum iri Longitudinem Meridiani, ac propterea etiam gradus unius, in eadem hac ratione majorem ea quam numero superiore stabilivimus. Sed ut 8033. 40 ad 8034. 67 ita 56970 ad 56979. Ergo assumpto medio, longitudo gradus ex utraque Basi collecta 56974, 5. Poterit etiam, ut opinor, haud absurda conjectura, ob rationem num: 30 insinuatam, tantundem quoque huic mensuræ adjici, quantum modo secundæ determinationi demptum est, atque ita demum concludi inter Gradum $42\frac{1}{2}$ & $43\frac{1}{2}$ intercipi in Meridiano Romano Hexapedas 56979. Mensura Gradus hinc eruta.

50. Hæc mensura sat longo intervallo abest ab ea, quam Cl: Cassinus junior in partibus Galliæ ab eodem Parallelo medio tantum gradu dissitis invenit. Sed neque is determinationem istam certam esse contendit, neque verisimile omnino est gradus mensuram in agro Narbonensi posse tam parum a mensura Parisiensi dissidere. Maxime profecto commendat Observatorum diligentiam, quod potuerint eo, quo usi sunt, Quadrante, ad veram Parallelorum distantiam nanciscendam tam prope accedere: verumenimvero ut mihi quidem videtur, trium quatuorve secundorum discrimen effugere, si hujusmodi Instrumento ad capiendas stellarum altitudines utendum sit, rei natura vix sinit. Neque enim necesse est commemorare, quantum ei præstare debeat Sector, qui licet sesquialterius tantum longitudinis, quod tamen etiam per se multum Cassiniana multo minor.

tum

tum eſt, pluribus tamen aliis nominibus Quadranti cuivis anteponendus videtnr.

Quæ quidem dubia videtur.

51. Et ut eo, unde modo diſceſſimus, revertamur, nemini dubium eſt, ut opinor, quin gradus Meridiani in Gallia, utpote inter Polum & Æquatorem media, maximas pro ratione diſtantiæ mutationes ſubeat. Nam licet Obſervationes hactenus peractæ nulli determinatæ Hypotheſi ſatisfaciant, tamen quamdiu oppoſitum non demonſtratur, hæc Hypotheſis aut vera aut vero proxima jure exiſtimanda eſt, & quidem, quoad hoc punctum de quo agitur, ex inductione ſatis probata, cum in omnibus fere variationibus, in mediis inter duo extrema idem contingat. Itaque ægre mihi perſuadeo gradum Meridiani Galliæ Narbonenſis non magis a gradibus contiguis ad Boream deficere, nec propius ad noſtram menſuram accedere, quam ex opere Caſſiniano colligi videatur.

Niſi a Montium Pyrenæorum actione augeatur.

52. Niſi forte haud immerito ſuſpicari poſſumus Montes Pyrenæos ad Meridiem ſitos perpendiculum ad ſeſe nonnihil attrahere, ac propterea verticem locorum ad Boream ſibi adjacentium Polo aliquantulum admovere, unde conſequens ſit, menſuram gradûs Borealioris hiſce montibus proximi juſto ampliorem evadere. In gradibus vero a nobis examinatis contrarium plane deberet evenire. Etenim ſi dorſum Apennini ſimili modo perpendicula tum Romæ tum Arimini inflectere poſſet, ſequeretur profecto, & illius Urbis Latitudinem imminui & hujus augeri debere, ac propterea, eodem intervallo per Arcus majoris ſpatia diſtributo, gradus unius menſuram contractiorem effici. Sed quamvis hæc conjectura de Arimino haud adeo improbabilis videri poſſit, cujus fere pomœrium Montes attingunt, licet non ſtatim ad eam Altitudinem aſſurgant, quæ effectum ſenſibilem producere poſſe videatur, Romæ tamen ab Apennino diſtantia longior videtur, quam ut ejuſmodi ſuſpicioni de ea ſaltem urbe locus relinquatur. Utcunque tamen ſe res habeat, ſatis

nobis

nobis erit hasce conjecturas duntaxat innuisse, cum non alius præsentis instituti scopus sit, quam exposita Observationum serie, gradus mensuram ex eadem provenientem stabilire.

53. Refractionis tabula usi sumus ea, quæ in Cassiniano illo opere reperitur. Nam licet refractionem illam octava sui parte mulctassemus, Gradus mensura vix supra duas Hexapedas excrevisset. Parum igitur interest, quo refractionum genere utamur, dummodo Stellas haud multum a vertice remotas seligamus: quanquam enim refractio in eadem Altitudine cum Aeris densitate variari soleat, tamen in ejusmodi stellis variatio illa in sensum cadere non potest. De Refractione.

ARTICULUS IX.

De altitudine Montium in supradictis Triangulis occurrentium.

54. Montium omnium, quotquot in ditione Pontificia continentur, editissimus est quem Montem Sibyllæ nominant. Hic enim, ut certis experimentis exploratum habeo, mille quingentis passibus, & fortasse aliquanto amplius, supra Maris superficiem attollitur. Neque tamen ejus Altitudinem accurate definiendi ulla satis commoda occasio data est, propterea quod bene longo intervallo extra Triangulorum nostrorum limites collocetur, neque nobis interea cognitus fuerit, dum in iis dimetiendis occuparemur. Huc accedit, quod cum in Angulis Horizontalibus capiendis totum fere temporis spatium, quo in Montibus hærere licuit, conterere necesse habuerimus; ne eorum quidem qui ad Triangula nostra pertinent, altitudinem ex locis omnibus unde oportuisset, explorare potuerimus, ut minime mirum sit alias Altitudines ad isthæc Triangula minime pertinentes a nobis prætermissas fuisse. Mons Sibyllæ omnium in ditione Pontificia altissimus.

 55. Apex

Altitudo Carpegnæ.

55. Apex ille Montis Carpegnæ, cui tugurium nostrum impositum erat, ab initio Basis ad Aprusam spectatus, distabat a vertice gradus 87. cum minutis 53; hoc vicissim ex illo fastigio despectatum gradus 92. 24′ 10″. Horum arcuum summa continet præter semicirculum, minuta prima 17. & dena secunda. Porro constat ex stationum distantia, excessum illum absque Refractione futurum fuisse min. 19. sec. 11. Debentur igitur Refractioni duo ad minimum minuta, ita ut non immerito statuere possimus utrique objecto minutum unum Altitudinis per refractionem additum fuisse. Posita igitur eorum vera a vertice distantia 87° 54′ 0″, & 92° 25′ 11″, sequitur Montis illius Altitudinem supra Maris superficiem esse passuum circiter 940.

Modus computandi refractionem.

56. Quoniam autem non a nobis tantum, verum etiam ab aliis sæpe observatum est totam utriusque objecti Refractionem, in distantiis saltem haud ita magnis, parti fere nonæ arcus inter ea comprehensi æqualem esse, haud multum a vero aberrabimus, si altitudini cuicumque observatæ partem distantiæ objecti a loco observationis in minuta & secunda circuli maximi conversæ duodevigesimam dempserimus, vel tantundem adjecerimus depressioni: sic enim correcta observatione, licebit objecti altitudinem supra stationem, unde observatur, vel ejus infra eandem depressionem vero proximam eruere. Cavendum tamen ne summo mane, aut incumbente vespere observatio peragatur; cum enim refractiones tunc augeri soleant, major aliquanto observationi facta correctio deberetur. Imo neque si tota refractio eo, quo numero superiore dictum est, modo deprehensa fuisset, tunc recte inter utramque observationem ex æquo divideretur, si altera duntaxat eo tempore fuisset habita, cum simili ratione colligi posset eam in hac validiorem fuisse.

Aliæ altitudines.

57. In cæterorum Montium Altitudinibus investigandis, superius observatum est (num. 29.) non semper copiam datam fuisse observationis hujusmodi reciprocæ facien-

ciendæ. Itaque in istis casibus locum habuit determinatio modo insinuata, in qua error alicujus momenti committi vix potuit. Quamobrem sic, ubi id necesse erat, operando Altitudines supra Maris superficiem sequentes obtinuimus, quas tum in Passibus Romanis, tum in Hexapedis Parisiensibus apponimus.

		Pas. Rom.	Hexap. Par.
Alt. Perp.	Montis Luri	194	148
	Carpegnæ	940	718
	Catriæ	1136	868
	Tesii	626	478
	Pennini	1057	808
	Fionchi	907	693
	Soriani	719	549
	Januarii	837	654½

58. Notandum est insuper stationem supra tholum D. Petri, unde observatum est, supra Maris superficiem 80. circiter passibus assurgere, citeriorem Basis Romanæ extremitatem ad sepulcrum Metellæ, quod nunc caput Bovis appellant, passibus 26, ulteriorem vero prope Fratocchias Passibus 93. Mons S. Vicini, qui a Catria uno & viginti Passuum millibus cum dimidio abest ad Ortum hybernum, nec non Mons Neronis, qui duodecim fere milliaribus ad plagàm oppositam inde disjunctus est, quantum ex observatione tumultuaria colligere licuit, milliari Romano quàm proxime Altitudinem suam definiunt. Editior aliquanto videtur Mons Cùccùs, sic enim appellant, qui Costacciarro superimminet. Etenim a vertice Catriæ, si bene commemini, videbatur juxta cum Pennino infra Horizontem depressus. Quamobrem licebit ei attribuere Altitudinem inter Catriam & Penninum fere mediam, propius tamen ad istam accedentem. Abest enim Catriâ 7 passuum millibus. Item alia.

59. Mons acutus, quem alterum esse Catriæ verticem N. 12. observavimus, decem aut duodecim passibus, Conjectura de aliis.

uti conjicio, eo depressior est. Nam hi duo montes, intervallo fere sesquimilliari ab invicem recedunt, neque illius depressio, nisi me animus fallit, gradus unius dimidium attingit. Atque hi quidem montes cæteros omnes hujus tractus facile exsuperant, tametsi, ut modo dictum est, neque cum jugo Sibyllæ, neque cum nonnullis aliis Regni Neapolitani, & Etruriæ Montibus conferendi esse videantur. De jugo illo, quod Provinciam Campaniæ, uti vocant, a Maritima disterminat, nihil certi habeo quod pronuntiem, cum longe extra triangula nostra situm sit. Eminet illic Mons quidam, cui regionis illius accolæ a tricipiti figura nomen [1] imposuere, quamquam proprio vocabulo Mons Sempervivus appelletur [2]. Hunc Catriæ fere supparem esse exinde conjicio, quod a Monte Albano spectatus haud paullo altior appareat M. Januario, cum tamen utriusque distantia ab illo Monte eadem ferme sit. Porro Montis Albani Altitudo sexcentos passus haud excedit.

Cæteræ prætermissæ.

60. Sed hæc ultima hujus loci non erant. Neque enim hic aliud nobis proposueramus, quam ut Montes in triangulis nostris occurrentes inter sese conferremus, eorumque Altitudinem supra Maris superficiem vero proximam definiremus. Quamobrem nihil prorsus diximus de jugo illo, quod a Monte Januario in septentriones Reate versus excurrit, in quo multos alios apices reperire est Monte Januario extra controversiam altiores, nihil de multis aliis, in quibus, præter cætera, verticis supremi nullo signo aspectabili notati situs incertus, tam Montis ipsius distantiam, quam Altitudinem satis accurate determinari prohibebat.

Ta-

1 Monte de' tre Porroni. 2 Monte Semprevivo.

Tabula aliquot Altitudinum & Depressionum observatarum.

A Tholo D. Petri.

Mons Januarius	+	1	45	15
Mons Sorianus	+	0	40	20

A Monte Jan.

Tholus D. Petri	—	2	1	40
Mons Sorianus	—	0	24	45
Mons Fionchus	—	0	11	15

A Monte Soriano

Mons Januarius	—	0	5	35
Mons Fionchus	+	0	4	0

A Monte Fioncho

Mons Sorianus	—	0	32	25
Mons Januarius	—	0	21	45
Mons Penninus	+	0	4	0

A Monte Pennino

Mons Fionchus	—	0	27	25
Mons Catria	—	0	0	45
Mons Tesius	—	1	0	0

A Monte Tesio

Mons Penninus	+	0	38	30
Mons Catria	+	0	54	5

A Monte Catria

Mons Tesius	—	1	13	50
Mons Penninus	—	0	19	45
Mons Carpegna	—	0	32	40

A Mon-

A Monte Carpegna

Mons Catria	+	0	9	0
Mons Tetius	—	0	40	10
Mons Lurus	—	1	50	10
Aprusa	—	2	24	10

A Monte Luro

Ostium Aprusæ	—	0	45	25
Mons Carpegna	+	1	32	5
Mons Catria	+	1	24	15

Ab Ostio Aprusæ

Mons Lurus	+	0	38	5
Mons Carpegna	,	2	7	0

OPU-

OPUSCULUM TERTIUM

ENARRATIO EORUM, QUÆ AD CORRIGENDAM TABULAM GEOGRAPHICAM DITIONIS PONTIFICIÆ PERACTA SUNT.

Conſilium totius operis.

UM ex Obſervationibus non paucis tam corporum cœleſtium quam terreſtrium ſtationum ad intervallum illud, quod Romam inter atque Ariminum intercedit, definiendum inſtitutis, veram non utriuſque tantum Urbis, ſed etiam interjectorum Montium Longitudinem ac Latitudinem Geographicam adepti eſſemus, minime negligenda viſa eſt tam præclara occaſio, quod in hiſce locis effeceramus, idem quoque in cæteris ditionis Pontificiæ urbibus, ac locis inſignioribus perficiendi. Neque enim ad hunc finem aptior excogitari poterat Meridianus, quam, qui Regionem univerſam bifariam fere dividens ampliſſimum in utramque ejus extremitatem proſpectum aperiebat. Etenim tam a Monte Catria, quam Carpegna conſpiciendum ſe præbebat Mons Aſcenſionis, quem vulgo a pago vicino Poleſium appellant, Aſculo imminens, & ab Apenninis montibus latiſſimus patebat in vaſtiſſimam planitiem proſpectus, qui Comaclum Ferrariam, ac remotiſſima quæque tractus illius loca perſcrutantibus rete-

retegeret. Itaque tametsi Quadrante longiori in Observationibus peragendis uti minime decrevissemus, eo quod diuturniorem ea res temporis moram postularet, & maximam præterea transvehendi difficultatem secum afferret; metuendum tamen non erat, ne breviori Instrumento utentibus error alicujus momenti obreperet, cum unica, aut ad summum gemina observatione totam ditionis universæ Latitudinem complecti liceret, qua probe definita, pronior via sternebatur ad Urbium interjectarum situm accurate obtinendum. Nam si ab hisce determinandis paulatim ad extremos regionis limites gradum fecissemus, timeri profecto poterat, ne si in singulis triangulis exiguum quidpiam peccaretur, levis, ut ita dicam, luxatio partium totum corpus haud mediocriter deformaret. Itaque contraria prorsus via ineunda erat, ut deprehenso primum locorum maxime dissitorum situ, viciniora quæque ad horum normam exigerentur.

Situs M. Ascensionis definitus.

2. Hanc methodum secuti situm montis Ascensionis, de quo paulo ante dictum est, ex quo Asculi situs pendebat, binorum triangulorum solutione adepti sumus. Quamquam enim res illa uno solo absolvi potuisset, attamen illius anguli male ad hunc finem comparati fuissent, neque sine erroris periculo negotium confecisent. Ac primo quidem ex Montibus Catriæ, & Luro [1] Cumeri montis tum distantiam tum etiam angulum positionis nacti sumus, ac deinde efformata ex hoc, & Catria cum Monte Ascensionis triangulo, hujus verum situm obtinuimus. Similiter in aliorum Montium extremam Tabulæ oram occupantium situ explorando factitatum est, quorum nonnulli satis longo intervallo se spectandos exhibent. Exemplo sit mons Etruriæ Cetonæ oppido imminens, cujus acuminatum fastigium aere sereno ab usque monte Tusculo facillime conspicitur. Cæterum in tanta montium copia paucos admodum reperire est ita in acumen desinentes, ut quacumque ex parte spectentur, idem sui punctum oculis objiciant.

3. Quo-

1 M. Comero.

3. Quoniam vero infinitum videbatur omnes omnino Tabularum Geographicarum hactenus editarum errores corrigere, neque fieri poterat, nisi quamplurimis adscitis ejusdem laboris sociis. ut tam varii fluviorum Mæandri ac sinuosi flexus torrentium rite describerentur, ideo his prætermissis, nihil aliud nobis propositum fuit, quam ut urbes ditionis hujus, ac loca illa quæ inde observari possent, verum suum situm adipiscerentur. Certo enim nobis persuadebamus, quæ hoc facto desiderarentur, ea omnia, sat tuto ex Tabulis particularibus Provinciarum suppleri posse, cum in exiguis distantiis magnos errores minime suspicaremur. Qua tamen in re opinio nos nostra fefellit quamplurimum. Quod enim statueramus præcipuum Tabularum istarum vitium in eo situm esse, quod Meridianus ad aliam ac oportebat, Cœli plagam dirigeretur, id statim longe aliter se habere deprehensum est, cum, ut ex Tabula Umbriæ exemplum desumam, quale etiam ex aliis peti posset, habita ratione Spoleti,[1] Fulginium undecim fere passuum millibus ad lævam,[2] Nursia e contrario tantundem circiter ad dexteram inflectatur, Nuceria autem inter hasce urbes media debitam propemodum cœli plagam respiciat, sed tamen denis passuum millibus plus justo Spoleto admoveatur. Atque hæc quidem sola ratio satis obstat, quominus locorum interjacentium situs, non dico recte se habere, sed neque ad tolerabilem cum veritate concordiam adduci possint. Multum autem abest, ut ejus solius in hac re æstimanda ratio ducenda sit. Haud raro enim in Tabulis istis usu venit, ut quæ loca inter binas urbes media sunt, ea ad oppositas alterius illarum partes transferantur, cujusmodi errorum seriem contexere longum, ac propemodum infinitum esset. Itaque nil mirum, si, quod sæpe observavimus, tria loca in directum jacentia in Tabulis nihilominus triangulum fere æquilaterum efforment. Fieri autem omnino non poterat, ut ex multiplici hoc errorum fonte immanes sæpenumero in locorum adjacentium intervalla erro- Errores Tabularum hactenus editarum.

1 Foligno. 2 Norcia.

res non emanarent. Nulla igitur spes reliqua erat ex Tabulis Geographicis subsidium accersendi, quoties in ejusmodi casum incidissemus, ut loci alicujus a nobis haud usquam visi situs inquireretur.

Difficultates in iis corrigendis, ob imperitiam eorum quos consulere oportebat.

4. Hunc casum frequentem causæ quamplurimæ reddebant. Primo enim cum in Montibus, qui Meridiani Romani triangula constituebant, plerumque diutius hærere non possemus, quam ad Angulorum Meridiano inservientium determinationem necesse esset, cumque interdum ne eos quidem omnes observare liceret, maxima intercidebat Observationum copia, quæ ex iisdem absque hoc impedimento peragi potuissent. Quamquam ut id etiam ipsum fructu non careret, opus fuisset loca circumjacentia antea a nobis perlustrata fuisse, quod tamen perraro eveniebat. Experimento enim didicimus fallacem fuisse in iis designandis accolarum peritiam, qui sæpe in loco aliquo demonstrando adeo parum inter se concordes erat, ut etiamsi aliquis eorum verum dixisset, id tamen nullo indicio a nobis deprehendi potuisset. Quanquam ne eorum quidem concors sententia nos de rei veritate satis securos reddebat, cum complura afferre possim exempla errorum insignium in hoc genere, qui tamen unanimi omnium consensione firmabantur, neque ante detegi poterant, quam supputatis pluribus modis iisdem distantiis, evidens earum dissidium deceptionis indicium præbuisset.

Item ob caliginem & umbras montium.

5. Quod si omnia observare per temporis angustias licuisset, neque ab iis, quos consulere necesse erat, decipi contigisset, multa tamen erant, quæ hujusmodi observationum perfectioni vehementer obstabant. Sæpe enim libero maxima ex parte Horizonte, urbis cujuspiam aut jugi conspectum exigua caligo interjecta adimebat, & nigerrimæ montium etiam haud valde remotorum umbræ locorum quibus incumbere videbantur, vestigium nullum relinquebant. Ita fiebat, ut ad unam observationem peragendam dies integer fere semper necessarius esset, quod nimi-

nimirum mane loca Occidentalia, Orientalia vesperi detegerentur, id quod a nobis festinantibus fieri persæpe non poterat, & præterea successu cariturum erat, si ut fit, solares radios loca illa illustraturos nubes densior intercepisset. Itaque etiam ex hoc capite loca quamplurima ex stationibus idoneis inobservata relinqui necesse erat.

6. Huic malo remedium opportunum inventum iri spes erat, si ex nonnullis stationibus inter loca derelicta selectis huiusmodi observatio institueretur, cui quidem peragendæ nusquam non aliquam parem futurum augurabamur. In extenso supra planum aliquod Horizontale chartæ folio, ducendæ erant rectæ per punctum aliquod in medio assumptum ad loca singula, quæ inde conspici possent, atque rectæ illæ locorum nominibus insigniendæ. Id regulæ ope, per cujus oram collimandum erat, præstandum monebamus, adhibita duntaxat ea cura, ut folium inter operandum immotum permaneret: ita enim futurum ut Anguli omnes in eodem rite descripti reperirentur, minus id quidem accurate quam si Quadrante excepti fuissent, sed tamen plerumque quantum in minoribus distantiis necesse erat, ut error sensibilis in Tabula Geographica evitaretur. Hoc cum pluribus in locis ut fieret, expetiissemus, mirum est quantam in respondendo varietatem experti simus. Nonnulli enim propter rei insolentiam de arcano aliquo Mysterio agi suspicati prorsus negabant in suis finibus reperiri posse aliquem, qui onus illud in se suspiceret. Alii satis habebant ex puncto aliquo macula ingenti plerumque deformato lineas manu tremente utcumque ducere, quas locorum nominibus notabant, unde nihil aliud colligi poterat, quam quod hæc loca ad dexteram, illa ad lævam jacerent. Nec defuere, qui lineas easdem, adhibita regula, rectas quidem ducerent, cæterum ad commune centrum minime revocabiles, quod tamen utilitate sua non caruisset, si lineæ istæ recta ad sua quæque objecta ductæ fuissent, neque a vero situ quidquam deflexissent. Verum ita se res habuit tam

Parum opis in remediis contra has difficultates conquisitis.

in his quam in istis, ut quæ loca sibi prorsus opposita essent, ea in Figuris ad nos transmissis vix quartam Horizontis partem occuparent. Nihil igitur omnino quod ad Angulorum magnitudinem attineret, ex hujusmodi observationibus depromi poterat. Par est ratio aliarum quarundam, in quibus etsi puncta Horizontis Cardinalia descripta essent, & loca inter hæc interjecta fortasse non inepte collocata, tanta tamen erat locorum illorum magnitudo, ut quod eorum punctum capiendum esset, nulla ratione colligi posset. Etenim viciniora quæque ita centro admovebantur, idque, ut opinor, nos erudiendi gratia, ut eorum imago in folio descripta gradus facile sexaginta aut etiam plus aliquanto occuparet. Adeo pronum est, ubi rectam rei perficiendæ ideam animo comprehensam non habemus, quæ operi suscepto nocent maxime, ea pro compendiis offerre.

Aliquid tamen in paucis casibus.

7. Non defuerunt tamen qui petitione nostra optime intellecta, Observationem, quæ postulabatur, egregie perficerent, quibus omnibus gratias referimus singulares, quamquam ab iis nominatim compellandis necessario abstinendum nobis sit, ne videlicet aliis, qui cum *pari* erga nos voluntate minus felicem successum conjunxerunt, injuriam fecisse videamur. Fieri tamen haud poterat, ut hujusmodi observationibus æque adjuvaremur, ac propriis, idque non solum, quod inter Quadrantem Dioptris Telescopicis instructum, & simplicem regulam plurimum interesset, verum etiam, quod non semper loca maxime opportuna deligere liceret, quodque cum haud satis perspectum habere possent, quæ observationes a nobis præcipue desiderarentur, multas supervacaneas, omissis necessariis, congererent. Ex quo fiebat, ut observationes habitæ non sine magna temporis jacturâ sæpius iterandæ, ac supplendæ essent, nec intra bimestre spatium interdum tantum perficeretur, quantum præsentibus nobis, & diem idoneum nactis paucis horis absolutum fuisset. Et tamen expectandæ erant observationes istæ, ac sustinenda

da interea Tabulæ Geographicæ delineatio, nisi ingentes in ea lacunas in locis minime desertis relinquere voluisse- mus. Huiusinodi conatibus debemus situm omnium fere locorum in [1]Septempedana Diœcesi, multorum in Anconitana atque [2] Æsina, ac Senogalliensi, atque etiam aliorum paucorum; ut nihil de nonnullis dicam, quorum situs idcirco requirebatur, quod certis rationibus adducti metueremur, ne in observationes nostras inter notandum error aliquis sese insinuâsset.

8. Nullam Observationem nancisci potuimus quæ nos dirigeret in Tractu illo, qui partem Borealiorem ditionis Oropitanæ complectitur; in quo tamen præter Montem Peliam aliæ stationes maxime opportunæ capi potuissent. Eundem successum habuit, quidquid pro tolerabili saltem notitia Castellorum in agro Casciensi sitorum impetrare adnisi sumus, quæ a nobis in Agrum Picenum, adulto jam Octobri, necessario festinantibus observari non potuerant; neque multo melius nobiscum actum est in aliis regionibus montosis, in quibus aliena ope non indiguissemus, si conatus nostros cœli incõnstantia non elusisset. Ego enim ipse montem quem Neronis vocant, per æstatem conscenderam, unde loca plurima determinandi spes haud exigua affulgebat, cum imber maximus subito coortus ac cum densissima caligine conjunctus, atque insuper per horas complures continuatus non modo observandi, sed propemodum etiam revertendi facultatem ademit. Itaque cum diebus proxime subsecutis aeris temperies nihilo melior evasisset, cumque ad hæc febris ex illius diei incommodis enata fuisset, re infecta redire coactus, ne ad montem quidem Peliam, prout institueram, ex itinere declinare potui, amissurus, si id fecissem, occasionem nonnullarum urbium invisendarum, quæ mihi ante æstivos calores Romam necessario repetenti determinandæ supererant. Quid quod & alios montes complures percensere possem, in quos irrito conatu, si non ob pluviam, at certe ob caliginem densissimam repente

Nam plerumque res expectationem fefellit.

1 S. Severino. 2 Jesi.

pente coortam eniti contigit, quos inter infimum locum non obtinet Mons Rotundus supra Visum assurgens, unde absque hoc infortunio & multa alia loca, & præcipue is Piceni tractus, qui ad Montium radices jacet, prospectari potuisset. Hoc idem de locis aliis ad observandum opportunis vere affirmari potest, ac præcipue de Urbibus Ferraria & [1] Comaclo, in quibus etsi dierum complurium moram traxerimus, cum aere tamen caliginoso ita conflictati sumus, ut nec [2] Britannorium, nec ullum ex montibus Apenninis, dum ibidem hæreremus, aliquando videre contigerit. Itaque nisi Comaclum jam probe cognitum ex aliis stationibus satis longo intervallo inde dissitis agnovissemus, de vero illius situ etiamnum laboraremus.

In locis campestribus sæpius laboratum.

9. Et quoniam Britannorii in Æmilia siti mentio facta est, alienum non erit hoc loco notasse campestria Æmiliæ quamvis in immensam planitiem exporrecta (& par est ratio totius agri Ferrariensis) cum proceris arboribus passim consita sint, observationibus faciendis eam ob causam parum idonea esse. Latent enim inter istas arbores turres quæque depressiores, quæ supra earum altitudinem non attolluntur, ut nonnisi insignioribus oppidis determinandis locus superesse videatur. Huc etiam accedit, quod in hujusmodi casu cautissime procedendum sit, ne una turris pro altera accipiatur, quod tunc utique factu proclive est, cum pars ejus exigua supra arbores sese effert. Equidem per hiatus arborum Pomposam a turre Ædis Ferrariensis conspectam fuisse certo nobis persuademus, neque tamen isthæc observatio ita evidens est, ac si, succisis arboribus, circumjectam regionem libere oculis perlustrare potuissemus.

Quid opis tabulæ recentiores attulerint.

10. Alterum subsidium ad Tabulam utcumque replendam in iis partibus quas nobis properantibus, & locorum insigniorum determinationi præcipue intentis prætereriri necesse erat, e Tabulis nuper descriptis ductum est. Harum tria sunt genera. Aut enim æstimatione sola, aut ab

1 Comacchio. 2 Bertinoro.

ab Agrimensoribus peritis ope Tabulæ Prætorianæ, aut demum Trigonometrice constructæ sunt. Quæ ad primum genus pertinent, si ex antiquis desumuntur, quemadmodum in Tabula Agri Sabini ante paucos annos edita videre est, nihilo majorem quam exemplaria unde desumptæ sunt, fidem merentur; imo fortasse, sicubi ab exemplaribus suis paululum, ut fit, discesserint, errorem exemplarium augent potius quam imminuunt. Itaque in hujusmodi Tabulis nihil opis esse poterat ad loca alia Tabulæ nostræ inserenda. Quod si æstimatione quidem solâ, in prudenti tamen judicio fundata, & cum locorum intervallis, qualia a peritis haberi solent, collata constructæ fuerint, nihil vetat ex iis aliquid decerpere, dummodo id ipsum ab iis, quæ certiori modo deprehensa sunt sejungatur, ac pro dubio habeatur. Hujusmodi Tabulam manuscriptam vidimus, magnam Piceni Orientalioris partem complectentem, uti & Tabulam particularem Dioecesis Asculanæ superiore sæculo editam, quam etiam simili modo descriptam arbitramur. Quamobrem e prima quidem loca hujus Oræ Piceni montibus proxime subjecta (hæc enim sola inobservata remanserant) ex altera vero castella Asculanæ Dioecesis non pauca mutuari visum est, appicta utrisque Lunula, quæ dubium locorum istorum situm, quanquam non multum a vero aberrantem denotaret.

11. Haud scio an ad hunc censum pertineat pars illa agri Bononiensis, quæ inter Montes Apenninos sita est. Hanc cum neque propriis observationibus lustrare potuerimus, eo quod necessario ad montes unde meridiani dimensio petenda erat, festinandum esset, neque alienas præstolari liceret, cum neminem prorsus haberemus, cui ejusmodi negotium tuto committeretur, optimum visum est, totam eam regionem ex nupera agri Mutinensis Tabula, correcta ex Libro itinerum Academiæ Regiæ Parisiensis Lojani Latitudine mutuari. Etsi enim Tabulæ istius errores aliis in locis haud contemnendos agnovissemus

Quarum nonnullæ dubiæ auctoritatis.

mus, non tamen deerant causæ, quæ persuaderent eos in hoc tractu leviores evasuros. Sed quomodocumque tandem ea res sese habeat, inserenda omnino erat Tabulæ ditionis Pontificiæ regio ista, nec non Legationis Ravennatis pars asperior, quæ ab [1] Isapi fluvio ad usque Bononiensem agrum porrigitur, ne immanis adeo lacuna in eadem superesset. Itaque hic saltem legem ante nobis positam prætergredi necesse fuit, ac loca complura incertæ positionis apponere, de quibus ne illud quidem affirmare possumus, ea ignoscendo intervallo a vero situ aberrare. Nam præter Britannorium urbem Montem Poggiolum, & Oriolum nihil aliud in hoc tractu per observationes raptim peractas definiri potuit, & cum a tribus quatuorve aliis locis discesserimus, quæ a binis stationibus observare haud licuit, cætera omnia ne conspectui quidem nostro sese obtulerunt. Supervacaneum autem visum est singulis hisce locis incertæ positionis notam adjungere, cum multo brevius res tota expediri posset semel tantum monendo, quidquid intra prædictos limites contineretur, reformatione indigere.

Aliæ quædam accurate descriptæ, sed propter acus nautricæ variationem aliquantulam vitiosæ.

12. Præter Tabulam magnæ illius planitiei, quæ ad Agrum Bononiensem pertinet, atque haud ita pridem in lucem edita fuit, binas alias videre contigit, quarum utraque, ut opinor, ope Tabulæ Prætorianæ, elaborata fuit, neutra autem adhuc lucem aspexit. Harum altera ditionem Perusinam, altera agrum Camertem complectitur. Illa eundem habet auctorem cum Tabula agri Bononiensis supradicta, & quamvis magna cura confecta videatur, laborat nihilominus, ni fallor, vitio, quod in hujusmodi Tabulas, cum propter magnitudinem ditionis, longiorem in condendo moram exigunt, fere necessario se insinuare debet. Nam cum harum Meridianus is sit, quem acus Magnetica designat, cumque acus magneticæ Declinationem subinde mutari contingat, idque interdum intra paucorum annorum spatium satis notabi-

[1] Savio.

tabiliter, hinc facile in hujusmodi Tabula evenit, ut duæ rectæ reipsa parallelæ, aliquantulum ad se invicem inclinentur & vicissim, quod sine Tabulæ illius luxatione fieri non potest. Neque vero quisquam dixerit Tabulam ipsam Prætorianam huic vitio mederi, cum perspicuum sit, si nihil aliud, at certe frequentem plani mutationem ad acum magneticam confugiendi necessitatem imponere. Hoc igitur causæ subesse arbitror, quamobrem Tabula ista neque cum Tabula altera cursus fluvii Tiberis, neque cum situ Perusiæ & Tuderti accurate congruat. Quod tamen ad hoc caput attinet, res multo exploratior futura erat, si modo absfuissent ea impedimenta, de quibus num: 8. mentio facta est. Itaque Perusinæ ditionis loca pleraque ex hac Tabula ita desumpta sunt, ut tamen partem ejus Australiorem Tuderto nonnihil admoveri convenerit, servata interea, quantum fieri potuit, debita in aliis partibus conformatione. Quamvis igitur locorum situs non adeo certus sit, atque eorum, quæ ex Observationibus nostris immediate deducta sunt, tamen cum error gravis in locis inter Urbes cognitas mediis admitti non possit, minime necessarium duximus eadem, tanquam loca situs incerti lunulæ signo afficere.

13. Ad Agrum Camertem quod attinet, habuit ea Tabula, de qua numero superiore mentio facta est, id incommodi, quod in ea nihil inter limites communitatum & torrentes qui hunc agrum irrigant, interesse videbatur. Itaque torrentes istos ex ea ut potuimus, selegimus: neque enim in Tabulis antiquioribus quidquam opis, aut ad castella suis locis reddenda, aut ad torrentes describendos inerat. Nam si usquam alias, in hoc tractu præcipue eæ Tabulæ pessime sese habent, quo etiam æquius erit veniam nobis concedi, si aut hic aut alibi in torrentibus describendis, id quod ad institutum nostrum non pertinebat, neque aliunde colligi poterat, nonnihil a veritate aberrasse videamur.

Peculiare vitium Tabulæ Agri Camertis.

Z 14. De-

De Agro Ferrariensi.

14. Delineationem geminam agri Ferrarienſis a nobis viſam, eadem cura peractam eſſe minime dubium nobis fuiſſet, ſi utræque prorſus inter ſe concordes extitiſſent. Sed neque tanta erat earum diſcordia, ut de locorum ſitu nos prorſus incertos relinqueret, neque deerat, quid in hac re ſequeremur, cum loca pleraque e Ferrarienſis Ædis turri proſpectare contigerit. Itaque tametſi pro iis rite determinandis alia Obſervatione opus eſſet, quam non niſi in uno & altero eorum temporibus intercluſi nanciſci potuimus, & eam quidem, quod proceris arboribus loca quæque fere obtegerentur, nonnihil dubiam, tamen partim ex iis, quæ obſervaveramus, partim ex Tabularum iſtarum fide, loca iſthæc in Tabulam ita transferre licuit, ut ſpes ſit ea non adeo multum a vero ſitu abludere. Quamobrem hic quoque notam ſitus dubii intelligi potius voluimus quam apponi, propterea quod hoc loco neque ea, quæ optime obſervata videntur ſatis certa ſint, neque ea quæ obſervationem noſtram effugerunt, a vero, ut nobis perſuademus, vehementer diſcrepent.

De Tabulis Trigonometrice conſtructis.

15. Tabularum Trigonometrice conſtructarum exigua plane copia nobis ſuppetebat. Data fuerat haud ita pridem in lucem a P. Abbate de Revillas hujuſmodi Tabula Diœceſis Tiburtinæ, cujus tamen loca pleraque obſervare nobis contigit, ut eadem non magnopere indigeremus. Deprehenſum eſt autem Tabulam iſtam ad umbilicum quidem magna cura efformatam, in extrema tamen ora non nihil deficere, quod in ſitu oppidi Sublacenſis. Monticelli, & S. Angeli notare potuimus. Altera inedita magnam Fabrianenſis agri partem complexa P. Annibalem Magnalbò e S. J. auctorem habet, quam cum in oris extremis cum Fabriano urbe collatis veritati conſentaneam deprehenderimus, etiam in reliquis partibus accuratam eſſe non dubitamus. Hinc igitur caſtella aliquot, omiſſis viculis, decerpſimus, quæ quidem a me illac

illac pertranſeunte, ac Fabriani determinationi præcipue intento detegi non potuerant. Adjunximus caſtrum Belvederis ex Tabulis, quæ tamen cum in hâc regione perverſiſſimæ ſint, ſatius fuiſſet, opinor, ut alibi factum eſt, illum locum penitus omiſiſſe.

16. Jam vero ut ad obſervationes eas a nobis factas revertamur, per quas urbium ditionis hujus ſitus definitus eſt, erunt fortaſſe, qui hic Triangulorum omnium, quorum ope id effectum eſt, ſeriem deſiderent. Neque ſane res illa hoc loco prætermiſſa fuiſſet, ſi per Triangulorum ſeriem minime interruptam id, quod moliebamur, exequi licuiſſet. Potuiſſe id fieri non nego, ſed tamen in eo caſu quamplurima nobis providenda erant, quæ ad ſummam rei nihil contuliſſent, & opus ſuſceptum plurimum retardaſſent. Nihil dico de ea difficultate, quam haud ſemel experti ſumus, ut in urbem aliquam delati, id quod e longinquo obſervaveramus, abſque errandi periculo recognoſceremus. Nec enim ſemel accidebat, ut binæ turres procul conſpectæ tam ſibi ſimiles viderentur, ut nobis tum primum ea loca viſentibus, non niſi poſt longum tentamen conſtare poſſet, quamnam earum potiſſimum e longinquo exploràſſemus. Huic autem tentamini Lectores etiam noſtros ſubjicere, qui nulla neceſſitate adigebantur ad unam ab altera ſecernendam, nimis ineptum futurum erat. Huc accedebat, quod urbes quamplurimas, & eas quidem haud ignobiles, exempli cauſa, Peruſiam, Oropitum, & alias, niſi longiſſimo circuitu uſi eſſemus, non aliter in vero ſuo ſitu collocare potuerimus, quam trium objectorum probe cognitorum poſitionem inde obſervando, atque hinc loci, unde obſervatum eſt, ſitum expiſcando. Quod in Peruſia id contigerit, caſui fortuito adſcribendum eſt; quod autem in Oropito, & nonnullis aliis factum ſit, prope neceſſarium videtur. Itaque Triangulorum ſeriem in his abrumpi neceſſe erat.

Cur ſeries Triangulorum prætermiſſa.

Exemplum solutionis Problematis sæpe occurrentis.
Tab. 1, F. 5

17. Elegantem Problematis istius solutionem, quo ex tribus locis datis a quarto conspectis, quarti illius Positio determinatur, exhibent Academiæ Regiæ Anglicanæ Transactiones Philosophicæ N. 69. Eam Auctor Collinsius per sex casus diversos persequitur, quorum frequentissimi in usu sunt quartus, & quintus. En hujus exemplum in situ Perusiæ determinando. Sit (Tab. 1. fig. 5) *T* Mons Tesius, *N* Mons Nucerinus, cui Pennino nomen est, *C* Mons Cetonæ imminens. Esto deinde *TN* Passuum 30091, *CN* 57913, angulique Trianguli *TCN*, *T* $= 136° 27'$, $N = 22° 34'$, $C = 20° 59'$, quæ omnia supponuntur præcognita. Observatus deinde fuerit ex urbe Perusia *P*, Angulus $CPN = 160\ 45'$ & $TPN = 107° 48'$, & ex hâc observatione determinandus sit Perusiæ situs. Descriptus intelligatur circa Triangulum *CPN* circulus, cui occurrat recta per *T* & *P* ducta in *A*, ducanturque *CA*, *NA*, *CP*, *NP*. Quoniam igitur Angulus *CPN* inventus est $= 160° 45'$, erit (per 22. l. 3) $CAN = 19° 15'$, & $NCA = APN = 72°, 12'$. Ex hisce datis, & latere cognito $CN = 57913$ invenitur latus $AN = 167250$; unde in Triangulo *TNA* habemus duo latera *TN*, *NA*, atque insuper Angulum inter ea comprehensum *TNA*, summam nimirum Angulorum $TNC = 22° 34'$, & *ANC*, sive $APC = 88° 33'$, *i. e.* $111° 7'$. Hinc invenitur Angulus $ATN = 59° 55'$, ac denique in Triangulo *TNP*, cujus jam noti sunt Anguli omnes, & latus *TN*, invenietur *TP* passuum $6723\frac{1}{2}$. Quoniam autem notus est Angulus Positionis $TN = 103° 43'$, adjecto ei angulo *ATN* seu $PTN = 59° 55'$, notus fiet pariter Angulus Positionis $TP = 163° 38'$; unde facile concluditur perpendiculum a Curia Perusina (ibi enim observatum est) in Meridianum D. Petri demissum illum secare in puncto passibus 90217 ab ipso Tholo semoto, Curiam autem eandem distare ab hoc puncto ad Occidentem passibus 3511.

18. Ea-

18. Eadem ratione investigatus est situs [1] Oropiti, cujus distantia ab eodem Meridiano ad partes easdem reperta est pass. 18355, intervallum autem perpendicularem inter ac Tholum pass. 61070. Cavendum tamen diligenter in hujusmodi disquisitione, ne locorum cognitorum situs talis sit, ut mutata aliquantulum statione, anguli inter objecta cognita intercepti vix sensibiliter mutarentur. In hoc enim casu perspicuum est, exiguum errorem in Observando, in situ Observatoris determinando errorem non exiguum efficere posse. Quod quidem duobus modis contingere potest, si aut loca cognita a statione Observatoris nimium distent, aut duo circuli, circa stationem illam, & gemina loca cognita descripti nimium se oblique intersecent. Ea cautio tam in his, quam in aliis stationibus non paucis definiendis necessario adhibenda fuit. Cautiones in eo adhibendæ.

19. Non defuere tamen Urbes, quarum situs, ne hac quidem ratione, nedum per simplicem Trianguli resolutionem indagari poterat. Exemplo sit [2] Nursia, quam etsi Sede Episcopali non gaudeat, tamen cum Præfecturæ caput sit, haud incongrue urbem appellare licet. Hæc cum in arcta planitie sita sit, quam montes satis editi undique obvallant, potuisset quidem fortasse ope trium ex iisdem montibus inde observatorum situm debitum adipisci. Sed longioris ea res indaginis fuisset; cum & montes eos ante cognitos esse oportuisset, & aliquod in iis signum erigi, quod ab Urbe notari posset. Huc accedebat, quod Triangula singula propter situm maxime acclivem haud exigua correctione indiguissent. Satius igitur visum est unum aliquem ex illis montibus conscendere, ejusque situ per superiorem Methodum explorato, ejusdem ab urbe intervallum per basem notæ longitudinis nancisci. Nam positionem urbis, anguli ipsam inter, & objecta nota ab eodem monte definiti satis superque edocebant. Aliquæ Urbes, alia ratione in situ debito collocatæ.

20. Sed

[1] Orvieto. [2] Norcia.

Quarum urbium situs cæteris incertior videatur.

20. Sed quoniam in Tabula urbs una, aut altera occurrit, cujus situs haud adeo certus est, tametsi perparum ab eo, quem notavimus, illum abesse necesse sit, aliquid de iis hoc loco dicendum est, ut quamobrem id contigerit, Lectorem certiorem faciamus. Et primo quidem [1] Fregellæ sese offerunt, quam urbem extra fines Pontificiæ ditionis sitam, licet ad eam pertinentem, temporibus exclusi non adivimus. Necessario enim nobis ea loca peragrantibus Romam intra certum diem redeundum fuit, quod tamen si eo deflexissemus, fortasse absque graviori incommodo facere non licuisset. Et tamen cum & locum ipsum ab alio decem passuum millibus dissito conspexerimus, & observationem illic factam acceperimus, quæ quamvis rudior videatur, veritati tamen imprimis consentanea esse potest, haud scio an non sat tuto positioni illi, quam Tabula exhibet, fidere valeamus.

21. Sequitur urbs [2] Callii, de qua idem quoque dici posse videbatur, cum & loca huic urbi viciniffima e Catria monte prospectarentur, & viderer mihi a Castro diruto haud procul Pergula, sive Pertia, quod Feniglium vocant, urbis extremitatem detexisse. Situs tamen verior est, quem Catalogus in calce adjunctus exhibet, quod & de Foro [3] Sempronii tenendum est; quam urbem observatio dubia tertia minuti parte justo Borealiorem statueret. In [4] Tiferno, sic enim olim appellabatur contrarium plane accidit. Hanc enim urbem a Monte Tesio duntaxat prospectare licuit: qua igitur in parte lineæ datæ sita esset non nisi ex ejus a Montalto distantia definiri potuit; hujus autem verus situs a Tabula ditionis Perusinæ repetendus erat, in qua errorem exiguum admitti potuisse supra demonstratum est. Quamvis autem ex illa urbe tria puncta tum, cum eo me contulissem, cognita, oculis se non objectaverint, cum tamen postmodum cogitanti mihi opportunus in propinquo situs se obtulis-

1 Ponte Corvo. 2 Cagli. 3 Fossombrone. 4 Città di Castello.

tulisset, facta illic juxta ea, quæ monueram, observatione, prodiit aliquanto correctior loci ejus determinatio, quam quæ in Tabula exhibetur, ea nimirum, quam in calce hujus Dissertationis eruditus Lector reperiet. Sed tamen quidquid demum in tribus hisce urbibus propter observationum penuriam in debito situ collocandis peccari contigerit, id omne propediem abunde supplebit nova Urbinatis Legationis Tabula, quam si Deus vires, ac vitam suppeditaverit, institutis ad eam rem in locis opportunioribus, quæ nunc probe perspecta teneo, accuratis Observationibus, quamprimum describendam institui. Ita enim non hæc solum loca, sed etiam alia complura in Tabula generali partim non satis certo definita, partim omnino prætermissa verum suum situm nanciscentur.

21. Clarissimus Blanchinus ex Observationibus Urbini factis Altitudinem Poli in eadem urbe statuit esse grad. 43., min. 48. sec. 32., quam quidem Altitudinem sese ex Gnomone in Æde S. Francisci extructo, cujus longitudo Gnomonis Clementini sesquialtera fuit, adeptum esse testatur. Consonat huic determinationi altera quædam ope Sectoris lignei illius quidem, sed ut idem asserit, affabre divisi & Dioptrarum loco Tubo Optico instructi, paulo ante obtenta, quæ Loci Latitudinem quatuor & viginti secundis majorem exhibet. Itaque observatio altera alteram præclare confirmare videtur, ut qui ilthæc legerit, de rei veritate dubitare vix possit. Non enim solum duabus vicibus idipsum fere conclusum habemus, sed quod caput est, duobus modis inter se maxime diversis. Quæ quidem ratio me impulit, ut antequam eo me contulissem, huic sententiæ sine ulla prorsus dubitatione subscriberem. Vix enim credibile videbatur, ut cum in altera observatione omne fere erroris periculum ex vitiosa Telescopii positione, in altera ex pavimenti inclinatione repetendum esset, utrumque horum a vero, & æqualiter, & ad easdem partes aberraret.

Latitudo Urbini a Blanchino parū accurate definita.

Omni-

Omnino tamen fatendum est rem eo pacto se habuisse, nisi malumus, id quod minime necesse est, observationibus ipsis fidem abrogare. Situs enim Urbini ex observationibus minime dubiis a me elicitus, ejusmodi est.

Vera illius Latitudo demonstratur.

22. Sit in Fig, 6, tab. 1, *A* statio ad ostium Aprusæ, *L* Mons Lurus, *M* Arx S. Marini, *C* tugurium Montis Carpegnæ. Ab *A* & *M* ducantur rectæ indefinitæ, *ABEDF*, *MHG*, Meridiano *D*. Petri parallelæ, iisque perpendiculares agantur *MB*, *LE*, *CD*, *VF*, *VG*. Jungantur denique *AM*, *AL*, *MV*, *MC*, *CV*. His positis, habemus ex observatione

In Triangulo AML

Angulum.	MAL	79° 47′
	AML	58 43
	ALM	41 30

Unde ob datum latus *AL* Passuum 15304 & *ML* = 17622 prodit *AM* = 11864. nec non ob datam Positione *AM*; *AB* = 9390 & *MB* = 7253. Deinde in Triangulo *MLV* observati sunt.

Ang:	LMV	50° 57′
	MLV	67 55
	MVL	61 8

Ergo *MV* = 18646. *MG* = 15699, *GV* = 10060, *AF* (*AB* + *MG*) = 25089 *FV* (*GV* — *MB*) = 2807. Idem situs Urbini confirmatur ex Triangulo *MCV*, in quo ex datis *MH*, *HC* datur etiam *MC* = 11997. sunt autem

Anguli	UMC	65° 29
	MCU	75 54
	MUC	38 37

Quamobrem *MV* = 18643, ac propterea *AF*, *FV*, quoad sensum, ut supra.

Quid a V. C videatur prætermissum.

23. Cum itaque in hoc casu convergentia Meridianorum tuto negligi possit, neque recta *FV* a parallelo sensibiliter declinet, constat ex iis, quæ in Opusculo superiore demonstrata sunt, *AF* respondere Arcui 20′ 11″,

quæ

quæ subducta a Latitudine loci *A* ad ostium Aprusæ, nimirum a 44° 3′ 47″ relinquunt Latitudinem Urbini 43° 43′ 36″, fere 5 minutis minorem ea, quam Blanchinus invenerat. Quod quidem nullo modo viri de re Astronomica, ac Geographica optime meriti carpendi causa notatum velim, sed nequis illius auctoritate adductus determinationes nostras, quæ longe firmiore fundamento nituntur, suspectas habeat. Videtur autem hic error ex pavimenti inclinatione manâsse. Tametsi enim facile fieri potuerit, ut illud quinque, sex, septemve minutis, aut etiam aliquanto amplius aut attolleretur, aut deprimeretur, nusquam tamen apparet, Cl. Virum de eo ad libellam exigendo cogitâsse.

24. Quod autem reliquorum locorum, quorum illic meminit, Latitudines non eædem sint, cum iis, quas nos determinavimus, id eo minus mirandum est, quod locorum situs exiguis e basibus plerumque deduxerit, quæ quidem e longinquo spectatæ cum sub exiguo pariter angulo cernerentur, fieri vix poterat, ut gravioribus in intervallo definiendo erroribus locum non præberent. Equidem Methodus illa, uti in brevioribus intervallis dimetiendis reprehendenda non est, ita in longioribus non nisi tunc usurpari debet, cum cætera veritatis indagandæ adminicula desiderantur. Ubi autem in ejusmodi casum incidimus, cavendum est diligenter, ne distantiæ sic erutæ fidem majorem tribuamus, quam observationum factarum natura patiatur.

Quid in aliis Latitudinibus definiendis minus caute ab eodem factitatum.

25. Illud ad extremum monendus est Lector, fieri omnino posse, ut nonnunquam locus unus in observando pro altero acceptus sit, cujus situs si per eam observationem investigatus fuerit, eo ipso in Tabula vitiose collocabitur. Cæterum affirmare non verebor, nullius loci insignioris situm hanc ob causam dubium esse posse, neque casum illum in locis minoris momenti, nisi forte in paucissimis, locum habere. Summâ enim diligentia allaboratum est, ut omne errandi periculum, quod inde timeri pos-

Monitum circa casum singularem.

ri poſſet, amoveretur. Unum duntaxat exemplum commemorare poſſum, in quo periculum illud non penitus depulſum videatur. Collaltum in Sabinis a Monte Lucretili (hunc enim eſſe arbitror, quem nunc Pennecchiam vocant) &, ut locorum periti affirmarunt, a Guadagnolo conſpiciendum ſe præbuit. Si in poſteriori hac obſervatione Collaltum recte deſignatum fuit, erit ejus ſitus is, quem Tabula exhibet, ſin minus, in ea vitioſe collocabitur. Hunc autem caſum certo arcere, ſeu quod perinde eſt, peritorum illorum judicium abſque omni controverſia confirmare, aliarum obſervationum inopia prohibet.

Reliquum eſt ut Longitudinis ac Latitudinis Urbium omnium Pontificiæ ditionis Tabulam ex obſervationibus habitis concinnatam adjiciamus.

TABULA LONGITUDINIS, ET LATITUDINIS
Urbium omnium, atque Episcopatuum Pontificiæ Ditionis

NOMINA Italica,	& Latina	Longitudo G.	M.	S.	Latitudo G.	M.	S.
Acqua pendente	*Aquula*	29	21	19	42	45	23
Alatri	*Alatrium*	30	51	50	41	43	43
Albano	*Albanum*	30	10	31	41	43	50
Amelia	*Ameria*	29	56	1	42	33	32
Anagni	*Anagnia*	30	40	11	41	44	41
Ancona	*Ancona*	31	1	22	43	37	54
S. Angelo in Vado	*Tifernum Metaurense*	29	55	40	43	40	0
Ascoli	*Asculum*	31	5	0	42	51	24
Assisi	*Assisium*	30	7	43	43	4	22
Bagnarea	*Balneoregium*	29	38	22	42	38	9
Bertinoro	*Bretonorium*	29	39	13	44	8	54
Bologna	*Bononia*	28	52	33	44	29	39
Cagli	*Callium*	30	10	4	43	32	55
Camerino	*Camerinum*	30	56	33	43	6	25
Cervia	*Cervia*	29	51	58	44	15	31
Cesena	*Cesena*	29	45	35	44	8	25
Cingoli	*Cingulum*	30	44	5	43	22	57
Città di Castello	*Tifernum*	29	44	26	43	28	16
Città della Pieve	*Civitas Plebis*	29	31	27	43	0	6
Civita Castellana	*Fescennia*	29	55	29	42	17	7
Civita Vecchia	*Centumcellæ*	29	17	0	42	5	24
Comacchio	*Comaclum*	29	42	17	44	40	27
Corneto	*Cornuetum*	29	15	30	42	15	23
Fabriano	*Fabrianum*	30	25	38	43	20	0
Faenza	*Faventia*	29	24	4	44	17	19

NOMINA Italica ,	& Latina	Longitudo G. M. S.	Latitudo G. M. S.
Fano	*Fanum*	30 32 8	43 51 0
Ferentino	*Ferentinum*	30 46 48	41 41 36
Fermo	*Firmanum*	31 13 56	43 10 18
Ferrara	*Ferraria*	29 8 40	44 49 56
Foligno	*Fulginium*	30 13 17	42 57 49
Forlì	*Forum Livii*	29 33 44	44 13 25
Fossombrone	*Forum Sempronii*	30 19 22	43 41 15
Frascati	*Tusculum*	30 12 4	41 48 22
Frosinone	*Frusino*	30 52 25	41 38 31
Gubbio	*Eugubium*	30 5 27	43 20 35
Jesi	*Aesium*	30 45 53	43 31 51
Imola	*Forum Cornelii*	29 13 49	44 21 32
S. Leo	*Leopolis*	29 51 58	43 54 0
Loreto	*Lauretum*	31 7 20	43 27 0
Macerata	*Macerata*	30 58 18	43 18 36
Magliano	*Massa Malliana*	30 0 14	42 21 45
Matelica	*Matelica*	30 31 8	43 15 8
Montalto	*Mons altus*	31 7 44	42 59 44
Montefiascone	*Mons Faliscus*	29 32 59	42 32 15
Narni	*Narnia*	30 1 50	42 31 17
Nepi	*Nepete*	29 51 25	42 14 39
Nocera	*Nuceria*	30 18 32	43 6 40
Norcia	*Nursia*	30 37 18	42 47 55
Orte	*Ortanum*	29 54 55	42 27 30
Orvieto	*Oropitū , Urbs vetus*	29 38 19	42 43 24

NOMINA Italica,	& Latina	Longitudo G. M. S.	Latitudo G. M. S.
Osimo	*Auximum*	30 59 38	43 29 36
Ostia	*Ostia*	29 48 50	41 45 35
Palestrina	*Preneste*	30 24 55	41 50 3
Penna di Billi	*Penna*	29 47 10	43 29 23
Pergola	*Pertia*	30 20 24	43 33 54
Perugia	*Perusia*	29 54 28	43 6 46
Pesaro	*Pisaurum*	30 25 51	43 55 1
Piperno	*Privernum*	30 41 57	41 28 38
Ponte Corvo	*Fregellæ*	31 11 48	41 28 5
Porto	*Portus*	29 46 40	41 46 44
Ravenna	*Ravenna*	29 23 6	44 25 5
Recanati	*Recinetum*	31 3 38	43 25 44
Rieti	*Reate*	30 22 40	42 24 25
Rimini	*Ariminum*	30 5 6	44 3 43
Ripatransone	*Cupramontana*	31 17 0	43 0 24
ROMA	*ROMA*	30 0 0	41 53 54
Sarsina	*Sarsina*	29 42 20	43 55 21
Segni	*Signia*	30 32 45	41 41 53
S. Severino	*Septempeda*	30 42 5	43 14 17
Sezze	*Setia*	30 34 29	41 30 5
Sinigaglia	*Senogallia*	30 44 0	43 43 16
Spoleto	*Spoletium*	30 15 31	42 44 50
Sutri	*Sutrium*	29 44 26	41 13 34
Terni	*Interamna*	30 10 26	42 34 25
Terracina	*Anxur, Tarracina*	30 45 37	41 18 14

NOMINA Italica,	& Latina	Longitudo G.	M.	S.	Latitudo G.	M.	S.
Tivoli	*Tibur*	30	19	3	41	57	49
Todi	*Tudertum*	29	55	26	42	46	45
Tolentino	*Tolentinum*	30	48	28	45	12	30
Toſcanella	*Tuſcania*	29	23	27	42	24	50
Velletri	*Velitræ*	30	17	45	41	41	16
Veroli	*Verulum*	30	56	16	41	41	41
Viterbo	*Viterbium*	29	37	49	42	24	54
Urbania	*Urbanea*	30	3	27	43	39	56
Urbino	*Urbinum*	30	9	20	43	43	36

OPU-

OPUSCULUM QUARTUM.

DE INSTRUMENTORUM APPARATU, ET USU.

NSTRUMENTORUM, quæ in noſtra expeditione adhibuimus, aliquanto accuratiorem deſcriptionem proponam hoc opuſculo, ſchematis etiam adjectis, ad rem illuſtrandam magis; ſunt enim nonnulla, quæ ad uſus aſtronomicos ſatis opportuna fore cenſeo, quæ conabor, ut, quoad ejus fieri poſſit, exponam dilucide, licet illud ſane videam latini ſermonis inopiam in hoc inſtrumentorum genere Veteribus prorſus incognito, ingens eſſe ad perſpicuitatem obſtaculum. Opuſculi argumentum.

2. Ad tria autem capita omne inſtrumentorum adhibitorum genus reducam. Primo capite complectar ea, quæ pertinent ad obſervationes Aſtronomicas, omnium maxime delicatas, in quibus nimirum unius etiam minuti ſecundi error, quantum fieri poteſt, eſt evitandus: ſecundo ea, quæ pertinent ad menſuram angulorum in terreſtribus triangulis: tertio ea, quæ pertinent ad menſuram baſis. Quoniam autem obſervationes aſtronomicæ inſtituuntur ope ſectoris, anguli autem in terreſtribus triangulis ope quadrantis; idcirco agam capite primo de ſectore, capite ſecundo de quadrante, ac diligenter exponam, Ejuſdem diviſio tripartita.

ponam, quid in conſtructione, in rectificatione, in uſu utriuſque ſit præſtitum, quod nimirum commemoratione dignum videbitur.

CAPUT I.

De Sectore.

Quid ſit ſector Geometricis, quid Aſtronomis, quid hic Auctori.

3. SEctorem appellare ſolent Geometræ partem circularis areæ clauſam arcu aliquo circuli, & binis radiis a centro ipſius circuli tendentibus ad extrema arcus puncta. At Aſtronomi, ſectoris nomine appellant inſtrumentum, in quo adſit limbus circularis formæ aliquot graduum, quem etiam unica regula a centro circuli ad ejus medium ducta ſuſtineat. Mihi autem libuit potius regulæ longiori tranſverſum rectilineum limbum adnectere, ut adeo crucem referat potius, quam ſectorem. Adhuc tamen, quoniam idem præſtat in dimenſione arcus cæleſtis intercepti inter Zenith, & Fixam aliquam, quod verus ſector; ſectoris nomine hoc etiam inſtrumentum meum appellabo.

Sectoris poſitio. Tab. 2. F. 1. 2.

4. Exhibet eum collocatum in ſitu debito, & ad obſervationes ineundas diſpoſitum in tabula 2. figura 1. Ejus autem partes variæ ſequentibus ejuſdem tabulæ figuris exhibentur.

Suſtentaculum, ex quo is pendet. Tab. 2. F. 1.

5. In ipſa figura 1. *aAa'A'B* exprimit ſuſtentaculum ferreum ipſius ſectoris, ex quo nimirum is ſuſpenditur. Ipſum exibetur multo clarius in fig. 2, quam deinde exponam ſeorſum, quod quidem, & in ſequentibus intelligi volo, ubi partem aliquam in fig. 1. adumbratam, aliqua e reliquis clarius exprimi dicam, quas omnes deinde ſeorſum exhibebo.

Regula in imo tranſverſa cum limbo.

6. Ex *B* pendet craſſior regula ferrea *BDQ*, quæ cum adjectis præterea quibuſdam tabellis exhibetur in fig. 3. Ipſa regula in ima ſui parte *EQE'* deſinit in crucem quandam, ſive hinc, & inde ad angulos rectos excurrit, ubi & lim-

limbum habet ex aurichalcho sibi adnexum cum lamella mobili, quæ divisiones continet, & ope cochleæ appositæ in *E* cum micrometro potest aliquantulum procurrere versus *E'*. Limbum ipsum exhibet figura 3 in *EE'*, & multo clarius ejus partem anteriorem cum divisionibus figura 4 in *EE'*, posteriorem autem transversæ regulæ faciem exhibet figura 5 in *E'E*, cum micrometri cochlea, cujus partem illam, quæ secum defert lamellam mobilem, exhibet fig. 6, circulum autem cum indice fig. 7. Tab. 2. F. 1 3 4 5 6 7

7 Eidem ferreæ regulæ in *C* adnexa est ex aurichalcho machinula acum continens, ex qua pendulum *CM* demittitur. Ipsa machinula motu circa axem aperiri potest ita, ut acu etiam dimota centrum sectoris, ex quo filum suspenditur, liberum relinquatur. Eam machinulam clausam, & oblique spectatam exhibet fig. 8, clausam & transversim inspectam fig. 9, semiapertam, & transversim inspectam fig. 10 penitus apertam, & projectam in ipsum regulæ planum fig. 3 in *C*. Tab. 2. F. 1. Centrum sectoris. Tab. 2. F. 8 9 10 3

8. Ipsi ferreæ regulæ ex eadem parte limbi, & centri ferruminatæ sunt lamellæ crassiores ex aurichalcho *D'*, *D*, *d'*, *d* ad certas distantias, quarum usum inferius indicabo. Earum unam in fig. 4 videre est in *D*. Lamellæ regulæ ferreæ. Tab. 2. F. 1 4

9. E posteriori regulæ parte habetur telescopium *HH'*, cujus objectiva lens, ipsi immediate adnectitur in *H* ratione quadam peculiari, quæ in fig. 11, & 12 exponetur Ab *H* ad *H'* habetur tubus ex tenui ferrea lamina stamno obducta, quam Itali dicunt *la latta*, Galli ferrum album. Is tubus adnectitur regulæ ferreæ pluribus brachiolis ex aurichalcho amplioribus, & tenacissime ferruminatis tam cum regula ferrea, quum cum tubo, quæ quidem multo breviora sunt, quam figura exhibeat, in qua, ut distinctius videri posset, aliquanto remotius a regula delineatum est telescopium, quod ipsi regulæ est quamproximum - Circa *H'* vero ipsi regulæ arctissime 3 cochleis adnexa est machinula ex aurichalcho, quæ habet fila argentea se ad angulos rectos decussantia aptanda ipsi foco lentis objecti- Telescopium regulæ adnexum. Tab. 2. F. 1 11 12

Tab. 2. F. 3 væ. Eam machinulam exhibet fig. 3. Tum, quæ pertinent ad
14 ocularem lentem adjungendam, & fila illuminanda, ha-
15 bentur in fig. 14, & 15.

Regula ferrea transversa superior. Tab. 2. F. 1.

10. Ipsi ferreæ regulæ longiori BDQ alia transversa regula ferrea FF' aliquanto supra EE' additur e posteriori parte ita, ut transeat inter ipsam, & tubum, ac adstringitur ope binarum cochlearum per regulam itidem ferream inflexam, & ex anteriori parte adscrictam ita, ut inter utramque ipsa longior regula BDQ transeat. Eam in fig. 4 refert itidem FF', & earundem sectionem perpendicularem exhibet figura 16.

Regula Posterior cum cochleis, & ponderibus. Tab. 2. F. 1. 16

11. Aliquanto post ipsam regulam BDQ, & tubum HH', e regione ipsius FF', habetur in positione ad sensum lineæ meridianæ multo crassior, ac longior ferrea regula GG', vel muro infixa, vel tignis ita, ut omnino commoveri non possit. In ipsa habentur plurima foramina cochleata, per quorum bina transeunt longiores ferreæ cochleæ IF, $I'F'$ pertingentes ad laminam FF'. Præterea e binis punctis ipsius laminæ FF' prodeunt bina fila FK, $F'K'$, quæ advoluta regulæ GG' sustinent binos plumbeos cylindros, L, L' ponderis non ita exigui. Projectionem autem regulæ GG', FF', BDQ, tubi cochlearum, & filorum in plano horizontali exhibet figura 16.

Brachiolum cum cochlea. Tab. 2. F. 1. 18

12. Demum regulæ ipsi GG' arcte adstringitur in R ope binarum cochlearum brachium NOV ita inflexum in O, ut NO jaceat in situ verticali, OV in situ horizontali, paullo nimirum altior, quam sit regula EE', ut alterum brachiolum ST ipsi adnexum inferne circa P foramen habebere possit respondens superiori parti laterum E, E' regulæ transversæ EE', per quod trajecta cochlea possit ipsum latus urgere. Hujusmodi brachium, cum brachiolo, & cochlea exhibet fig. 18.

Positio sectoris facile obtinenda. Tab. 2. F. 1.

13. Hisce utcumque indicatis, jam singula multo diligentius exponenda sunt. Sed interea illud vel hinc monendum duco, commodissimam hanc evidenter esse sectoris suspensionem, qui nimirum in B libere pendeat sine

ſine curvaturæ periculo, tum vero ope cochlearum *IF*, *I'F'*, alterâ ex iis promotâ poſſit in latus converti ita, ut acquirat poſitionem meridianæ lineæ parallelam: deinde vero utrâque promotâ, vel retracta, poſſit promoveri, vel retrahi, donec acquirat poſitionem verticalis plani, teſte filo penduli *CM*, quod ita adjaceat limbo *EE'*, ut ipſum tantum non contingat; quo quidem facto, jacebit ipſius planum in plano meridiani. Porro pondera *L*, *L'* ipſum ad cochleas apprimerit ita, ut cochleæ quidem acceſſum ad regulam *GG'* impediant, pondera ipſa receſſum; unde ſiat, ut e verticali Meridiani ipſius plano, in quo ſemel conſtitutus fuerit, dimoveri omnino non poſſit,

14. Quod ſi prius toti regulæ *BQ* in plano Meridiani utcumque conſtitutæ detur utcumque inclinatio illa, quam requirit diſtantia a zenith Fixæ obſervandæ, ac pro cochleis *IF*, *I'F'* ſelecta fuerint e tot faraminibus regulæ *GG'* illa, quæ ejuſmodi poſitioni reſpondeant, tum itidem brachium *NOV* affixum fuerit ipſi regulæ *GG'* ex ea plaga, in quam tota ſectoris moles inclinata fertur ſuo ipſius pondere, ac brachiolum *ST* adnexum fuerit ipſi brachio *OV* in ea ſui parte, in qua cochlea *PE'* pertingere debeat ad ipſam ſuperiorem partem lateris *E'* regulæ *EE'*; patet, ab ipſa cochlea ita determinari ſectoris poſitionem, ut nullum per ſe motum habere poſſit, & ſolum ope ipſius cochleæ augeri, vel minui poſſe inclinationem ſectoris, ut libuerit, ut nimirum deinde ubi Fixa obſervanda campum teleſcopii ſubierit, poſſit adduci ad eam illud e filis ipſius teleſcopii poſitis in foco lentis objectivæ, quod eſt plano Meridiani perpendiculare, & quod ubi præſtitum fuerit, Fixa per ipſam filorum interſectionem tranſibit; ac diſtantia fili *CM* a media regula *EE'*, quam indicabit mobilis lamella promota ope cochleæ *E*, donec una ex diviſionibus ipſius congruat cum filo penduli ejuſdem *CQ*, exhibebit diſtantiam Fixæ a zenith. Sed de his iterum infra.

Sectoris firmitas, collocatio ad obſervandam certam Fixam.

 15. Ut

Sustentaculum sectoris. Tab. 2. F. 1 2

15. Ut jam eodem ordine, quo cursim perlustravimus figuram 1, singulas, ejus partes consideremus, ordiendum est ab ejus suspensione $aAa'A'B$, quæ in fig. 2. habetur aliquanto clarius. Refert AA' ferream regulam, vel potius trabeculam collocandam in situ horizontali, cujus videmus latus verticale AA'. Eam fulcit similis regula aa', quarum utraque vel muro, vel tignis laquearis, aut tecti est firmissime adstringenda. In ejus faciebus horizontalibus EE', ee' adest foramen verticale; cui imminet anulus ferreus EE', qui si e superiori parte nonnihil convexus sit, & admodum levis, erit aptior ad conversionem sectoris præstandam facilius. Foramini, & regulæ AA', & anuli EE', inseritur massa ferrea eBe' desinens in cylindrum per ea foramina traductum usque ad F, in quo habetur in G foramen horizontale, per quod ferrea virga horizontalis traducitur, quæ anulo EE' innititur, & totum sustinet pondus massæ ferreæ BF, ac sectoris BD ipsi appensi, quæ virga si cylindrica sit, & levis, ut in binis punctis convexam, & levem anuli superficiem contingat, tota massa BF cum adjecto sectore BD admodum facile circa axem BF gyrare poterit.

Modus sectorem inde suspendendi.

16. Habet autem massa eBe aperturam infra B, cui sectoris regula BD inseri possit. In ipsa regula est foramen circulare, quod cernitur in figura 3 prope B, & ipsi respondent bina foramina massæ eBe hinc, & inde ab apertura, per quæ, & per foramen regulæ BD traducitur axis ferreus cylindricus Ii, cujus caput alterum i crassius ipso foramine ulterius progredi non possit, alterum autem caput in cochleam conformatum cochleam cavam excipiat, ut ipse cylindrus Ii e suis foraminibus egredi nequaquam possit. Hujus machinamenti dimensiones, sive longitudo spectetur, sive latitudo, sive crassitudo, arbitrariæ sunt omnes, ut patet, dummodo satis firmum sit sustentaculum.

Tab. 2. F. 3.

Situs sustenta-

17. His ita dispositis tota machina ita infigenda erit in Aa muro, vel laqueari, ut AA' jaceat quamproxime in

me in plano horizontali, & proxime in directione meridiani, tum apertura B motu circulari totius massæ ferreæ circa suum axem ita collocanda erit, ut sit ad sensum parallela ipsi AA' ut fere exhibet figura 1, non perpendicularis, ut exibet figura 2. Tum enim immissâ in eam apturam regulâ BQ, patet regulam EE', & planum sectoris fore proxime in plano Meridiani. Ita directio telescopi HH' non incurret in regulam AA', sive id jaceat ad ortum, limbo EE' jacente ad occasum, sive contra; sed radios telescopium ipsum libere excipiet, utcumque satis proximum sit ipsi regulæ ferreæ BDQ. Poterit autem admodum facile circa cylindrum illum Ii figuræ 2 positum in B figuræ 1, ut axem, moveri in latus ope cochleæ PE' totus sector. Tab. 2. F. 1 2

Facilitas conversionis.

18. Porro ad habendam illam, quam dicimus sectoris verificationnm, de qua paullo infra, oportet convertere sectorem ita, ut aliquando Fixa eadem observetur limbo sectoris obverso in orientem, aliquando in occidentem. Id admodum facile præstabitur ob facilem in fig. 2. motum circa axem BF. Sed interea in fig. 1. oportebit liberare regulam FF' a ponderibus LKF, $L'K'F'$. Ne cogamur elevare pondera L, L' supra regulam G, G' in K, K', ipsi filo KL alligavi in L uncum, & ponderi L adjeci anulum. Ita facile pondera demebantur, ac restituebantur, & filo utroque LK, cum suo uncinulo retracto ad F, fiebat conversio brevissimo tempore.

Incommodum conversionis evitatum.

19. Conversione facta illud erat incommodum, quod cum media crassitudo regulæ FF' non responderet mediæ crassitudini regulæ BDQ, si ante conversionem planum sectoris congruebat cum plano meridiani, post conversionem, jam debebat esse nonnihil inclinatum. Cito admodum ei etiam malo remedium adhibebatur promovendo, vel retrahendo æque utramque cochleam IF certo spirarum numero, qui semper erat idem, nimirum respondens duplæ distantiæ mediæ crassitudinis alterius ex illis regulis a media crassitudine alterius, quo pacto iterum

rum teste penduli filo restituebatur admodum cito positio verticalis. Sed si regula *FF'* non fiat plana, & post regulam *BQ* posita, sed incavata, vel inflexa ita, ut rite illa media crassitudinum respondeant sibi invicem; conversione facta haberi potest illico accuratissima sectoris positio ita, ut eodem die liceat eandem Fixam observare cum utraque sectoris positione. Sed ea de re iterum inferius.

Regula longior Tab. 2. F. 1.

20. Dicendum nunc de regula ferrea *BQ* fig. 1. Ea in longitudinem excurrit aliquanto ultra pedes parisienses 9 (utar autem mensura ejus pedis, qui, ut constat, dividitur in pollices 12, & singuli pollices in 12 lineas; continet autem fere sesquipalmum Romanum). Sunt nimirum a medio lamellæ mobilis *EE'* ad centrum Sectoris *C* pedes 9 accurate. Porro ipsa regula est lata pollices duos, crassa lineas 5, regula autem transversa *EE'* est per 2 pollices longior uno pede, lata pollices fere tres crassa itidem lineas 5.

Foramen regulæ ferreæ. Tab. 2. F. 2.

21. In summa ipsa regula habetur in primis foramen in *B*, quod debet esse levigatum, & amplius cylindro *Ii* figuræ 2 ipsi inserendo, ut nimirum ope cochleæ *PE'* figuræ 1 possit admodum facile inclinari sector in latus.

Laminæ Limbi. Tab. 2. F. 1 4

22. In ima regula est in fig. 1 limbus *EE'*, qui aliquanto diligentius est describendus. Eum exhibet fig. 4. Regulæ ferreæ *AA'C'C* latæ in *AC* pollices fere tres ferruminata inest similiter lamina aurichalchica *GG'C'C* lata lineas 21 crassa lineas 2, supra quam sunt tres laminæ itidem aurichalchicæ *GG'I'I*, *II'O'O*, *OO'C'C* æque latæ, nimirum septenum linearum singulæ, & crassæ lineas ternas. Binæ extremæ ferruminatæ itidem sunt cum inferiori illa lamina, & cum ipsa immobiles. Media ex iis tribus, nimirum *II'O'O* ipsis inclusa, promoveri potest ope cochleæ *E* ita, ut ex parte *E* procurrat fere per unum pollicem. Quo autem pacto id fiat, jam videbimus. Interea notandum illud, hac lamina contineri divisiones. Ea ope trium rectarum parallelarum ipsis *II'*, *OO'* divisa est in quinque intervalla. Linea media est ea, quæ æquivalet

let arcui sectoris, est autem tangens arcus, qui in sectoribus describi solet. Eam appellabimus lineam mediam lamellæ mobilis. Divisa est in pollices, ac singuli pollices bifariam divisi, tum semipollices singuli in terna spatia æqualia continentia binas lineas singula. Divisiones hujusmodi perficiuntur rectis perpendicularibus ipsi lineæ mediæ lamellæ mobilis, quarum quæ pollices terminant, pertingunt ad ipsas *II'*, *OO'*; quæ pollices ipsos bifariam secant, pertinent ad binas rectas interjectas ipsis *II'*, & mediæ lineæ lamellæ mobilis; quæ dimidios pollices in binas lineas secant, vix tantillum hinc, & inde excurrunt a media linea.

23. Ut autem appareat, quo pacto ope cochleæ *E* habeatur mobilitas laminæ mediæ, inspiciatur fig. 5. In ea habetur lamella *AB* aurichalchica adstricta plano regulæ ferreæ binis cochleis. Ipsa perpendiculariter inflexa assurgit in *D*, & excipit cochleam *E E*. Ea cochlea traducitur per cochleam cavam perforatam in cursore aurichalchico *P*. Porro ipsa regula ferrea, & lamina prima aurichalchica illa, super qua excurrit lamina mobilis, crenam habent, illa ampliorem hinc, & inde a cochlea *EF*, quam figura exhibet, hæc arctiorem, quam ipsa cochlea tegit. Per eam crenam ope binarum cochlearum, quas itidem figura utcumque indicat hinc, & inde a cylindro *P*, versus *E*, & versus *F* adstringitur laminæ mobili lamella conjuncta ipsi cursori. Conversione autem cochleæ *E* promovetur cursor *P* versus *F*, & laminam mobilem secum defert. Ne autem lamina mobilis dum promovetur huc illuc, possit removeri a regula ferrea, & a lamella aurichalchica ipsi adjuncta, super quam debet excurrere, binis aliis crenis amplioribus *HIKL*, *H'I'K'L'* excavatis ex ipsa lamina ferrea inseritur frustum *M*, lamellæ aurichachicæ connexum cum regula mobili ope cochleæ, quæ transit per crenam arctiorem *no*, *n'o'* excavatam in priore illa lamella aurichalchica adhærente regulæ ferreæ. Excurrunt enim frusta lamellarum *M*, *M'* intra crenas *HIKL*, *H'I'K'L'* su-

Lamellæ mobilis nexus cum reliquis. Tab. 2. F. 5.

H'I'K'L' super priore lamina aurichalchica, & impedimento sunt, ne lamina mobilis limbi, cui adherent, possit a lamina immobili, super quam perlabitur, quidquam recedere.

Cursoris explicatio clarior. Tab. 2. F. 6.

24. Cursorem *P*, cum crenis suis, & cochleis multo clarius exprimit fig. 6, in qua *QQ'R'R* exprimit superficiem laminæ aurichalchicæ connexæ cum regula ferrea, patentem e parte posteriori per crenam excavatam in ipsa regula ferrea: *SS'T'T* est crena arctior excavata in ipsa lamina aurichalchica fixa: *VV'X'X* est lamina deferens cursorem *P* ope binarum cochlearum in *VX*, *V'X'* connexa cum lamina mobili, cujus planum per crenam in lamina fixa excavatam conspicuum refert *SST'T*.

Micrometrum adjectum laminæ mobili. Tab. 2. F. 4 5 6 7

25. Patet igitur, conversione cochleæ *E* (fig. 4.) debere promoveri in fig. 5 tres cursores *P*, *M*, *M'* ultro, citroque supra laminam interiorem fixam (in fig. 4) *GG'C'C* adhærentem regulæ ferreæ, inter laminas *GG'I'I*, *CC'O'O* itidem immobiles, & ipsi laminæ interiori fixæ connexas. Cochlea autem *E* indicem habet sibi adnexum, quem in fig. 7 exprimit *EI*. Dum cochlea *E* figuræ 4 convertirur circa proprium axem, in fig. 7 cuspis *I* indicis *EI* percurrit circumferentiam circuli *ICAG*, cujus diametrum in fig. 4 exhibet *GC*. Ipsa vero peripheria *GICA* figuræ 7, divisa est in partes 180, sive in binos gradus, ac denis quibusque partibns adscripti sunt numeri, quas nimirum partes singularum conversionum cochleæ, & indicis exhibet indiculus *Bb*, qui ope cochleæ adnectitur laminæ fixæ *GG'I'I* figuræ 4, & revolutionum integrarum intervalla notata sunt prope lineam *Ii* in margine lamellæ mobilis a *b* ad *D*. Ei enim numero conversionum integrarum respondet procursus lamellæ mobilis æqualis crassitudini unius cujusvis spiræ, per quam cursor *P* figuræ 5, & 6 promovetur in singulis conversionibus. In nostro sectore erant earum quina divisionum intervalla fere æqualia singulis intervallis binarum linearum, sive sextantibus singulorum pollicum, ac singulæ conversiones cochleæ ferebant

rebant secum cursores, & lamellam mobilem fere per quintam partem intervallorum eorundem ita, ut ad promovendam lamellam per dimidium pollicem requirerentur satis proxime 15 conversiones cochleæ ipsius.

26. Ad habendam vero accuratam divisionem in intervalla respondentia integris conversionibus, satis est notare in fig. 4 punctum *b*, quod cuspis indicis *Bb* indicat in lamina mobili collocata ita, ut circulum *GC* contingat, nec ad partes *E'* quidquam excurrat; tum conversionibus cochleæ *E* continuis lamellam ipsam promovere versus *E'*, quantum licet, & interea notare ejus puncta appellentia ad *b* post conversiones singulas; quo pacto ipsa machinula per sese exhibebit divisiones necessarias in *bD* ad numerationem integrarum conversionum. Ratio divisionis pro conversionibus integris. Tab. 2. F. 4.

27. Jam vero ea ratione cochlea *E* cum indiculo *Bb* figuræ 4, & divisione peripheriæ *AGIC* figuræ 7 præstat munus micrometri cujusdam. Nam, ut paullo infra videbimus, indice *EI* figuræ 7 promoto per 3 particulas, lamina ita promovetur, ut fig. 1 angulum ex centro *C* subtendat quamproxime æqualem uni secundo. Præstiterat autem Artifex omnia diligentissime. Nam & lamina mobilis a fixa nunquam recedebat, & cochlea *EF* figuræ 5 admodum æquabiles habebat spiras, admodum æquabilibus insertas spiris intra cursorem *P*, ut æquali conversioni cochleæ responderet æqualis procursus laminæ mobilis, in quo potissimum omnis hujusce instrumenti perfectio est sita. Micrometrũ accuratissimum. Tab. 2. F. 1 2 3 4 5 7

28. Videndum superest demum, quid sint binæ illæ veluti fenestræ *io*, *i'o'* figuræ 4. Sunt quidem eæ omnino fenestræ, quas, ut merum quendam non mihi, sed aliis eximerem scrupulum astronomicum, seu mechanicum, adjeci. Sunt nimirum binæ lamellæ ex aurichalco perforatæ, & in ipso foramine munitæ vitro. Excurrunt lamellæ hujusmodi, ut figura exhibet, nonnihil ultra laminam mobilem, & ope cochlearum adstringuntur earum capita in *i*, *o*, ut & in *i'*, *o'*. Vitri Duplex fenestra cum vitris. Tab. 2. F. 4.

 super-

ſuperficies inferior habet tenuiſſimam rectam lineam lineæ mediæ EE' perpendicularem, & ipſam contingit laminam mobilem ita, ut ſine ullo periculo parallaxeos indicare poſſit, in quo ſitu cochleæ E, & indicis EI figuræ 7 reſpondeat illi tenui lineolæ aliqua e diviſionibus lamellæ mobilis, ſub ipſo vitro liberè excurrentis ope cochleæ E.

Diſtantia inter lineas in vitris incifas.

29. Porro ita haſce laminas, & vitra, aptari curaveram, ut binæ tenues illæ lineæ reſponderent diviſionibus a medio hinc, & inde diſtantibus per ſenos pollices quamproxime, & quantum differret intervallum inter binas ejuſmodi vitreas lineas ab intervallo unius pedis, ſive pollicum 12 (admodum enim difficile eſt ita accurrate eas collocare, ut omnino reſpondeant extremis limitibus unius pedis) facile tam Romæ, quam Arimini cognoſcebatur. Satis enim erat ita ope cochleæ movere laminam mobilem, ut primus pedis limes deveniret ad lineam in vitro priore ductam, & noſſe indicis ſtatum in ipſa conjunctione diviſionis laminæ mobilis, cum ea linea in vitro deſignata, tum ubi id repetitis obſervationihus probe conſtitiſſet in priore chryſtallo, idem præſtare in poſteriore. Si enim utrobique eadem eſſet poſitio indicis in utroque appulſu, patebat intervalla accurate æqualia eſſe; ſin minus, differentia binorum numerorum a cuſpide indicis notatorum in iis binis caſibus prodebat differentiam intervalli inter binas lineas vitrorum, & pedem integrum binis lamellæ mobilis diviſionibus terminatum.

Earum uſus ad explorandum effectum caloris.

30. Id autem idcirco curandum duxi, ut immediate per obſervationem conſtaret, nihil timendum eſſe e majore dilatatione aurichalchi, quam ferri per calorem facta. Quoniam ſectoris regulæ ſunt ferreæ, & lamina mobilis eſt ex aurichalco, conſtat autem obſervationibus certiſſimis dilatari minus ferrum, quam aurichalchum caloris vi; eædem partes laminæ mobilis reſpectu radii ſectoris, ſive diſtantiæ centri, ex quo pendulum

pen-

pendet, dilatabuntur magis, & proinde subtendent plura minuta secunda, ubi calor est major, quam ubi est minor. Constat illud, in adeo exiguo tractu respectu radii differentiam dilationis adeo exiguam esse debere, ut in observationes nullus inde error, qui sensu percipi possit, promanet. Adhuc tamen censui, id ipsum immediata observatione potius definiendum esse, si possit, quam ex ratiocinationibus, quæ adhiberi solent ad eam rem, derivandam. Constitit autem, ut inferius iterum commemorabo, translato sectore ex Urbe Ariminum, & inde Romam, utcumque mutato nonnihil caloris gradu, intervallum inter bina vitra fuisse semper idem respectu laminæ mobilis; adeoque laminam ipsam mobilem aurichalchicam nihil ad sensum magis, quam ferream regulam, & laminam aurichalchicam ipsi affixam, dilatatam esse, adeoque æque utrobique easdem lamellæ mobilis particulas eundem secundorum numerum exhibere debuisse.

31. Expositis iis, quæ pertinent ad limbum, ad laminas in eo fixas, ad laminam mobilem, ejus divisiones, ejus motum, & micrometrum, ac indicem, & vitra illa, exponenda nunc est machinula quædam constituta in fig. 1 in *C*, & ipsi regulæ ferreæ adnexa, quæ centrum sectoris continet, & acum sustinentem pondus. Id hic, quam brevissime fieri poterit, exponam.

Transitus ad machinulā pro centro sectoris. Tab. 2. F. 1.

32. Habetur ibi centrum notatum foramine tenuissimo instar puncti in lamella aurichalchica levi, cui acus chalybeæ tenuissima cuspis admovetur, & prima sui parte perquam exigua inseritur. Clauditur tamen acus machinula ita, ut removeri possit; ac exponam primo machinulam ipsam, tum quo pacto ea collocanda sit, ut debitam positionem acquirat. Exprimit ipsam fig. 8 aliquanto majorem, sed in eadem positione, in qua eam exhibet fig. 1. Ibi *a′A′ABba* est lamina aurichalchica quadrata applicanda plano regulæ ferreæ, & arcte adstringenda ope cochlearum. Ipsi ad perpendiculum insistunt bina fulcra

Capsula continens centrum, & acū pro filo penduli. Tab. 2. F. 1 8

cra *ogaeKEDH*, *a'e'K'E'D'H'*. Horum utrumque habet suum foramen rotundum, quorum alterum videri potest in *I*. Iis foraminibus insertus est axis cylindri *KEE'K'*, cui cylindro adnexa est lamina *EDFGMCM'G'F'D'E'*, quæ, ubi machinula est clausa, remanet parallela laminæ *A'AB*. Ejus partem *GMM'G'* excipit altera lamina ipsi *A'AB* perpendicularis, nimirum *MGFfbBNM .... M'G'F'N'*. Ipsi laminæ *A'AB* perpendicularis a pede *àè* fulcri *K'H'D'E'* ad laminam *F'G'M'N'* excurrit lamina interius haud ita crassa, cujus superficies extima superficiei *A'AB* parallela elevatur supra ipsam tantundem, quantum superficies aurichalchica limbi fig. 1, de qua egimus supra, elevatur supra superficiem regulæ ferreæ. In ea superficie hujus transversæ laminæ est punctum, quod determinat centrum sectoris. Id respondet in fig. 8 puncto *R'*, quod notavimus hìc in superficie *D'DFF'* laminæ *D'DFGCG'F'D'*, cui laminæ ex interiori parte e regione *R'* respondet acus chalybea ad perpendiculum infixa.

Variæ positiones machinulæ ipsius F. 3, 8, 9, 10

33. Acum ipsam exhibet figura 9, quæ refert sectionem machinulæ perpendicularem plano *A'AB* figuræ 8. Cætera ibi per se patent; *P*, *Q* sunt cochleæ, quibus machinula tota adstringitur regulæ ferreæ, *MG* est superficies extima lamellæ transversæ, & in ea *S* centrum sectoris, cui admovetur acus *Rr* infixa laminæ *DFfd* adnexæ cylindro revolubili circa axem *I*. Et quidem figura 9 exhibet machinulam clausam; figura autem 10 eandem exhibet semiapertam remoto stylo *Rr* a foraminulo, sivè puncto *S*. Porro, ubi machinula est aperta, ut in fig. 10, inferitur acus *Rr* in nodum ampliorem fili penduli, tum adducitur lamina *DC* ad *FN*, & occluditur machinula, quæ abit in positionem figuræ 9; tum vero filum ipsum penduli adducitur ad aciem *r*, ut pene contingat laminam, & pendeat ex ipso centro. Hæc autem omnia summa cum diligentia curaverat Artifex, ut & foramen tenuissimum esset, & acus chalybea circa cuspidem pertenuis, ac perquam accurate rotunda, ut itidem ipsi forami-

raminulo accuratissime responderet ipsum occupans. Demum fig. 3 exhibet in *C* machinulam ipsam penitus apertam, ubi acus emergit ex *R*, & foraminulum, cui inseritur, vel applicatur cuspis ipsius acus, est *S* penitus liberum ab eadem acu.

Collocatio machinulæ, & centri Sectoris. Tab. 2. F. 1. 9 10

34. Hæc ad machinulam, jam ad ejus collocationem. A media linea lamellæ mobilis *EE'* figuræ 1 versus *R* post unum proxime pedem applicata fuit ipsi regulæ ferreæ & ferruminata lamina aurichalchica in *d*, tum alia post alium pedem in *d'*, & alia post alium in *D*, deinde post intervallum trium pedum in *D'*, quæ omnes tantillo minus crassæ erant, quam limbus aurichalchicus supra regulam ferream eminens ita, ut vix quidquam jacerent earum extimæ superficies versus regulam ferream respectu limbi, jacerent tamen nonnihil, ne forte libero fili penduli motui posset deinde officere: tum filo tenui per mediam ferream regulam bene tenso, & circino, quem dicimus fidelem, aperto accurate ad intervallum unius pedis illud idem, quo unus pes definitus est in linea media laminæ mobilis, & applicata altera cuspide ad ipsam lineam mediam, altera in loco indicato a filo illo tenso, notabatur in lamella *d* punctum, ac levi mallei percussione tenuissimum ibidem foramen fiebat. Eodem pacto manente secunda cuspide in *d*, & circini virga per semicirculum conversa notabatur in *d'* alterum punctum, tum in *D* tertium, ut jam haberentur a linea media laminæ mobilis ad *D* pedes tres. Aperto jam ad intervallum trium pedum ampliore circino a linea media ad *D*, transferebantur tres pedes in *DD'*, tum eâdem circini apertura determinabatur ejusmodi positio machinulæ *C* adnectendæ regulæ ferreæ, ut foraminulum illud *S* figuræ 9, & 10 responderet accuratissime secundæ cuspidi ejusdem circini. Eo pacto obtineri debebat, ut accurate distantia centri a linea media laminæ mobilis, qui est radius sectoris nostri, noncupla esset intervalli in limbo assumpti pro pede.

35. Id

Ratio, qua & limbus accurate dividi poterat. Quid in eo peccatum. Tab. 2. F. 4.

35. Id intervallum eodem pacto habitum fuisset in fig. 4 accurate, & facile divisum in partes illas 72, si e contrario per compositionem translatum fuisset prius intervallum binarum linearum ter uno circino, tum alio intervallum semipollicis bis, tum alio intervallum pollicis ter, tum alio intervallum trium pollicum quater, nam & habitus fuisset pes accurate continens prima illa intervalla linearum binarum accurate 72, & reliqua ternorum pollicum intervalla in pollices, pollices in semipollices, semipollices in binarum linearum intervalla accurate, & facile divisa fuissent, aperturis prioribus manentibus, & præstitisset lineam mediam EE' ducere perquam tenuem, tum in ea fidelis circini subtili cuspide accuratè rotunda foraminula levi malleoli percussione imprimere, quam transversis rectis lineis lineam EE' intersecare. Quod quidem si fuisset præstitum, & divisionem accuratissimam extituram fuisse, nullus dubito, & in rectificatione divisionum, de qua agemus paullo infra ope microscopii, ne de una quidem decima minuti secundi parte dubitandum fuisse. Verum nobis absentibus divisio est facta, in qua deinde inæqualitates nonnullas deprehendimus, utut exiguas quidem, & quæ, ubi probe sint cognitæ, nihil prorsus officiant observationi. Præterea & media illa linea aliquanto crassior, quam vellem evasit, & transversæ illæ non satis accurate æqualis ubique crassitudinis, nec satis accurate perpendiculares mediæ lineæ, nec vere alicubi penitus rectæ, quod reddebat aliquanto difficiliorem determinationem satis accuratam intersectionis divisionem denotantis. In qua tamen ne unius quidem secundi errorem commissum inde a nobis esse in observationibus nostris singulis omnino crediderim. Verum hæc noto, ut pateat, quam facile multo etiam accuratior, & rectificationi aptior divisio haberi posset. Sed ea de re iterum paullo inferius, ubi de rectificatione sectoris.

Telescopii nexus cum regula.

36. Expositis iis, quæ pertinent ad limbum, & centrum sectoris, exponenda diligenter sunt ea, quæ pertinent

nent ad telescopium ipsi adjectum. Tria in ipso telescopio adjungendo regulæ ferreæ sunt distinguenda. Objectiva lens collocata in fig. 1 in *H*, micrometrum eidem adnexum in *H'*, & tubus. Porro habebam ego quidem telescopium pedum 9 ita sane egregium, ut cum multo longioribus facile posset contendere, & ipsa etiam longe superare. Curandum autem duxi, ut ita applicaretur ipsi regulæ ferreæ, ut unicum cum ea instrumentum constitueret. Grahamus id in Maupertuisii sectore alia quadam ratione præstiterat. Quamobrem illud volui, ut capsula aurichalchica crassior, quæ objectivam lentem haberet inclusam immediate adhæreret regulæ ferreæ; ipsi itidem immediate adhæreret capsula continens bina fila in foco lentis objectivæ se decussantia ad angulos rectos; tubus autem cum iis nequaquam connecteretur, sed & ipse adnecteretur regulæ ferreæ per sese, ne si forte percussione aliqua quidquam commoveretur, commoveret lineam fiduciæ, quæ a filorum intesectione ob objectum tendit, quam infra axem telescopii appellabimus. Tab. 2. F. 1

37. Ideam capsulæ continentis lentem objectivam exhibet figura 11, in qua habetur capsulæ ipsius sectio per axem. Ea constat omnis ex aurichalcho, ac ferreæ laminæ immediate adhæret. Vitri objectivi sectio est *Ooo'O*. Includitur id vitrum binis anulis, quorum alter superior *SQPoZXVTT'V'X'Z'o'P'Q'S'*, alter inferior *NOoZXYDEFMM'E'D'Y'X'Z'o'O'N'*. Hi duo anuli thecam efformant, quæ continet lentem objectivam, cujus axis transit per *b*, & quoniam ipsum vitrum objectivum est admodum perfectum, congruit punctum ipsum *b* cum medio diametri *Oo* ipsius vitri. *TSS'T'* determinat aperturam vitri objectivi in lamina anuli superioris: est *NMM'N'* aptura in lamina anuli inferioris. Theca includens lentem objectivam. Tab. 2. F. 11.

38. Tota horum duorum anulorum theca *NMFEYVTSQPP'Q'S'* &c. concluditur ope cochleæ *EcE'c'* inter alios duos anulos, quorum alter superior *DEcABCC'B'A'* &c. alter inferior *LFEcAHGIKK'I'G'* &c. Hic inferior om- Capsula thecam includens.

omnes alios tres, & lentem objectivam in se continet: excipit in civitate sua interna *LKK'L'* tubum telescopii *LdeL'd'e'*: adnectitur in *A'H'* regulæ ferreæ, cujus sectionem exprimit *fgih*, sectionem autem lamellæ excipientis acum *rR* exprimit *pq*.

Eccentricitas thecæ respectu capsulæ.

39. Porro totius longitudinis *EE'* medium non est in *b*, sed in *a*, in quo situs est præcipuus totius hujusce capsulæ usus. Si enim laxetur cochlea *Ecc'E* assurgente tertio anulo *DEcABCC'B'A'&c.*, theca composita e prioribus binis anulis continentibus lentem objectivam, nimirum *PQSTVXYEFMNN'M'F'&c.* poterit converti circa centrum *a*, qua conversione punctum *b*, per quod transit axis lentis objectivæ, gyrabit circa *a*, & per dimidiam conversionem accedet ad planum regulæ ferreæ, & planum sectoris transiens per *r*, per alteram dimidiam recedet. Id autem proderit plurimum ad dandum accuratissime, quantum libuerit, parallelismum axis telescopii cum plano sectoris. Nam axis ipse transibit per *b*, & per intersectionem filorum micrometri, qua manente, si *a* distiterit a plano sectoris ad sensum tantundem, quantum intersectio filorum, & eccentricitas *ab* exigua fuerit, conversione thecæ illius capsulâ inclusæ, & accessu, vel recessu puncti *b* revoluti circa *a* respectu plani sectoris, potest inclinari tantillo magis, vel minus is axis, donec parallelismum acquirat, & ubi ipsum acquisierit, adstricta cochlea *Ecc'E'*, & compresso in *EDD'E'* plano *EYY'E'* thecæ inclusæ, ipsa theca commoveri ultra non poterit, nec amitti parallelismus. Quo autem pacto videri possit, an habeatur parallelismus ipse, & quantum ab eo distet axis, videbimus paullo infra.

Qui sit verus telescopii axis, qui dicatur hic.

40. Porro dico hic axem telescopii rectam illam, per quam devenit ad intersectionem filorum in foco objectivi vitri se decussantium is radius, qui post egressum e secunda superficie ipsius vitri habet eandem directionem, quam habebat ante ingressum in primam. Axis alicujus lentis dicitur proprie illa recta, quæ transit per centrum utrum-

utrumque utriusque curvaturæ superficiei utriusque. Si lens est satis accurate elaborata, is axis debet transire per mediam ipsius lentis magnitudinem, quod Optici practici appellare solent vitrum accurate centratum, cum nimirum centra binarum curvaturarum, & centrum magnitudinis, sive segmenti sphærici in lente contenti in directum jacent. Radius, qui per hunc axem transit, abit penitus irrefractus. Cæteri omnes radii homogenei digressi ab eodem objecti satis remoti puncto, vel paralleli ei radio, in lentem incurrentes, inclinantur ad hunc, & coeunt ad sensum in aliquo ejus puncto, ita tamen, ut rubei aliquanto remotius, violacei propius coeant, & habeatur series quædam focorum ad diversa colorata fila pertinentium. Si radii non discedant ab aliquo axis puncto, sed ab alio aliquantulum distante hinc, vel inde; nullus quidem ex iis abit irrefractus; adhuc tamen est semper aliquis, qui binas habet refractiones contrarias, & æquales, adeoque prodit cum eadem directione, cum qua advenerat. Ubi ejus inclinatio ad axem est exigua, demonstravi in nuperrima mea dissertatione de lentibus, & telescopiis, esse eum, qui, dum advenit, dirigitur in lente utrinque æque convexa ad punctum axis depressum infra superficiem, in quam incurrit, per trientem crassitudinis vitri, eundem autem dum prodit, divergere a puncto axis distante a superficie, e qua prodit, per trientem ejusdem superficiei. Facile autem datis binarum curvaturarum semidiametris definitur generaliter id punctum axis, ad quod is radius convergit, dum advenit, & id, a quo divergit, dum abit.

41. Quoniam vero & crassitudo lentis exigua est, adeoque multo magis exiguus is ejus triens, per quem obliquè distant binæ rectæ radii advenientis, & recedentis, & eorum radiorum distantia perpendicularis est multo minor, quam ea obliqua, tuto hìc accipi possunt eæ binæ rectæ pro unica, & radius, qui ab objecto devenit

Radii directionem priorem retinentis usus axi vero vitri objectivi æquivalens.

ad mediam crassitudinem lentis, haberi potest pro irrefracto. Reliqui autem radii ad idem objecti punctum pertinentes, vel illi paralleli convergunt ad ejus puncta eodem modo, quem in vero axe servari diximus. Hinc si lentis ocularis axis situs sit in ea recta, quæ transit per intersectionem filorum, & per medium punctum crassitudinis lentis objectivæ, vel accuratius in lente utrinque æquè convexa per punctum situm infra ipsum medium per sextam crassitudinis partem, eodem ad sensum pacto omnia succedent, quo succederent, si verus axis lentis objectivæ per filorum intersectionem transiret; unde etiam illud consequitur, si lens objectiva non insistat plano penitus accuratè perpendiculari axi tubi, adhuc tamen aberrationem radiorum, quæ oritur a diversa radiorum refrangibilitate, fore eandem, cum eadem idcirco ad sensum distinctione, & eodem imaginis loco respectu filorum, & oculi. Sed ea ad dioptricam pertinentia hìc innuisse sit satis ex occasione axis telescopii, de quo loquimur.

Sectio exhibens eccentricam lentis ocularis positionem. Tab. 2. Fig. 11 12

42. Interea in fig. 12 habetur sectio perpendicularis axi telescopii facta per *a* figuræ 11. Ibi puncta *EDYON* *baN'O'Y'D'E'* sunt eadem, ac in fig. 11. *Ex* est distantia puncti *E* illius a recta *AH* fig. 11: *mn* est crassitudo regulæ ferreæ, cujus latido *uù*, & cui tota capsa adhæret ferruminata in *yuùy'*: *nr* crassitudo lamellæ, habentis centrum sectoris, cujus latitudo *ss'*: *r* centrum sectoris: *rR* acus: circulus *EE''E'* margo thecæ inclusæ continentis vitrum objectivum, *OO''O* vitrum ipsum. Conversione thecæ ipsius abit *E* in *E''*, *b* in *b'*, & ducta *b'd* perpendiculari ad *EE'*, est *bd* accessus axis transeuntis per *b* ad planum sectoris transiens per *ss'* abeunte autem *E''* in *e*, abibit *b'* in *t*, & *d* in *z*, eritque novus accessus *dz*.

Tubi nexus cum regula, & diaphragmata. Tab. 2. Fig. 1.

43. Tubus *HH'* fig. 1 admodum frequentibus brachiolis *S* aurichalchicis adnexus, & ferruminatus adhæret regulæ ferreæ: ab ipsa distat per 10 lineas; habet autem diametrum linearum 28. Is & per sese nihil ad sensum flectitur, & ita

arcte

arcte connexus cum regula satis itidem per se firma potissimum in latus, omnem ipsius regulæ flexionem prorsus impedit. Intra ipsum autem frequentia diaphragmata omne lumen, quod a tubi ipsius lateribus reflexum devenire ad oculum posset, penitus prohibent, quod admodum necessarium invenimus, ut interdiu Fixæ videri possent. Quin immo ipsi vertici *H* addendus fuit superne tubus binorum pedum, qui aliquanto magis objectivum vitrum obumbraret, quod ubi præstitum fuit, multo sane evidentius Fixæ interdiu cernebantur.

44. Ipse tubus circa *H* abruptus, cum micrometro, in quo adsunt fila fixa, nequaquam connectitur. Exponendum est igitur, qua ratione connectatur micrometrum cum regula ferrea, & lens deinde ocularis cum tubo superiore abrupto, ut monui. Exhibet fig. 13 unionem micrometri cum regula ferrea. Est *ABCD* lamina aurichalchica admodum crassa, quæ regulæ ferreæ *YXSTV* adhæret firmissime ope trium cochlearum *P*. Ipsi perpendiculariter imminent binæ laminæ aurichalchicæ multo adhuc crassiores, quarum alteram *BEGFC* schema exhibet totam, in *EGF* cavam circularis formæ, alterius partem videre est in *AHID*. Huic firmissimè ferruminatus adhæret tubus aurichalchicus *QIHOR* affabre tornatus ex interiore parte, aliquanto arctior tubo illo ferreo figuræ 1, longus pollices circiter 4. Intra ipsum habetur alius tubus *IONKLM* itidem ex aurichalcho admodum affabre tornatus, & ita convexa sui parte æqualis concavæ illius aperturæ, ut nonnisi majore adhibita vi possit protrudi intra illum priorem, vel extrahi, & circa suum axem converti; ac vi adhibita acquirere possit positionem, quam libeat, & eam semel adeptus, per se mutare omnino non possit.

Bini tubuli pro micrometro. Tab. 2. Fig. 13.

45. Is tubus ex parte sui convexa *KNML* crenam habet circumquaque perpetuam cavam, cum 4 foraminulis per circuli quadrantes a se invicem distantibus, per quæ traducitur filum argenteum tenuissimum. Id incipit

Fila interiori adnexa, tensa per lamellam elasticam.

pit in *K*, ubi acu aurichalchica rotunda per vim adacta in foramen itidem rotundum adstringitur ita arcte lateri foraminis ipsius, ut nulla vi dimoveri possit. Tum transmittitur per foramen oppositum *M*. Inde per crenæ illius quadrantem *ML* deducitur ad foramen *L*, & per ipsum traducitur ad *N*. Verum in ipsa crena inter *M*, & *L* habetur lamella oblonga satis elastica, & incurvata in circulum minus amplum, quam sit ipsius crenæ circulus, quæ, dum filum traducitur, ea per vim apprimitur, ut crenæ fundum contingat, ac in ejusmodi violenta positione retinetur, donec filum traductum per foramen *N* distendatur, & ibidem ope alterius aciculæ ipsi foramini infixæ adstringatur ita, ut deinceps commoveri non possit. Tum vero sibi relicta lamella illa elastica in quadrante crenæ *ML* filum adhuc magis tendit, ac semper admodum tensum tenet; ut post annos jam quatuor, idem illud filum primo appositum perseveret adhuc æque tensum per vim. Nam filum quidem ipsum haud coctum, & penitus crudum, elasticitatem servat suam, nec illa continua vi se quidquam relaxat.

Tubus pro excipienda lente oculari, & illuminandis vitris. Tab. 2. F. 14.

46. Ut autem constet, quo pacto ocularis lens tubo ferreo oblongo illi *HH'* figuræ 1 conjungatur, consideretur fig. 14. Ea exhibet tubum *Ccbf* ex lamina ferrea stamno obducta. Is quidem ex parte *bf* procurrit in *f*, ex parte *C* resectus per *CD*, resecatur deinde magis per *Dgf*. Est itidem apertus in *iGQRIKh*, quæ apertura usum habet summum ad illuminanda fila micrometri per noctem; ad majorem autem firmitatem connectitur apertura binis filis aurichalchicis crassioribus *rK*, *IG*. Adest infra eos tubulus amplior *MLhRaONM* resectus nonnihil in *ONM*, ac postremus tubi margo est *cebd*.

Conjunctio eorū tuborum. Tab. 2. F. 13. 14 15

47. Jam vero in fig. 15 *ABEHP* sunt eadem ac, in fig. 13, & eadem est regula ferrea *YTSX*, sed ad partes *SX* productior. Est *qrp* unum ex brachiolis aurichalchicis illis *S* figuræ 1. Est *sxuylp H* tubi ferrei oblongi continuatio, qui quidem abrumpitur in ipso appulsu ad *H*.

Ipsi

Ipsi & in *In*, & in parte aversa, quam figura non exprimit, ferruminata adhæret lamina itidem ferrea sinuata, sed aliquanto amplior *lymn*, habens idcirco hiatum in *m*. Inter hanc laminam, & tubum ferreum, quem ipsa tegit, immittitur pars tubi resecti figuræ 14 *DgfF*, ut adeo *CiGQFD* sint communes in utraque figura 14, & 15, cum omnibus reliquis; usque ad orificium *cebd*, utrobique commune. Tubus autem *Ci* appellit ad brachiolum *H*, & reliquus inferior subit intra cavitatem brachioli *E*; tubulus autem amplior *LbIRaONM* potest ita propelli, ut *LbIRK*, congruat cum *CiGQt*, & interdiu aperturam *iGQRIb* obtegat, ac lumen excludat; noctu vero retrahi, apertura *MNO* evitante brachiolum *E*, & permittere illuminationem filorum, quæ inter brachiolum *H*, & circulum *iGQt* latent sub ferreo tubo *DnFQiC* His autem ita constitutis orificio *cebd* inseritur tubus cum lente oculari, qui liberrime protrudi potest interius pro myope, vel protrahi pro presbita, ut libet, quin ullus in objectivo vitro, aut in micrometro motus haberi possit.

48. Superest jam, ut agamus de regula *FF'*, & *GG'* figuræ primæ, cochleis *IF*, *I'F*, ponderibus *LL'*, & brachio *NOV*, cum brachiolo *ST*, ac cochlea *PE'*. Primo quidem sectionem horizontalem factam per cochleas *IF*, vel fila *FK*, refert figura 16. In hac est *GG'* regula longior, quæ itidem in fig. 1 est *GG'*, in hac *FF'f'f* regula, quæ in illa *FF'*: in hac *FK*, *F'K'* fila, *FI*, *F'I'* cochleæ, *H* tubus, ut in illa: in hac *BB'i'i* longior illius regula *BQ*, quæ regulæ *fF* adstringitur ope regulæ inflexæ *BACrEE'r'C'A'B'* per cochleas *D*, *D'*. Porro, ut num. 19 innui, multo melius fuisset longiorem inflectere e binis regulis conjunctis per cochleas *D*, *D'*, ita, ut in fig. 17 *rEE'r'* esset brevissima, longior autem *BifFACC'A'F'f'i'B'*, ac *ff'* cum *ii'*, & *FF'* cum *AA'* in directum jaceret. Tum enim facta conversione locum faciei *FF'* accurate occuparet facies *ff'* sine nova reductione. Sed id, quod admodum facile poterat in mentem cadere, tum demum animadverti, cum jam

Regulæ transversæ superioris incommodum, & facile remedium. Tab. 1. F. 1. 16 17

jam observari cæptum erat, ac tempus arctum observationes urgebat.

Cur eadem superior, & amovibilis. Tab. 2. F. 1.

49. Poterat regula *FF'* figuræ 1, ejusdem crassitudinis esse, & unita ipsi regulæ *BQ*, ut est *EE*. Et quidem initio destinaveram huic usui ipsam regulam *EE'*. Sed quoniam tum quidem regula *GG* debebat esse inferior, & respondere regulæ *EE'*; ubi fiebat conversio sectoris, limbo *EE'* obverso ipsi regulæ *GG'*, non poterat admoveri oculus, ut locum limbi designatum a filo penduli *M* liceret definire. Idcirco alteram paravi superiorem transversam regulam. Eam autem curavi adjungendam ita, ut pro libito auferri posset, ne nimirum forma capsæ, qua includendus, & transvehendus erat sector, evaderet magis incommoda. Adhuc autem conversione facta restitutio in debitum locum ope cochlearum *IF*, *I'F'* non ita erat incommoda; & accedebat illud, quod cum plures Fixæ observarentur, quæ diversam sectoris inclinationem exposcerent, loco movendæ erant pro singulis Fixis cochleæ ipsæ, ut idcirco positio præcedentis diei positioni sequentis usui esse non posset.

Regulæ multa habentis foramina situs.

50. Accurata positio regulæ *GG'* in plano meridiani non erat necessaria, cum nimirum ope cochlearum *IF*, *I'F'* alterâ aliquanto magis promotâ, alterâ minus, meridianæ lineæ positio in limbo sectoris facile obtineretur. Bini ordines foraminum in ipsa regula *GG'* necessarii erant, quia, ubi inclinatio sectoris est aliquanto major, limbus sectoris elevatur magis; unde fit, ut altiora tum requirantur foramina, quam alias. Multa vero paranda erant ipsa foramina, ut in utraque inclinatione hinc, & inde a verticali positione collocari posset sector.

Brachium cum brachiolo, & cochlea sectorem urgente in latus. Tab. 2. F. 1 18

51. Jam demum quod attinet ad brachium *RNOV*, ipsum exprimit figura 18, in qua habetur in *R* apertura ad excipiendam regulam *GG'* figuræ 1, & in *N* habentur binæ cochleæ, quæ brachium *HOV* adstringunt arctissime ipsi laminæ *GG'* figuræ 1. Brachiolum *ST* cernitur separatum paullo inferius cum cochlea *PE'*. Porro

patet,

patet, ad modum facile collocari posse in fig. 1 brachium *NOV* ubilibet in regula *GG'* ope cochlearum *N*, & brachiolum *ST* ubilibet in regula *OV*, ut nimirum cochlea *PE'* urgere possit ipsam regulam *EE'*, in qua idcirco in fig. 4 supra laminas ex aurichalcho *GG'* assumpta sunt spatia ampliora *G'A'*, *GA* utrinque, ut nimirum supra laminam mobilem *EE'*, & micrometrum *E* haberetur locus, in quo regula *EE'* impelli posset a cochlea *PE'*. Porro hanc impellendam selegi, non illam *FF'*, ut Observator assidens ad instrumentum, & collocans oculum ad telescopium versus *H* posset facile manu applicata ad manubrium 14 *PE'* simul observare Fixam, & simul movere sectorem, donec ipsa Fixa ad filum perpendiculare plano sectoris deveniret.

52. Et hæc quidem pertinent ad constructionem sectoris, in qua illud monendum demum, tubi *HH'* finem *H* hic designari aliquanto superius, ut nimirum videri posset in schemate; cæterum pervenit ad imum regulæ *BQ*, cui quamproximum est micrometrum, ut idcirco & admodum commode oculus admoveri possit ad tubum, & fere nihil a flexione instrumenti, si qua exigua haberetur (quam quidem haberi non posse diximus ejusmodi, ut sensum percellat) timeri posset incommodi.

Situs lentis ocularis, & micrometri sine periculo erroris ex flexione regulæ. Tab. 2. F. 1.

53. Jam ut ad Sectoris usum faciamus gradum dicendum in primis, quod pertinet ad rectam ipsius constitutionem, tum ad modum, quo ipsius ope observationes institui debent, ac demum ad observationes ipsas institutas. Ut autem ab ipsa sectoris recta constitutione ordiamur; primo quidem diligenter notandum illud, quod ad centrum pertinet, ut in fig: 9 extrema cuspis *r* acus *Rr* omnino accurate congruat cum foraminulo *S* in lamella insculpto, & ut accurate rotunda sit. Id quidem noster Artifex, ut monui, admodum exacte curaverat. Sed, ubi acus laminæ *DFfd* infigitur ipsi adnexa, admodum difficulter præstari potest, & communium Artificum industriam omnino eludet. Multo facilius præstabitur,

Sectoris usus: examen positionis acus in centro. Tab. 2. F. 9.

tur, si perforata in *R'R* ipsa lamina foraminulo nonnihil ampliore, quam sit acus, acus ipsa longior, ut excurrat ultra *R'* extra machinulam, eâ conclusâ, inseratur foramini ipsi, & ejus apex immittatur in foraminulum *S*. Tum vero admodum facile videri poterit illud etiam, an acus accurate rotunda sit. Nam ipsa acu circa proprium axem rotata, dum ex ea pendet filum penduli *CM* figuræ 1, observandum erit, an ipsum filum equè respondeat eidem divisioni, an nonnihil positionem mutet, quam quidem si mutet quidquam, facile erit promota lamina mobili *EE'* ope cochleæ *E*, & adhibito microscopio, minimas etiam mutationes crassitudinis, & discrimina axis acus, ac centri foraminis accuratissime definire.

Instrumenta pro examine divisionum. Tab. 2. F. 1.

54. Deinde explorandus est status divisionum tam radii sectoris a centro *C* ad mediam rectam laminæ mobilis, quam mediæ ipsius lineæ. Id quidem admodum facile, & accurate præstari potest ope circini illius, quem dicimus fidelem, & jam toties nominavimus, si is habeat cuspides satis tenues, & rotundas, ac ope cochleæ *E*; sed multo adhuc facilius obtineri posset, ope alterius circini, qui pro binis cuspidibus haberet bina vitra alterum fixum, alterum mobile. Exponam primo loco, quo pacto ope vitri simplicis harum laminæ mobilis divisionum examen a nobis institutum sit, tum & ejus circini vitro mobili muniti, qui quidem haud difficulter parari potest, ideam aliquam exhibebo.

Examen cochleæ micrometri. Tab. 2. F. 4. 7

55. In primis autem admodum accurate in fig. 4 institui potest examen cochleæ *E*, ope circuli *ACIG* fig. 7, & indiciis *EI*. In vitro admodum puro, & bene complanato, ac levigato ducantur binæ rectæ parallelæ, quæ ad sensum a se invicem distent tantum, quanta est crassitudo unius spiræ ejus cochleæ, sive quantum est intervallum, per quod lamina mobilis promovetur in fig. 4, facta integra conversione indicis *EI* figuræ 7. Tum alia recta itidem parallela, quæ distet ad sensum quintuplo magis a prima, tum alia, quæ ad sensum duplo magis,

quam

quam hæc. Hæ omnes parallelæ per transversam ipsis ad sensum perpendicularem secari possunt, ac ope hujus transversæ evitatur necessitas accurati reliquarum parallelismi, ut mox patebit. Porro ipsæ ejusmodi lineæ debent esse admodum tenues, & politæ. Eæ duci possunt adhibito frusto silicis, in quo, ubi diffringitur, remanent cuspides quædam acutissimæ, quæ in superficie vitri lineas designant, nec eam, ut adamas, dissecant.

56 Si jam hujusmodi lamina vitrea collocetur in fig. 4. supra laminas $CC'G'G'$, & iis adnectatur ope tenacioris ceræ, vel etiam ad omnem scrupulum removendum ope instrumenti similis ei, quod haberetur in fig. 18, detracta parte aP brachioli TSP, & relictis $TtaA$ cum cochlea S (immissa nimirum & regula ferrea, & laminis auricalchicis, & vitro intra hiatum ejus instrumenti, & ope cochleæ S urgentis posteriorem partem ferreæ regulæ appressa superficie interiore laminæ Aa superficiei exteriori vitri, quo quidem pacto ita potest lamina vitrea applicari laminis fixis $GG'I'I$, $CC'O'O$, ut, promotâ laminâ mobili $II'O'O$, ea commoveri omnino non possit); si igitur ita collocetur ea lamina vitrea, ut illa ipsa facies, in qua rectæ lineæ parallelæ descriptæ sunt, laminis aurichalchicis obvertatur, & recta illa transversa congruat cum media linea laminæ mobilis, prima autem parallela congruat cum aliqua ejus divisione in eo statu micrometri, & laminæ mobilis, in quo cuspis b fig. 4, & index EI figuræ 7 initium divisionum attingat, nec in fig. 4 lamina mobilis excurrat quidquam versus E'; motu indicis EI, promovebitur lamina mobilis, & illa ejus divisio post unam circiter conversionem appellet ad secundam parallelam, ac notari poterit, quot particulis unius conversionis indicatis a cuspide I indicis EI fig. 7 differat id intervallum ab unica spiræ latitudine, quæ toti circumferentiæ $ACIG$ respondet, qui particularum numerus vel erit nullus, vel perquam exiguus. Tum constituto indice in fine primæ integræ conversionis ad

Examen singularum spirarum cochleæ. Tab. 2. F. 4 18 7

numerum 180, & laxata cera, vel cochlea, quæ vitrum laminis adstringebat, promoveri poterit vitrum ita, ut prima linea parallela congruat cum eadem illa divisione laminæ mobilis promota per unam micrometri conversionem, ac iterum adstringi, & nova conversione facta, donec illa divisio ad secundam parallelam appellat, apparebit iterum differentia integræ secundæ conversionis micrometri, seu crassitudinis spiræ, & illius ejusdem intervalli inter primam lineam, & secundam, atque eodem pacto sequentes omnes micrometri conversiones, sive spirarum crassitudines, conferri poterunt cum eadem illa distantia earundem illarum parallelarum in eodem situ assumpta; unde constabit, an ipsæ conversiones, & spirarum latitudines inter se æquales sint, & si inæquales fuerint, quantum a se invicem discrepent.

Examen pluris simul, vel partiũ earundem.

57. Eodem pacto, ne excrescat summa errorum, qui in singulis spiris inter se collatis admitti possunt, licebit conferre cum intervallo inter primam, & tertiam parallelam quinas conversiones, tum denas, & ita porro, si longiorem cochleam adhibere liberet. Porro ductis parallelis, quæ distent per mediam conversionem micrometri, vel ejus trientem, vel per unam conversionem, aut plures jam cognitas cum dimidio, vel cum triente, & ita porro, inquiri potest in partes etiam conversionis, & totius cochleæ status accuratissime cognosci. Quanquam, ubi exiguus spirarum numerus adhibeatur, & cochlea satis accurate elaborata sit, nullum discrimen, quod sensu percipi possit, inveniri omnino debeat.

Congruentia definienda motu continuo.

58. In hujusmodi perquisitione notandum illud, quod & pro insequentibus omnibus usui erit tam in sectoris, quam in quadrantis rectificatione, quæ omnes per meam hujusmodi theoriam sunt præstitæ; congruentiam alicujus divisionis cum linea in vitro designata multo melius cognosci in ipso continuo motu micrometri, & laminæ. Sæpe enim nobis contigit, ut ope lentis etiam inspecta divisio, & linea apparuerint penitus congruentes, &

tamen

tamen rectracta lamina, ac iterum promota, ut altera ad alteram appelleret; in ipso appulsu tum notato non idem ille haberetur in micrometro numerus, qui antea habebatur, qua quidem observatione iterum, atque iterum repetita, sæpissime contigit, ut appulsus per motum continuum definiretur sine discrimine ne unius quidem, aut ad summum alterius particulæ; licet is, qui observabat appulsum, non ipse cochleam moveret, nec numeros indicatos nosset, sed socium lente admodum, & æqualiter circumagentem ipsam cochleam de appulsu commoneret, ut indicem sisteret, & numerum indicatum vel aspiceret, vel proderet jam aspectum.

59. Notandum & illud, quod ego quidem expertus sum, si foramen pro divisione adsit, rotundum, & nihil asperum, adhibeatur autem microscopium supra laminam vitream constitutum, & locus ipse microscopio subjectus satis illuminetur, quod facile præstari potest ope lentis, vel Solares, vel lucernæ radios colligentis, & ubi microscopia adhibentur, in usu est positum, posse evidentissime notari appulsum limbi utriusque ejus circelli ad lineam in vitro designatam, immo etiam ad filum tenue tensum supra laminam mobilem, & affixum binis laminis fixis hinc, & inde. Quanquam, ubi de rectificatione agitur, multo melius sit vitra adhibere, quam fila, quæ ne secum transferat lamina mobilis, debent ab ea tantillum distare, cum aliquo parallaxeos periculo; dum e contrario superficies vitri adhærere potest admodum tuto laminæ ipsi mobili, sine ullo erroris periculo. Foramen rotundum transversis lineis utilius, vitra filis utiliora in rectificatione.

60. Cavendum demum illud, ut semper appulsus determinentur motu laminæ facto in eandem plagam. Si enim tantillo ampliores sint spiræ cavæ, quam convexæ, appulsus motu in unam plagam facto habebitur in numero diverso ab eo, in quo is habebitur motu facto in plagam oppositam. Nos semper retrahebamus laminam mobilem, tum promovebamus versus E', & in hoc motu appulsum definiebamus. Motus laminæ mobilis semper in eandem plagam pro appulsibus.

 61. Defi-

Comparatio partium singularum laminæ mobilis.

61. Definito statu cochleæ, ejus ope admodum facile, & admodum tuto inquiritur in divisiones ipsius laminæ mobilis hoc pacto. Primo quidem micrometro ad initium divisionis adducto constituatur vitri linea tenuis quæpiam, ut congruat ad sensum cum divisione, quæ sit in fine primi intervalli, quod intervallum conferendum est cum reliquis posterioribus, & convertatur cochlea, donec ad eandem lineam appellat divisio, quæ exhibet initium ejusdem intervalli. Constabit eo pacto, quot conversiones integras, & conversionis particulas id intervallum contineat. Tum retracta lamina mobili per cochleam in priorem statum, promoveatur vitrum ita, ut eadem illa linea congruat cum fine secundi intervalli, & promota lamina mobili, ut prius, donec ad eam lineam appellat intervalli ipsius finis, habebitur valor secundi intervalli in partibus cochleæ; ac eodem pacto sequentium intervallorum habebuntur valores in partibus ipsis, & siqua est eorum inæqualitas, depræhendetur, ac e valorum summa totius pedis is valor habebitur in micrometri particulis.

Comparatio plurium simul ad accuratiorem correctionem per longiorem cochleam.

62. Eodem pacto, quo singula intervalla comparata sunt inter se, possunt terna simul, vel etiam quaterna comparari inter se ope nostræ cochleæ, quæ ad $\frac{2}{3}$ pollicis potest excurrere. Quod si ea longior sit, ut lamina mobilis possit procurrere per dimidium pedem, poterunt etiam comparari ejus ope prius bini semipedes, tum quaterni quadrantes pedis ternorum pollicum, tum pollices singuli, tum semipollices, tum demum semipollicum trientes, & ex adeo multiplici collatione, correctis errorculis singularum observationum multo accuratius, satis certo cognosci status intervallorum ipsius laminæ mobilis, & singularum ejus partium valor in particulis micrometri, ut inferius patebit.

Eadem per binas in eodem vitro lineas.

63. Sed quoniam ea longitudo cochleæ impediret in fig. 5 binos illos alios nexus M, M' laminæ mobilis cum fixis, & cum regula ferrea, & brevioris cochleæ difficilior

lior est flexus; idcirco libuit cochleam ipsam breviorem adhibere, quæ nimirum per $\frac{2}{7}$ pedis ad summum excurrat. Nec id illam collationem partium majorum pedis impedit, quæ hac alia ratione admodum facile præstari potest. Ducatur in longiore vitro recta pluribus parallelis traversa, quarum secunda distet a prima per dimidium digitum ad sensum, tum tertia a prima per digitum, quarta a prima per 3 digitos, quinta per 6. Applicato ejusmodi vitro ita, ut prima parallela congruat ad sensum cum initio primi semidigiti, adeoque secunda cum fine, notetur diligenter appulsus initii ejus semidigiti ad primam parallelam, tum finis ad secundam. Si in eodem numero habeatur uterque appulsus; distantia binarum parallelarum æquabitur accurate ei semidigito, sin minus, innotescet discrimen, quod erit paucarum particularum micrometri. Restituto micrometro in eundem statum, promoveatur idem vitrum ita, ut jam congruat ad sensum cum secundo semidigito idem illud intervallum inter easdem illas parallelas: observetur eodem pacto ejus discrimen a secundo semidigito, atque ita porro. Constabit sane, quantum omnes semidigiti inter se differant, & apparebit, an differentia, eruta ex trientum binas continentium lineas comparatione inter se, congruat cum differentia eo pacto immediate definita. Eodem autem pacto ope intervalli inter primam, & tertiam parallelam conferentur inter se pollices, tum ope intervalli inter primam, & quartam terni pollices, ac demum ope intervalli inter primam, & quintam seni pollices, vel dimidii pedes. F. 5.

64. Et quidem, quod maxime commodum accidit, hæc comparatio non pendet a statu cochleæ, & eo etiam non explorato adhiberi potest cum eodem fructu. Nam ubi singula binarum linearum intervalla explorantur methodo hic tradita, per unicam vitri rectam; adhibentur quidem quinque conversiones integræ ipsius cochleæ, sed adhibentur semper eædem, & discrimen pendet ab illo excel-

Ea tuta etiam ignoto cochleæ statu.

excessu unius intervalli supra alium, qui perquam exiguus est, ac error, qui in aliquo spirarum numero fortasse sensibilis est, in exiguo numero particularum effugit omnem sensum. Deinde in reliquis omnibus comparationibus per binas vitri rectas parallelas adhibetur perquam exiguus particularum numerus, qui nimirum indicet differentiam intervalli rectarum earundem a parte pedis explorata, in quo itidem nullus sensibilis error timeri potest. Et quidem hac ipsa methodo singuli etiam pollicum sextantes inter se conferri possunt, quod laborem contrahit, cum cochlea non debeat quinquies circumagi, & quinque aliis conversionibus in priorem statum restitui.

Usus rectæ transversæ summus.

65. In omnibus hisce comparationibus illa transversa recta, quæ parallelas omnes secat, maximum habet usum, si congruat semper cum media laminæ mobilis linea; quia determinat intervallum inter parallelas, quod debet esse idem collationis terminus; non esset autem, si rectæ illæ non essent accurate parallelæ, & in diversis sui partibus adhiberentur, vel si jam oblique magis adhiberentur, jam minus.

Nova forma circini habentis vitrum alterum fixum, alterum mobile.

66. Maximum itidem usum haberet hic circinus ille, quem supra innui, qui alterum haberet vitrum fixum, alterum mobile, quorum utrumque suam haberet tenuem lineam margini proximam, ut adeo altera ad alteram accedere posset quamproxime; nam lineæ tenues, & politæ, ac parallelæ ad datam distantiam non ita facile ducuntur in vitro, & mihi quidem, antequam ei ductui assuescerem, plurimorum vitrorum superficies deformandæ fuerunt, nec vero etiam nunc satis tuto ducuntur, ac plures, confracta interea cuspide silicis, mota regula, manu in transversum acta, crassiores obveniunt, asperioresque, inflexæ, & contortæ, vel sinuatæ.

Circini forma similis limbo sectoris.

67. Is circinus deberet habere binas laminas e metallo, ut in fig. 4 $GG'I'I$, $OO'C'C$, satis a se invicem distantes; & ad capita GC, $G'C'$ inter se connexas. Inter eas deberet

inter-

interjacere lamina mobilis amplior, sed per totam fere longitudinem perforata ampliore crena, capitibus tantummodo cohærentibus, & in utroque ejus margine secundum longitudinem deberent haberi plura foramina cavas cochleas continentia, ad exiguas a se invicem distantias. In fine ut in $O'I'$ deberet haberi vitrum firmissime adhærens laminis fixis, in cujus superficie exteriore versus marginem interiorem respicientem GC esset recta linea perpendicularis alteri per medium vitrum traductæ in eadem superficie in directione laminarum ipsarum. Deberet autem intra lamellam ipsum amplectentem ad tres tantum margines, ut o, i, & OI, nec excurrentem in longum ultra latitudinem laminæ mobilis, includi vitrum alterum, quod prope marginem quartum respicientem OI haberet rectam lineam tenuem perpendicularem rectæ parallelæ GG: in ipsa autem lamella id vitrum amplectente in i, & o, deberent haberi foraminula, per quæ traduci posset cochlea, quæ id vitrum adnecteret laminæ mobili in ea proxime distantia ab $o'i'$, qua opus est ad comparationem intervallorum quæsitam. Id quidem facile præstari posset ope foraminum illorum frequentium in laminis fixis; magis autem accurata distantia binarum rectarum designatarum in binis superficiebus exterioribus binorum vitrorum obtineretur ope cochleæ E, quæ laminam mobilem promoveret.

68. Posset autem etiam sine tot foraminibus laminarum fixarum ita inseri caput i lamellæ deferentis secundum vitrum inflexæ introrsum in crenam excavatam secundum longitudinem laminæ mobilis, & caput o in crenam ex altera parte excavatam, ut vi tantum adhibita posset id vitrum excurrere per laminam mobilem ac accedere ad aliud vitrum sine ullo spontanei motus periculo: posset & aliter ope cochlearum adstringi, ubi liberet: sed hæc innuisse sit satis. Facilior excursus vitri mobilis

69. Posset huic circino & micrometrum addi, sive in E circulus, ut ille figuræ 7 cum indice. Sed tum quidem Micrometrum circino adjectum

Tab. 2. F. 7 5

dem cursor *P* figuræ 5, & cochlea *EF* collocari deberent in majore distantia ab anteriore superficie, ne circuli *GC* peripheria excurreret supra superficiem anteriorem ultra vitrorum facies, & eorum applicationem impediret ad planam quamvis superficiem. Ut etiam cum lamina mobilis per totam suam longitudinem & perforata esse debeat, & libera, non per unicam lamellam *M*, vel *M'* in medio sitam adstringi deberet, sed per binas hinc, & inde a medio connectentes binos margines oblongos laminæ ipsius mobilis cum laminis fixis.

Ejus usus ad comparandas divisiones laminæ mobilis.

70. Ope hujus circini possent vitrorum lineæ adduci ad distantiam semipollicis, & comparari inter se semipollices; tum ad distantiam pollicum, & comparari pollices, deinde ad reliquas distantias, & reliqua intervalla referri. Nec vero necessarium esset ad nostros usus micrometrum in ipso circino, cum habeamus micrometrum in limbo sectoris. Adhuc tamen micrometrum ipsum ad ad plures alios usus esset utilissimum.

Præstat circino recenti instructo binis microscopiis.

71. Inventus est recens circinus, qui constat virga longiore, & ad caput alterum habet microscopium fixum, ad alterum vero caput microscopium alterum mobile, quod illi fixo potest admoveri, quantum libet, & ea bina microscopia habent sua micrometra. Eo instrumento ad rectificandas quadrantis divisiones utitur P. Pezenas e *Soc.* Nostra celeberrimus Massiliæ Regius Hydrographiæ Professor, & Astronomus, ut ex ejus litteris cognovi; in quo tamen illud est maxime incommodum, quod valor partium micrometri mutatur plurimum, si vel tantillo jam magis, jam minus distet limbus a micrometro ipso. Meus hic circinus, qui sponte fluit e mei limbi constitutione, quam perficiendam curavi multo ante, quam de eo circino quidquam exaudissem, habet omne commodum microscopii augentis distantias, & motum in immensum, sine ullo ejusmodi parallaxeos incommodo, cum linea in vitri superficie designata contingat ipsum limbum, in quo sint divisiones ad examen revocandæ.

Pate-

Patebit autem in secundo capite, quo pacto per bina vitra connexa cum ipsa quadrantis regula, in ipsius quadrantis divisiones inquisierim, methodo ubique iisdem prorsus principiis innixa.

72. Porro ut ad examen redeamus nostri limbi, ubi jam constiterit, de accurata conditione cochleæ, & tam de integrarum conversionum micrometri, quam partium quarumcumque statu, facilius aliquanto per unicam unici vitri lineam comparantur inter se quivis semipollicum trientes efficiendo per 15 conversiones cochleæ, ut transeant omnes 4 divisiones ad singulos ex iis pertinentes, & notando singularum appulsum, qua methodo usi sumus, ubi constitit nostram cochleam satis accuratam esse, & conversiones integras ad sensum omnino æquales.

Determinatio trientum semipollicum in partibus micrometri.

73. Explorato statu lineæ per mediam traductæ laminam mobilem, videndum, quot micrometri partibus respondeat sectoris radius, sive distantia centri a linea ipsa media laminæ mobilis ejusdem. Id in fig. 4. fit comparando distantiam puncti d a media linea laminæ mobilis cum uno pede, sive pollicibus 12 insculptis eidem mediæ lineæ, tum dd', tum $d'D$ cum eadem. Deinde intervallum DD', & $D'C$ cum distantia puncti D ab eadem media linea. Hæc comparatio fieret admodum facile ope circini vitris instructi, quem descripsi superius a num. 67. Nam applicando ad alterum caput intervalli comparandi lineam vitri immobilis, & ad alterum lineam vitri mobilis adducendo ope cochleæ, si in ipso circino adesset index, & circellus, qui micrometri vices expleret, admodum accurate ope microscopii videri posset, in quo micrometri numero haberetur accurata congruentia.

Determinatio longitudinis sectoris, quæ haberi possit ope novi circini instructi micrometro.

74. Quod si in ejusmodi circino non adesset micrometrum, adhuc comparatio ejus ope admodum facile institui posset, adhibendo lamellam mobilem EE'. Ubi enim intervallum non majus ipsa lamina, ut dd', comparandum esset cum pede insculpto in lamina mobili, collocatis

Eadem ope ejusdem carentis micrometro per micrometrũ laminæ mobilis.

 binis

binis vitris ita, ut accurate eorum lineæ congruerent cum *d*, & *d'*, applicari posset ad laminam mobilem ipse circinus ita, ut ad sensum congruerent lineæ ipsæ vitrorum binis extremis ejus pedis, tum ope cochleæ *F* promota lamina mobili donec alterum pedis extremum congrueret cum linea vitri alterius, & notato indicis statu, ac deinde ita promota eadem, ut alterum pedis caput congrueret cum alterius vitri linea, si numerus ab indice notatus idem esset, haberetur æqualitas intervalli illius cum pede, secus vero innotesceret accurate discrimen.

Eadem in intervallis longioribus regulà mobili.

75. Si vero conferenda essent inter se bina intervalla ampliora, ut ea, quæ ternos continent pedes; adhuc res hoc pacto confici posset. In directione *EE'* in eodem ad sensum plano in distantia majore, quam pedum duorum notari posset tenue punctum, seu acu rotunda foraminulum excavari in lamella metallica, vel etiam in ligno, vel charta. Tum priore e binis intervallis comparandis capto ope circini armati vitris, applicari posset alterius vitri linea foraminulo illi, alterum vero vitrum limbo sectoris, & promoveri lamina mobilis, donec aliquod ejus punctum congrueret cum linea vitri alterius, ac notari status indicis. Deinde eadem ratione capto ope ejusdem circini altero intervallo, & prioris vitri linea collocata supra illud idem foraminulum, ac promota lamina mobili, donec idem illud ejus punctum congrueret accurate cum linea secundi vitri, & notato statu indicis, pateret illico, quot particulis promoveri debuisset eadem lamina pro altero intervallo magis, quam pro altero; unde statim innotesceret eorum intervallorum discrimen.

Quo pacto ea determinatio sit facta: primum ejus circini supplementum.

76. Hanc ipsam perquisitionem paullo aliter instituimus sine ejusmodi circino, sed admodum diligenter. Nimirum illa etiam intervalla *DD'*, *D'C* divisimus singula in partes tres tabellis interpositis, & notatis ad æquales ad sensum distantias punctis, ut adeo haberentur jam 9 intervalla in ipso radio singula ad sensum unius pedis. Ea ab uno pede

laminæ

laminæ mobilis discrepabant nonnihil. Hoc discrimen duplici via investigavimus, cum illo circino vitris instructo careremus. Primo quidem ut ejus circini usum supplerem, paravi binas lamellas aurichalchicas longiores, quas binis brevioribus tranversis ita connectendas curaveram, ut tamen a se invicem satis distarent. His affigebam ope ceræ tenacis bina vitra cum illis lineis, & quod ope cochleæ multo certius, & facilius fieri potuisset, vi ceræ illata præstabam, ut alterum vitrum alteri admoveretur, & linearum in vitris descriptarum intervalla cum intervallo conferendo congruerent, quo istrumento in limbum sectoris translato, conferebatur quovis ex illis pedibus cum pede laminæ mobilis, ut supra.

77. Deinde hac etiam alia ratione idem præstabatur: Circino fideli binis instructo tenuissimis cuspidibus assumebatur intervallum illud, ex: gr: *dd'*, & transferebatur in laminam mobilem ita, ut cuspis altera accurate caderet in initium pedis, altera lineolam tenuissimam designaret prope finem ejusdem pedis. Tum vero quot particulis hæc lineola distaret a fine pedis facile definiebatur affigendo laminis limbi fixis vitrum transversum cum lineola tenui, & laminam mobilem promovendo, ut appelleret ad eam lineam & finis pedis, & lineola circini cuspide notata prope ipsam, quo pacto distantia illa in partibus micrometri accuratissime definiebatur. Supplementum alterum circini ipsius.

78. Atque jam vel hinc satis patet, quantæ utilitatis illa sit lamina mobilis ad hunc etiam usum intervalla quæcumque accuratissime inter se comparandi, & determinandæ vel minimæ eorum differentiæ in particulis per quam exiguis magnitudinis notæ. Sive enim intervallorum differentia notetur in ipsa lamina, iis intervallis in eam translatis ab aliquo puncto intra eam assumpto, ubi minora sunt, quam ea, extra eam vero, ubi majora, & tum promovendo laminam mobilem, ut utriusque intervalli extremum transeat sub eadem recta incisa in eodem vitro interea immoto, obtinetur differentia. Sive intervallo- Summa utilitas laminæ mobilis, & sui micrometri.

vallorum differentia habetur in vitro eodem ſimul per binas rectas in eo inciſas, vel ſucceſſive per binas diſtantias unicæ ejus rectæ, a recta in altero vitro inciſa, cui prius illud admoveatur jam magis, jam minus; & tum promovendo laminam mobilem, ut eadem aliqua ejus linea tranſeat ſub utraque linea ejuſdem vitri, vel ſub utraque poſitione ejuſdem lineæ ejuſdem vitri, idem obtinetur accuratiſſime, ut patet.

Idem ſupplementum utile itidem in alia rectificationis methodo: vitrum filis multo aptius.

79. Porro & in alia methodo rectificandi diviſiones ſectoris in obſervatione adhibitas comparando earum intervallum cum parte aliquota radii, ad quam mox faciemus gradum, idem prorſus accidit, ut nimirum res admodum facile obtineri poſſit per circinum vitris munitum, quem propoſui, ejus autem vices ſupplere poſſint vel vitra binis laminis conjunctis agglutinata ope ceræ, vel circinus fidelis habens binas cuſpides acutas virgæ oblongæ perpendiculares, quarum altera alteri admoveri poſſit, & adſtringi, cuiuſmodi ſupplementum utrumque nos quidem adhibuimus. In omnibus autem hiſce methodis, potiſſimum, ubi præſcribitur, ut lamina mobilis tranſeat ſub vitro lineam habente tenuem, adhiberi quidem poſſet & capillus tenuis, vel filum ſericum, vel argenteum tranſverſim ductum ſupra laminam mobilem, & affixum cera laminis fixis hinc, & inde, quam ipſam methodum initio adhibui, & ſæpe cum ſucceſſu. Sed in eo id incommodi inveni, quod ſi filum ſit ſatis proximum laminæ mobili, admodum facile a pulviſculo in eam illapſo poſſit in tranſverſum agi nonnihil; ſi autem remotius ſit, admodum difficulter oculo immoto, vel eidem prorſus poſitioni reſtituto evitetur effectus parallaxeos. Vitrum autem ſi ſatis firmiter laminis fixis adhæreat, immotum manet, cum lineola ſibi inſculpta, dum lamina mobilis ipſum contingens ſub eodem ſublabitur, ſine ullo palallaxeos periculo.

Lens adhibita, & aliquando microſcopium.

80. Sed nec illud ommittendum, in hiſce obſervationibus, ut & in ſequentibus, ope vitreæ lentis admodum acutæ,

acutæ, & objecta plurimum augentis inspectas semper fuisse hasce lineas, & divisiones, aut puncta, quæ quidem lens filis, & lamellis elasticis ita alligata erat, ut applicari posset ad limbum, & per sese maneret in ea distantia a loco observando, quæ ad distinctionem maxime necessaria censebatur. Aliquando autem & microscopio sum usus.

81 Porro in hoc examine inventum est senos pollices a medio ad levam aspicientis sectorem, sive versus micrometrum, habere particulas micrometri 32716, quarum una conversio habebat 180, ad dexteram vero 32734, adeoque illum pedem 65450. Singuli autem e 9 pedibus radii sectoris superabant hunc ita, ut differentia omnium media esset particularum 35, adeoque continebant particulas 65485, & radius integer particulas 589365.

Examinis exitus: longitudo radii in partibus micrometri.

82. Inde autem facile deducitur, singula minuta requirere particulas 171. 446 quamproxime. Nam tangens unius minuti ad radium 10000000 est 2909, & est 10000000 ad 2909, ut 589365 ad 171. 446, quod quidem vix mutatur in tota sectoris nostri amplitudine, in quo nimirum dimidius pes hinc, & inde a medio ad radium pedum 9 subtendit angulum paullo majorem gradibus tribus, & incrementum tangentis pro uno minuto adjecto est adhuc in fine arcus unius gradus 2909, in fine arcus duorum graduum 2913, in fine trium 2917. Quare error trium fere particularum requiritur in tangente ortus, vel ubi observatur stella, vel ubi in divisiones sectoris inquiritur, ad committendum errorem unius minuti secundi.

Errorem trium particularum in tangente requiri ad errorem unius secundi in angulo.

83. At in radii totius longitudine requiritur error multo major. Facile enim demonstratur, ut in angulo committatur datus exiguus error, debere esse errorem radii ad radium, ut est error tangentis ad tangentem. Quare si fiat, ut tangens graduum trium 524078 ad errorem pro uno minuto 2917 (quæ sumuntur ad communem radium 10000000 ex tabulis), ita noster radius 589365 ad quartum prodeunt pro uno minuto particulæ 3284, adeoque pro

In radii longitudine requiri errorem multo majorem.

pro uno ſecundo particulæ 55. Imminuto autem angulo, cum error tangentis perſeveret ad ſenſum idem, tangens autem minuatur fere in eadem ratione anguli, augetur error requiſitus in radio fere in eadem ratione anguli reciproca, ut idcirco ad hoc, ut committatur error unius ſecundi in angulo gradus unius, requiratur in determinatione totius radii error particularum 165, qui tantus eſt, ut nullo ſane pacto timeri poſſit.

Qui error ex errorum ſumma provenire poſſit: quo pacto minuendus.

84. Ubi inveſtigatur valor ſingularum partium noſtræ diviſionis, quarum habentur 36 hinc, & 36 inde, ſi in ſingulis partibus committatur error unius particulæ micrometri, in ſumma committi poſſet error partium 36, qui quidem errorem 12 ſecundorum ſecum ferret, quod quidem accideret, ſi omnes errores ſimul conſpirarent. Sed is caſus nunquam ſane accidit, cum errores hinc, & inde fortuito evagari ſoleant, & ſe mutuo vel penitus, vel magna ex parte corrigere. Verum præter hanc ipſam correctionem, quæ habetur ſemper, error idem minuitur quamplurimum, ſi methodo expoſita conferantur inter ſe bini ſemipedes, tum in eorum ſingulis bina intervalla ternorum pollicum, in horum ſingulis terna ſingulorum pollicum, in horum autem ſingulis bina ſingulorum ſemipollicum, tum in horum ſingulis terna binarum linearum. Demonſtrari enim facile poteſt, rite facta correctione per hujuſmodi comparationem, nuſquam committi poſſe errorem majorem quintuplo ejus, qui in ſingulis intervallis ſupponitur commiſſus, licet omnes errores conſpirent, qui error ipſe maximus poſſibilis imminuto angulo, minuitur in ejus ratione ita, ut poſito in ſingulis intervallis, quæ comparantur, errore unius particulæ, non poſſit in angulo unius gradus committi error, niſi dimidii ſecundi, erroribus etiam conſpirantibus, quod ad rem præſentem plurimum conducit.

Demonſtratio methodi traditi.

85. Nam ſi in toto pede aſſumatur quivis numerus particularum ad libitum, ut is, qui e ſingulis intervallis obſervatis utcumque provenit, tum is dividatur in binos

ſemi-

semipedes in ea ratione, quam exhibet eorum comparatio, & idem præstetur in sequentibus subdivisionibus, error in singulis committi poterit æqualis ei, qui in altero semipede deprehenditur, sive subdivisio fiat in partes duas, sive in partes tres, dummodo in hoc secundo casu non assumatur valor duarum partium immediate, sed valor tertiæ, in quo admittitur unicus error, dematur ex valore intervalli subdividendi. Ac generaliter demonstrari potest, si divisio fiat in partes 4, vel 5, quæ inter se comparentur, errorem evitari posse majorem duplo errore singularum partium, si in 6 vel 7 triplo, & ita porro.

86. Et quidem hoc pacto, ubi divisiones satis sint nitidæ, potissimum si rotundis, politisque foraminulis constent, repetita pluribus vicibus observatione, & microscopio adhibito, omnino mihi persuasum est, errores evitari posse omnes ita, ut ubique certi simus infra unum minutum secundum errorem maximum possibilem cohiberi. Adhuc tamen est & alia methodus multo adhuc tutior, & quæ eodem fere recidit cum methodo adhibita a Bouguerio, & Condaminio, qua vel divisiones omnes sectoris, vel eæ tantummodo, quæ in observatione adhibitæ sunt, ad examen revocentur, & corrigantur accuratissime. Hanc methodum, cujus mentionem fecit Mairius in opusculo secundo, hic paullo diligentius exponam, ac fusius.

Quousque promoveri possit correctio. Methodus rectificationis alia.

87. Ii quidem notata utcumque proximè distantia a zenith Fixæ, quæ observanda erat, notabant, quæ pars aliquota radii assumpta pro circuli chorda subtenderet arcum proximum ei, qui duplam ejusmodi distantiam metiretur. Eam partem tot vicibus tranferebant a sectoris centro ad limbum minore fideli circino, tum majore circino ad intervallum radii sic definiti aperto, & altero ejus crure applicato ad ipsum sectoris centrum ducebant in limbo arcum circuli, & in eo abscindebant arcum respondentem illi ipsi parti aliquotæ ita, ut axis telesco-

Methodus divisionis limbi per partes aliquotas.

lescopii ad sensum esset in medio ejus arcus, notabantque bina puncta eum arcum terminantia, & ante observationem ita instrumentum aptabant, ut filum penduli per alterum punctum transiret quadrantis limbo occidenti obverso, per alterum vero eodem obverso orienti, ac ope micrometri investigabant differentiam duplæ distantiæ a Zenith ab ejus arcus amplitudine.

Cur ea non sit hic adhibita. Eadem ad rectificationem tra ducta.

88. Idem & in casu nostro fieri poterat, ducendo non arcum, sed rectam tangentem, & assumendo in ea partem aliquotam. Verum eo pacto sectoris limbus semel præparatus pro unica stella in unico loco observanda usui esse potest, & pro aliis delendi sunt circuli, vel tangentes, & puncta, & novi pro singulis observationibus parandi. Libuit autem potius sectorem nostrum omnibus aptare stellis, quæ non multum a zenith recederent, ut eæ, quæ pro varia anni tempestate aptiores essent, ne nimirum a nimia Solis vicinia obruerentur, seligi possent, ac ut, ubi ad præsentem usum esset adhibitus, & semel rectificatus, posset etiam imposterum, ubicumque, & quandocumque adhiberi. Id autem eo potiore jure præstare licuit, quod in ipsa divisionum rectificatione methodus omnino similis tuto admodum, & multo facilius poterat adhiberi, quam & adhibuimus; multo autem adhuc & accuratius, & facilius adhibuissemus, si adfuisset circinus ille vitris armatus altero fixo, altero mobili, & micrometro, quem quidem circinum descripsi superius, cujus tamen usum supplevimus.

Exemplum ejus methodi.

89. Quærendum sit ex. gr., quem angulum in nostro sectore subtendat intervallum laminæ mobilis, quod ad levam intercipiat 17 e nostris illis 72 partibus, & ad dexteram 13, cum quarum altera contulimus Arimini positionem μ Ursæ limbo Occidenti obverso, cum altera vero limbo obverso Orienti, & distantiam penduli ab iis divisionibus determinavimus ope nostri micrometri, promotâ, quantum opus esset, nostrâ laminâ mobili ita, ut filum cum ea divisione accurate congrueret, ut inferius iterum expo-

exponam. Earum partium simul habetur in toto intervallo numerus 30. Cum autem earundem contineat pes partes 72, & pedes 9, sive radius partes 648, dividatur numerus 648 per 30, obveniunt proxime 21. Quamobrem conferendum erat id intervallum cum una e partibus 31 æqualibus radii.

Intervalli adhibiti comparatio cum intervallo inter binas ejusdem vitri rectas.

90. Quoniam diviso 648 per 21 obveniunt 30. $\frac{6}{7}$, assumptum est hoc intervallum proxime in ipsa lamina mobili, & ad eam distantiam in longiore polita vitrea lamina ductæ binæ lineæ parallelæ, & certa earum loca notata sunt transversis lineolis. Tum sector horizontaliter constitutus super binis fulcris ita, ut ejus quadrantes fere utrinque ultra fulcra procurrerent; nec vero ob tubum ferreum & ampliorem, & ita arcte adnexum regulæ ferreæ, ullum erat flexionis periculum; & ea ipsa superficie ejus laminæ vitreæ, in qua lineæ designatæ fuerant, applicata limbo ita, ut altera linea ad sensum congrueret cum termino partis decimæ septimæ ad levam sitæ, adeoque altera non longe distaret a parte decima tertia ad dexteram sita, motu cochleæ facile determinabatur metodo supra exposita, quot micrometri particulis differret intervallum linearum in vitro designatarum ab intervallo illarum 30 partium laminæ mobilis.

Comparatio intervalli inter vitri lineas cum parte radii assumpta pro aliquota.
Tab. 2. F. 3.

91. Paratæ autem erant etiam tabellæ quædam ligneæ tantundem crassæ, quantum laminæ aurichalchicæ limbi supra regulam ferream elevantur, ac levi, & nitida papyro agglutinata obductæ. Tum prima tabella *D* cerâ molli adnectebatur regulæ ferreæ in ea distantia ad sensum a centro sectoris *S*, quam exposcebat illa pars assumpta pro una e 21 æqualibus. Inde vero applicato vitro ita, ut altera e lineis parallelis transiret accurate per centrum sectoris *S* teste lente satis convexa, ita promovebatur tabella *D* versus *S* sub ipsa vitrea lamina, ut ejus foraminulum notatum accurate responderet & mediæ crassitudini regulæ, & alteri lineæ in vitro designatæ. Cera mollis permittebat hunc motum vi adhibita, qua cessante, posi-

 tio

tio semel accepta prorsus accurate servabatur. Eodem pacto collocabatur secunda tabella sub tertia, & ita porro, donec superesset unicum intervallum postremum a puncto E' ad mediam lineam ED'.

Comparatio partis postremæ, & inde veræ aliquotæ determinatio.

92. Id autem postremum intervallum non poterat cum reliquis conferri ope ejusdem laminæ vitreæ; conferebatur autem facile ope circini fidelis cuspidibus tenuissimis armati, quem habebamus. Translato enim & eo postremo intervallo, & uno ex æqualibus DD ex eodem quopiam puncto lamellæ mobilis in ipsam laminam mobilem, ac binis lineolis eo centro descriptis, facile erat promota eadem lamina mobili utiusque lineolæ, sub eadem transeuntis immota vitri applicati linea intervallum cognoscere, quo intervallo per omnes distributo partes 21, cognoscebatur, quot micrometri particulis una ex iis partibus differret ab illo intervallo partium illarum 30 laminæ mobilis, cum quibus Fixæ positio inter observandum collata fuerat. Patebat igitur quantum is numerus differret a partibus 30 earum, quarum radius sectoris continet 648, & quæ proinde correctio divisioni laminæ adhibenda esset; vel si liberet immediatius, patebat facile, quem angulum subtenderet ad centrum sectoris id intervallum, cum pateat, quem angulum requirat tangens, quæ ad radium est, ut 1 ad 42, cujus duplum subtenditur a parte vigesima prima, a qua deinde quantum differat intervallum illarum 30 partium laminæ mobilis, constat ex noto particularum numero, quibus id intervallum differt ab ea parte aliquota.

Ex ultima parte inæquali cæteris nullus error.

93. Patet itidem nullum fuisse opus accurate assumendi partem ipsam aliquotam, cum postremi intervalli haud æqualis reliquis differentia dividenda sit in partes 21, adeoque erroris admissi vigesima prima pars habeatur tantummodo, quæ penitus insensibilis esse debet, cum trium particularum error uni secundo æquivaleat, ac diligentia adhibita duarum etiam particularum error evitari possit, qui secum trahet trigesimam unius minuti secundi

di partem pro errore. At illud accidebat maxime incommodum, quod nimirum tabellæ aliæ post alias collocandæ erant, & ad locum sibi debitum deducendæ, quod & diuturnum tempus, & laborem sane molestum requirebat.

94. Ei quoque malo remedium hoc pacto allatum est. Circino fideli assumpta est pars proxime vigesima prima, & tabellæ dispositæ ad eam ad sensum distantiam a se invicem, quam ejusmodi intervallum requirebat, & filum tenue traductum a centro *S* ad medium laminæ mobilis *EE'*. Tum applicata circini cuspide altera in *S*, alterius ope excavatum est tenuissimum foraminulum in prima tabella in *D* sub ipso filo; deinde, prima cuspide immissa in idem foraminulum, excavatum est foraminulum ejusmodi in secunda tabella, & ita porro usque ad postremam tabellam. Iis præstitis, prius una e partibus æqualibus comparata est cum intervallo illarum 30 partium laminæ mobilis, ac postrema pars inæqualis cum ea; atque id ipsum duplici methodo. Alia methodus minus molesta per circinū habentem cuspides.

95. Primo quidem ipsius circini cuspis altera infixa est alteri extremo ejus intervalli, & altera cuspide notata tenuissima lineola in lamina mobili, ac distantia hujus lineolæ ab extremo altero intervalli ejusdem capta more solito, promovendo laminam mobilem: ultima vero pars inæqualis diligenter capta eodem circino, & translata itidem in lamellam mobilem ex eodem loco, ac inventa distantia binarum lineolarum notatarum, ut prius. Deinde pro unico vitro adhibita sunt bina agglutinata ope ceræ longiori perforatæ aurichalchicæ laminæ, de qua mentio superius injecta est, & quæ circini muniti vitro mobili, & micrometro vices supplet utcumque. Tum ejusmodi instrumento binis proximis tabellis applicato, lamina altera, vi adhibitâ, ad alteram adducebatur, donec distantia binarum linearum iis insculptarum accurate æquaretur uni e partibus æqualibus, ac translato in laminam mobilem instrumento conferebatur cum intervallo Comparatio ultimæ partis eodem circino: tota hæc investigatio ope duplicis vitri.

explorando distantia ipsa, & notabatur, quot particulis ab eo differret, ac eodem instrumento capiebatur postrema illa inæqualis pars, & conferebatur cum eodem intervallo; quo quidem pacto obtinebatur eadem comparatio, quæ prius ope circini, sed sine ulla lineola ducta in lamina mobili, quæ deinde delenda esset.

Hujus methodi comparatio cum parte aliquota insculpta in limbo.

96. Supervacaneum autem hìc est omnino monere illud, ope circini superius propositi, qui vitro constaret mobili, & suo micrometro, multo facilius comparationes hasce omnes fieri posse; ut & illud in omnibus hisce tentaminibus lentem a nobis adhibitam esse admodum acutam, quæ objecti augeret imaginem. Illud omittendum non est, hìc quidem duas comparationes institui, positionis Fixæ cum intervallo illo 30 partium, & ejus intervalli cum parte aliquota, dum ipsa parte aliquota translata in laminam mobilem immediate confertur positio Fixæ cum parte ipsa aliquota. Sed id quidem periculum inducit erroris unius, aut ad summum alterius particulæ micrometri, qui error ipse microscopio adhibito evitari potest, & infra minutum secundum descendit. Compensatur autem tum ex eo, quod tam multis methodis liceat examen instituere, & quoties libeat repetere, tum ex eo, quod eadem ratione comparando numerum partium quemcumque a medio cum aliqua parte aliquota, vel numerum ejus duplum acceptum hinc, & inde a medio, possit haberi constans accuratissima divisionum omnium rectificatio, sine periculo erroris, qui trientem minuti secundi excedat, sectore ubique deinceps, & pro Fixis omnibus vertici proximis æque futuro usui.

Quid ubi pars aliquota nimis distaret ab intervallo necessario.

97. Eodem pacto & in aliis examen divisionum institutum est, verum aliquando, ubi pars aliquota satis distabat ab intervallo comparando, idem æquè accurate obtinere licuit assumpto dimidio. Ejus exemplum proferre licet in intervallo adhibito pro *α* Cymi. Ad ejus positionem adhibitæ sunt Romæ partes 30 ad levam, & *26* ad dexteram, summa est 56. Per hanc diviso numero partium

totius

totius radii = 648, proveniunt partes 11 $\frac{1}{2}$ quam proximè. Liceret igitur partem unam e 23 bis transferre in id intervallum hinc, & inde a medio, sed una observatio cum novo erroris periculo adderetur. Liceret adhibere partes 11, per quem numerum diviso illo 648, habetur ferè 59 quod ab intervallo comparando differt per partes 3, adeoque per conversiones 15 cochleæ, in quibus majorem aliquem errorem suspicari licet. Potest igitur ope trium vitrorum res ita perfici. Distet medium ab extremis ad sensum per unam e 23 partibus æqualibus, sive per 28. Distabunt extremæ partes per 56. Circino transferantur partes ejusmodi 11 in tabellas, & relinquetur proximè pars dimidia ejus. Aptentur extrema vitra, ut accurate congruant cum una e prioribus, tum vitrum medium aptetur ita, ut cum altero extremo congruat accurate dimidiæ illi parti reliquæ. Illa pars major comparetur cum illo intervallo adhibito in observanda Fixa illarum 56 partium, tum & distantia primi vitri a secundo comparetur cum aliquo laminæ mobilis intervallo, & distantia secundi a tertio comparetur cum eodem, ut innotescat, quot particulis eæ binæ partes a se invicem differant. Ejus differentiæ dimidium exhibebit, quot particulis differat postremum intervallum a dimidio unius ex illis 12. Quare hæc semidifferentia divisa per 23 exhibebit, quid addendum, vel demendum sit singulis reliquarum dimidiis ad habendam accuratam æqualitatem. Hinc innotescet, quantum debeat augeri, vel minui una ex 11 partibus æqualibus, ut accurate contineat $\frac{2}{23}$ radii, & proinde innotescet quantum differat ab hac ipsa mensura nempe a $\frac{2}{23}$ radii intervallum illud adhibitum partium 56.

98. Hæc omnia exemplis illustrare infinitum esset. Illud unum hìc monuisse sit satis, plurima nos & Arimini, & Romæ tentamina instituisse, donec usu ipso paulatim exercitatiores evasimus, & plurimarum observationum consensu evidentissime nobis constitit de nostri instrumenti statu; ut proinde mirum esse non debeat, si tan-

Summa cura adhibita in rectificatione; inde observationum consensus.

tantus inter ipsas Astronomicas observationes nostras consensus habeatur. Patet autem, quanto præsidio sit illa mobilis regula ad correctionem divisionum; sed paullo inferius patebit itidem, quanto usui eadem sit in observationibus ipsis instituendis. Eadem autem theoria & sequenti capite iterum obveniet in rectificatione quadrantis.

Collocatio filorum micrometri.

99. Expositis iis, quæ pertinent ad rectificationem divisionum, dicemus nunc de recta collocatione filorum micrometri. Ea in primis collocanda sunt ita, ut angulum contineant accurate rectum. Id pendet plurimum a diligentia Artificis, qui in fig. 13 ita debet & exilia parare foramina *MLNK*, & rite disposita, ut filum sericum, vel potius argenteum traductum contineat angulum rectum. Id quidem noster Artifex accuratissime præstitit, & facile ad examen revocari potest applicata ad orificium ejus tubuli papyro cum binis rectis ex multo majore distantia ductis ad angulos rectos, & ut fila videri possint, charta oleo affuso pellucida adhiberi potest, si oculus applicetur ex parte ipsa filorum. Ut autem semel acceptam positionem servent, id vero præstat *lamina* illa elastica, sine qua facile admodum laxari possent, & positionem suam mutare.

Eorumdem situs in foco lentis objectivæ: error in hoc sectoris genere facile evitandus.

100. Deinde ita collocandus est tubulus ille, qui *fila* habet, ut sit in ipso foco lentis objectivæ, ubi nimirum pingitur imago objecti. Radii quidem ab eodem objecti puncto devenientes non habent omnes unicum focum, ut supra innui, sed disponitur series quædam focorum, quæ occupat partem $\frac{1}{27}$ distantiæ foci propioris a lente objectiva, quod intervallum in casu nostro, in quo ea distantia est pedum 9, esset quatuor pollicum, & violaceorum quidem focus est omnium proximus ipsi lenti objectivæ, rubeorum remotissimus. De erroribus, qui inde oriri possunt satis multa Bouguerius. Ego notabo pauca quædam tantummodo. In primis id spatium contrahitur plusquam duplo, si consideremus radios vividiores, ut est flavus cum

cum aurei parte, & viridis. Deinde si vitrum accurate centratum sit, & oculus collocetur in recta transeunte per intersectionem filorum, & medium aperturæ lentis objectivæ, per quod transeat ejus axis verus, nullus error in nostro instrumento timeri potest, licet etiam fila non sint in ipso foco lentis objectivæ. In hoc enim nostro instrumento nullum habemus filorum motum, qui angulos metiatur, quod itidem hoc nostri instrumenti genus reddit multo præstantius, sed solum requiritur ille unicus, quem supra diximus telescopii axem, & appellatur etiam linea fiduciæ, qui rectam exhibeat ab intersectione filorum tendentem ad objectum. Potest autem, ut mox dicemus in instrumento, quod huic nostro simile sit, cognosci, & admodum accurate, punctum illud, per quod transit verus axis lentis objectivæ, & oculus collocari in recta, quæ transit per id punctum, & intersectionem filorum, cum post constitutum situm, & lentis objectivæ, & filorum, possit lens ocularis, & ultimum ejus foramen oculo applicandum collocari, ubicumque libeat, immotis illis.

Mairius, & Auctor æque myopes: parallaxis filorum numquá observata.

101. Præterea monendum mihi est & illud, Mairium, & me æque prorsus myopes esse, & æquali prorsus oculorum constitutione, ut idcirco focus lentis ocularis utrique idem fuerit semper; ac proinde illo nos incommodo caruisse, quo Condaminius, & Bouguerius laborarunt ob oppositum oculorum vitium, ut idcirco eodem die ambo alius post alium eandem stellam observare possemus. Porro si fila posita sint citra, vel ultra eum focum objectivæ lentis, a quo pendet maxima densitas radiorum in macula effecta in oculi fundo a diversa refrangibilitate radiorum, & figuræ sphæricæ vitio non omnes in unico puncto radios colligentis, habetur parallaxis objecti, & oculo moto, movetur imago ejusdem respectu filorum in primo casu in eandem plagam cum oculo, in secundo in plagam oppositam; ac illud est optimum filorum in sua sede collocatorum indicium, quod parallaxis ejusmodi

modi non habeatur. Jam vero nobis facile fuit ita collocare fila, ut nulla haberetur ejusmodi parallaxis, educendo tubulum *OIKN*, vel protrudendo introrsum, quod quidem majore vi adhibita fieri poterat motu continuato, & sine ullo subsultu ita, ut positione ejusmodi semel inventa, sine ingenti itidem vi eadem commutari deinceps non posset. Et quidem semel collocatis filis ejusmodi in sua sede, nunquam mihi contigit, ut illam aliam mutationem foci, & parallaxim viderem, quam Condaminius & Bouguerius observarunt pendentem a Cæli diversa temperie, adeo ut sine ulla parallaxi Fixam, quam sub ipso filo collocaveramus mediam, mutato per totam ocularis tubi aperturam oculo, eodem semper loco observaverimus.

Filorum directio ejusmodi, ut alterum plano sectoris perpendiculare sit.

102. Collocatis filis in debita distantia a lente objectiva danda erat iisdem directio debita, cum alterum deberet esse parallelum plano sectoris, sive plano transeunti per limbum, & centrum, alterum ipsi plano perpendiculare. Id quidem facile obtinuimus, collocato, ut fieri assolet, sectore in plano horizontali, teste libella, quæ aeris bullulam tubo liquore pleno innatantem habebat, tum acto in gyrum circa proprium axem tubulo *OIKN* in eodem situ, donec filum alterum acquireret positionem parallelam filo penduli ante ipsum libere demissi. Quoniam autem & axis tubi *QAOR* erat ad sensum parallelus regulæ ferreæ oblongæ sustinentis tubos omnes, facile inde consequitur, fuisse illud filum plano sectoris ad sensum perpendiculare. Inde autem & illud sponte fluit, fuisse filum alterum parallelum plano ipsi, & quidem mediæ lineæ laminæ mobilis. Atque hæc quidem pertinent ad fila.

Illuminatio filorum.

103. Illuminatio filorum fiebat facile ope lucernæ collocatæ post ipsum Observatorem, ne lumen in oculos incurreret, per illam aperturam *iQRh* figuræ 14, quod ne ipsi Observatori officeret, curatum fuerat, ut & tubus ex interna parte e regione ejus aperturæ circum-

qua-

quàque, quantum maxime fieri posset, nigresceret, & ipsa lucerna obduceretur ex anteriori potissimum parte impedimento quodam conicæ formæ, in quo fenestra exigua lumen nonnisi ad exiguum tractum circa aperturam illam *iQRb* emitteret. Sed & illud nobis commodum accidit, quod pleræque e nostris observationibus tam Romæ, quam Arimini institutæ sunt in ipsa diei, vel crepusculi luce, quod & illuminandorum filorum summovebat necessitatem, & imaginem Fixæ reddebat magis distinctam.

104. Ex iis, quæ ad sectoris ipsius constitutionem pertinent, superest, ut agamus de parallelismo axis telescopii cum plano instrumenti, de quo tam multa Bouguerius. Illud ego quidem omnino affirmare possum, ubi primum de hujusmodi expeditione, & instrumento ad eam necessario cogitare cœpi, antequam Bouguerii liber ad nos perlatus esset, quem advehendum curavit e Gallia aliquanto post ipse Eminentissimus Cardinalis Valentius, qui quidem quidquid præsidii ad operis nostri perfectionem comparare posset, curavit semper, statim me cogitasse & de hoc parallelismo, cujus omnes Astronomos in longioribus hisce instrumentis ad astrorum vertici proximorum observationes adhibitis curam habuisse arbitror, ut de minoribus etiam quadrantibus Condaminius videtur omnino evincere, & potissimum de plano sectoris collocando in directione lineæ meridianæ, quod si diligenter præstetur, nec multum sane de illo ipso parallelismo est laborandum, & admodum facile ex ipsis observationibus colligi posse, jam tum deprehendi, quanta sit deviatio a parallelismo, siqua est, ut siquis error inde timeri debeat, possit facile innotescere, & corrigi.

Cura parallelismi axis telescopii cum plano sectoris semper habita ab Astronomis.

105. Porro ubi telescopium post regulam ferream apponitur, aliquanto difficilior est prima objectivi vitri collocatio ejusmodi, qua axis accurate parallelus evadat plano sectoris. Idcirco ego quidem illud curavi, ut ex

Eccentricitas vitri objectivi cum capsa, qua includitur, parata hic in eum finem.

altera parte punctum illud vitri objectivi, per quod axis transire debet, posset ad planum sectoris accedere, vel ab eo recedere ita, ut ingenti motu facto is accessus esset perquam exiguus, & ex altera parte motu ipso facto firmissime immotum deinde perstaret vitrum ipsum. In eum usum omnem illam disposui eccentricitatem thecæ continentis vitrum objectivum in fig. 11, respectu capsæ ipsam thecam continentis, de qua superius egimus. Quoniam enim eccentricitas *ab* respectu semidiametri *aE* in fig. 11, & 12 est satis exigua, ingenti motu puncti *E* exiguus admodum fit motus puncti *b*, nec is omnino totus, ut *bb'*, vel *bt* ad accessum pertinet, vel recessum, sed ejus pars *bd*, vel *bz*.

Methodus investigandi punctum axis in lente objectiva.

106. Et quidem ope ejusmodi conversionis illud etiam inveniri potest, ubi sit potissimum in ea objectiva lente punctum illud, per quod transit ejus axis, quod accurate nosse plurimi interest potissimum, ut innotescat, an ejusmodi lens sit satis bene centrata, & ut possit id punctum collocari in centro aperturæ, ac centrum aperturæ tubi ocularis, & ipsius ocularis lentis axis in ea recta, quæ inde transit per interfectionem filorum. Id quidem pluribus aliis methodis inveniri potest. Si ex. gr. collocetur lens ejusmodi e regione puncti lucidi satis remoti, ut per noctem foraminis rotundi ante majorem flammam constituti prope ipsam, cujus imago excipiatur in charta tenui rotundo foramine perforata ita, ut imago ipsa ei foramini concentrica sit; ipsi autem lenti objectivæ applicetur proxima tabella, vel crassior charta perforata foramine satis amplo, ut satis magnam radiorum copiam transmittat lentis ejusdem, noteturque positio lentis ad ipsam tabellam, vel chartam ternis in ejus margine punctis notatis, quæ congruant cum totidem punctis tabellæ, vel chartæ, punctum illud axis jacebit in recta, quæ jungit foramen lucidum cum foramine, in quo ejus imago excipitur. Quare si summoveatur lens, & per aperturam relictam oculo collocato post foramen illud, quod imaginem antea exci-

excipiebat, aſpiciatur nudo oculo foramen lucidum, mota interea per tabulam illam, vel chartam, quæ lenti adjacebat, regula aliqua, donec foramen lucidum dimidium tegat, noteturque a ſocio eam regulam interea movente is regulæ ſitus in eadem tabula, vel charta; binis huiuſmodi poſitionibus regulæ notatis, & reddita lente objectiva loco ſuo, deſignari in ea poterunt bini ductus regulæ ſuo itidem loco reſtitutæ, in quorum interſectione erit omnino quæſitum punctum.

107. Idem etiam obtineri poteſt ope teleſcopii habentis in foco lentis objectivæ micrometrum filo mobili inſtructum. Si enim theca, quæ objectivum vitrum continet, & ſolet eſſe concentrica in communibus teleſcopiis vitro ipſi, circumagatur circa proprium axem ab altero ſocio, dum alter objectum remotum intuetur per interſectionem filorum; ubi lens obiectiva punctum axis habeat accurate in centro thecæ ipſius, ad idem ſemper objecti punctum filorum interſectio dirigetur; ubi id ab eo diſtet, ea interſectio evagabitur per objectum, & notatis obiecti punctis per quæ illa interſectio excurrit, facile deinde ope fili mobilis determinabitur & quantitas totius excurſus, & plaga reſpondens cuivis poſitioni thecæ, ac ejus ope & magnitudo excurſus puncti axis circa centrum thecæ invenietur, quæ erit æqualis excurſui interſectionis filorum per objectum, & plaga, quæ erit oppoſita plagæ, in quam fertur interſectio filorum reſpectu objecti, ac proinde punctum ipſum, cui reſpondet is axis.

Alia methodus ejuſdem rei ope micrometri cum filo mobili.

108. Verum quoniam in hoc meo iſtrumento non utor filo mobili in foco lentis ocularis, ut id ipſum ejus ope præſtari accurate poſſit, & ſimul, ſi libeat, obtineri accuratus parallelismus axis cum plano ſectoris, illam adhibui lentis objectivæ eccentricitatem, cujus ope, ſi in tribus thecæ poſitionibus innoteſcat, qui habeatur ex binis ejuſmodi mutationibus acceſſus ad centrum, vel receſſus (quo autem pacto id ipſum inde deduci poſſit

Problema id ipſum inveniendi ope hujus ſectoris.

 dicam

dicam paullo inferius), innotescet etiam accuratè, ubi sit ipsum axis punctum in lente objectiva. Sint enim in fig. 12 tres positiones b', t, t' habitæ per tres positiones thecæ E', e, e' & bini accessus dz, zz' inde orti ponantur cogniti, quæraturque ipse locus b', t, t' puncti axis in iis tribus positionibus.

Ejus solutio. 109. Quoniam datur motus $E''e$, & ee', innotescent ii arcus facili observatione ope circini, adeoque & angulus $E''ee'$, quem metitur dimidius arcus residuus $E''EE'e'$, cui æqualis cum sit angulus $bt'tt''$ ob chordas circulorum concentricorum in iisdem a centro angulis parallelas, si chorda $t't$ occurrat rectæ db' in c, angulum $b'tc$ metietur dimidium complementi arcus $E''ee'$ ad totum circulum. Dabitur etiam ratio chordæ $b't$ ad tt', quæ erit eadem, ac $E'e$ ad ee', ratio itidem $t't$ ad tc dabitur, quæ erit eadem $z'z$ ad zd. Quare dabitur & ratio $b't$ ad tc. Cum igitur detur & angulus $b'tc$, dabitur specie id triangulum, adeoque dabitur angulus $cb't$, & proinde angulus $b'tz$, qui est ipsius alternus. Ducta igitur $b'i$ parallela dz, cui & æqualis erit, dabitur $b't$, quæ nimirum ad datam $b'i$ erit, ut radius ad sinum anguli inventi $b'ti$, sive $b'tz$. Quare si fiat ut data $E''e$ ad $E''a$ datam, ita $b't$ inventa ad quartum, prodibit ab' distantia puncti b' quæsiti ab a, sive eccentricitas, & ea datâ, ob data puncta $E''ee'$, dabuntur positiones ipsæ punctorum b', t, t', & solutum erit problema.

Methodus crassior Bouguerii explorandi parallelismum axis. 110. Quo autem pacto id ipsum innotescere possit, quantus sit ex mutata positione thecæ ab E'' in e accessus dz puncti b' abeuntis in t, id vero hìc exponam, ac simul docebo illud, quo pacto & sciri possit, quanta sit in quavis positione inclinatio axis ad planum sectoris, & qui inde error timeri possit, quo pacto vel ipsa inclinatio tolli, si libeat, vel error inde profluens cognosci, & corrigi. Varias Astronomi methodos tradunt ad cognoscendum, an axis sit parallelus plano sectoris, & quanta sit inclinatio, si forte sit aliqua. Admodum sane crassa est

est illa, quam Bougerius proponit, ut collocato sectore horizontaliter aspiciatur per limbum, & centrum objectum aliquod satis remotum nudo oculo, pinnulis utrobique etiam ad majorem determinationem appositis, & æque extantibus supra idem planum, ut determinatius collineare liceat, tum per telescopium transpiciatur objectum idem. Si enim id punctum, quod in filorum intersectione jaceat, deprehendatur in plano limbi, & centri, habebitur quæsitus parallelismus; secus, si id objecti punctum jaceat supra id planum, vel infra. Ea quidem methodus est satis crassa, ut bene omnino id ipsum notavit Condaminius, cum illa æstimatio loci objecti facta nudo oculo per planum sectoris crassior sit, & plurium etiam minutorum errorem permitat. Adhuc tamen ad dandam utcumque inclinationem veræ proximam opportuna omnino est.

III. Ut alias omittam methodos, ea, qua & Bouguerius, ac Condaminius sunt usi, ad investigandam magnitudinem deviationis, est quidem accurata, sed admodum molesta, & sæpe etiam ob loci, in quo obsevatio habetur, importunam positionem, impossibilis. Collocatur nimirum limbus sectoris accurate in plano meridiani, tum ex pluribus binariis altitudinum æqualium ejusdem stellæ observatis ante, & post ejus culminationem, vel si ipsius stellæ ascensio recta sit cognita, & horologii constitutio ad Solem itidem cognita, ex differentia temporis, quod debeat intercedere inter Meridiem, & appulsum Fixæ ad meridianum; determinatur momentum ipsum culminationis, quod si congruat cum momento, quo Fixa appellit ad filum micrometri parallelum limbo sectoris, habetur quæsitus parallelismus; sin minus, habetur differentia horaria inter appulsum ad id filum, & ad planum meridiani, quo in partes æquatoris ritè converso, habetur in partibus paralleli Fixæ distantia puncti, ad quod tendit linea fiduciæ, quam supra diximus axem, a plano meridiani, quæ ad partes circuli maximi

Alia methodus ejusdem tutior, sed operosior.

mi reducitur more Astronomis usitato, minuendo numerum minutorum, & secundorum in ratione radii ad cosinum declinationis Fixæ ipsius, nimirum semidiametri circuli maximi ad semidiametrum paralleli ejusdem Fixæ.

Ejus methodi difficultas.

112. At præter quam quod ubique illa altitudinum observatio aliquanto operosior est, sæpe contingit, ut ex loco observationis nullus in orientalem, & occidentalem plagam prospectus pateat, quod nobis quidem & Romæ contigit, & fere etiam Arimini, ubi ad Orientem quidem patebat prospectus, sed admodum difficilis, ad Occidentem autem ex ipso loco patebat nullus, & ad ejusmodi altitudines observandas oportebat temporis reductione uti, altitudinibus in remotiore loco observatis. Accedit, quod ejusdem stellæ binæ altitudines æquales sæpe numero haberi non possint, cum interdiu minoribus quadrantibus ipsa stella inconspicua sit, ut idcirco ad aliunde cognitam ejus ascensionem rectam sit confugiendum.

Aliam habere methodum Auctorem, quam hic proponat.

113. Mihi quidem, ubi primum in ejusmodi observationibus me exercere coepi, posita accurata limbi positione in plano meridiani, quam & illa alia methodus omnino supponit, & quæ, qua ratione haberi possit, videbimus paullo infra, se sponte obtulit methodus admodum expedita, quam innui in primo opusculo, determinandi accuratissimè ejusmodi deviationem axis a parallelismo, atque id ipsum ignota penitus ascensione recta ipsius Fixæ, ignota horologii constitutione ad Solem, ignota hora culminationis, quam methodum hìc aliquanto diligentius exponam.

Methodus ipsa per horam appulsus ad filum micrometri notatam ter cum binis conversionibus sectoris.

114. Sit in fig. 19 *G* centrum sectoris *AB*, limbus constitutus cum ipso centro in plano meridiani, *GD* pendulum demissum e centro sectoris, & radens limbum in *E*. Sit autem *GF* linea fiduciæ, sive axis telescopii, qui hìc concipitur motu parallelo translatus ita, ut ejus vertex congruat cum centro *G*. Si is fuerit inclinatus ad planum secto-

sectoris, distabit ejus imum punctum F a limbo AB per intervallum aliquod ipsi perpendiculare FR, aberrationis angulo existente FGR. Concipiatur jam centro G sphæra cælestis, in qua polus P, meridianus PQ transiens per zenith Z, ad quod tendet pendulum DG productum. Axis FG tendet ad punctum L horarii cujusdam PL inclinati ad meridianum PQ, & producta RG usque ad meridianum in M, erit angulus LGM æqualis inclinationi FGR axis ipsius, & Fixa ad intersectionem filorum deveniet non in appulsu ad meridianum in M, sed in appulsu ad horarium illum in L. Quod si sequenti die observetur eadem stella limbo sectoris in contrariam plagam obverso, axis GF abibit in contrariam positionem GF', & horarius PL abibit ad partem oppositam PL' respectu meridiani: conversione autem iterum facta tertio die redibit axis ad pristinum locum in GF, & horarius ille ad PL.

115. Jaceat PL ad Orientem respectu Meridiani PQ, & Fixa appellet ad L ante, quam ad M. Sequenti die integra conversione peracta redibit ad L (motus enim proprios Fixæ debitos uni, vel alteri diei tuto negligimus, quorum etiam si rationem liberet habere, liceret id quidem admodum facile), sed ut deveniat ad telescopium directum ad L' debebit præterea percurrere arcum LOL' sui paralleli habentis polum in P a Meridiano PQ sectum bifariam ad angulos rectos in O. Tertio autem die ante quam integram conversionem perficiat, deveniet Fixa ad L, & intervallum temporis erit brevius integræ conversionis tempore per tempus debitum itidem illi eidem arcui LOL' duplo arcus LO. Quare intervalla temporis a prima observatione ad secundam, & a secunda ad tertiam different inter se per duplum tempus debitum arcui LOL', vel quadruplum arcui LO, quorum nimirum primum erit longius, secundum brevius tempore unius conversionis per tempus debitum arcui LOL'. Eadem autem differentia haberetur si PL esset occidentalior,

Inclinationis axis mensura petenda a quarta parte differentiæ binorum intervallorum temporis.

lior, & PL' orientalior, quo casu primum intervallum esset e contrario longius, secundum brevius eâdem quantitate, nimirum quadruplo tempore debito arcui LO.

Ejus determinatio in minutis, & secundis paralleli Fixæ.

116. Jam vero tempus horologii, ut cumque non congruentis cum Solis, aut Fixarum motu, sed tamen accurate æquabilis, debitum binis conversionibus, habetur ex prima, & tertia observatione; adeoque si fiat, ut id intervallum ad quartam illius differentiæ partem, ita duo circuli, sive gradus 720 ad quartum, prodibit arcus LO. Verum si horologium non multum abludat a Fixarum motu ita, ut paucis tantummodo minutis differat una conversio Fixarum ab ejus horis 24, licebit multo facilius arcum LO ex illa temporum differentia invenire, reducendo more solito id tempus in minuta, & secunda, attributis 15 secundis circuli paralleli cuivis secundo horario, & singulis minutis circuli quibusvis quatuor secundis horariis.

Reductio ad partes circuli maximi, & reductionis demonstratio.

117. Porro quoniam tam arcus LOL', quam LML' habet communes terminos L, L', habebit communem chordam, adeoque communis est & sinus arcuum LO, LM, sed radii eorum circulorum diversi erunt. Circuli LOL' radius est recta perpendicularis axi PG, nimirum sinus PO distantiæ Fixæ a polo, radius autem arcus LML' est ipse radius sphæræ. Cum igitur in quovis arcu sit radius sui circuli ad sinum ei perpendicularem, ut sinus totus in tabulis ad sinum anguli, quem is arcus subtendit in suo centro, adeoque sinus anguli subtensi in centro, sive numeri arcu minutorum, & secundorum debiti ipsi arcui est directe ut ille suus sinus in suo circulo, & reciproce ut radius, hic ubi ille suus sinus communis est, erit sinus partium sui circuli in arcu LO ad sinum partium sui in LM, ut est e contrario radius circuli LML' ad radium circuli LOL', nimirum, ut radius ad sinum distantiæ PO a polo. Quoniam autem exigui anguli sunt ut sinus, erit proxime ut radius ad sinum distantiæ a polo, ita numerus partium arcus LO ad numerum partium

LM,

LM, qui exhibebit angulum *LGM*, sive inclinationem quæsitam *FGR*.

Reductionis demonstratio alia: methodus inveniendi inclinationem axis.

118. Idem facilius hoc pacto obtineri poterat. Tam arcus *LML'*, quam *LOL'* sunt proxime æquales communi suæ chordæ. Igitur & ipsi, & eorum dimidia *LO*, *LM* æquantur proximè inter se, adeoque continent numerum partium reciproce proportionalem totis circumferentiis, divisis nimirum in eundem numerum graduum 360. Et ea est notissima illa Astronomis reductio partium paralleli cujusvis in partes circuli maximi, quæ in usu micrometrorum constitutorum per fila ad angulos semirectos se decussantia, & alibi frequentissime occurrit. Quamobrem hic jam habetur demonstrata illa methodus, quam opusculo primo tradidi, & methodus ipsa huc reducitur. *Observetur Fixa eadem tribus consequentibus diebus conversione bis facta. Si intervallum temporis inter primam, & secundam observationem æquatur intervallo inter secundam, & tertiam, axis telescopii est accurate parallelus instrumento. Si illa intervalla inæqualia sunt; capiatur quarta differentiæ pars, & reducatur in partes paralleli fixæ tribuendo quaternis quibusque secundis horariis singula minuta prima paralleli ipsius: tum fiat, ut sinus totus ad sinum distantiæ Fixæ a polo, sive ad cosinum declinationis ejusdem, ita numerus inventus ad alium, qui exhibebit ipsam inclinationem quæsitam axis telescopii ad planum sectoris.*

Exemplum in observationibus Romanis posterioribus.

119. Exemplum in casu nostro facile desumemus ab observationibus μ Ursæ habitis in posterioribus Romanis observationibus. Eam contigit tribus consequentibus diebus observare Romæ 8, 9, 10 Decembris cum binis conversionibus sectoris. In primo appulsu horologium notabat horas 5.9'.25" in secundo 5.5'.55", in tertio 5.1'.25". Quare primum intervallum temporis præter horas 24 habet 3'.30", secundum 4'.35". Differentia est 1'.5'$\frac{1}{4}$, quarta ejus pars 16". Ea redacta ad partes paralleli exhibet 4'.4", sive 244". Ea tum distabat a vertice Romano versus polum minutis fere 50. Zenith Romanum a Po-

lo 48°. 6'. Quare ejus distantia a Polo erat 47°. 16'. Factis, ut sinus totus 100 ad sinum 47. 16' = 735 ita numerus 244 secundorum paralleli ad quartum, prodit 179 numerus secundorum circuli maximi, sive inclinatio quesita axis 2'. 59".

Aliud ex observationibus Ariminensibus alia methodo.

120. Nec vero illud est necessarium, ut habeantur tres observationes ejusmodi ejusdem Fixæ tribus diebus continuis. Satis est etiam si habeantur binæ, conversione facta, & tertia sine conversione. Posteriores exhibent tempus unius conversionis, priores tempus mulctatum, vel auctum duplo, non quadruplo tempore debito arcui *LM*; vel binæ sine conversione, ac binæ aliæ cum conversione a prioribus disiunctæ, dummodo interea ingens caloris mutatio horologii æquabilitatem nequaquam turbet. Exemplum licet desumere in observationibus Ariminensibus ex ipsa μ Ursæ. Ea observata est Aprilis 29, & 30 limbo Orienti obverso, & die 1 Maii obverso occidenti. Hora appulsus fuit in prima observ. 7. 43'. 26"; in secunda 7. 39'. 27", in tertia 7. 35'. 3". Primum intervallum præter horas 24 fuit 3'. 59", secundum 4'. 24". Differentia est 25", cujus dimidium 12". $\frac{1}{2}$ ductum in 15 exhibet 187. $\frac{1}{2}$ paralleli Fixæ, quæ eâdem ratione redacta ad partes circuli maximi relinquunt inclinationem 138" sive 2'. 18".

Aliud e prioribus Romanis alia.

121. Quod si etiam habeantur binæ observationes post dies quotcunque, limbo obverso eidem plagæ, & aliæ binæ vel ejusdem Fixæ, vel alterius cujuscumque, limbo obverso plagis oppositis, pariter erui potest inclinatio, cum ex prioribus binis observationibus habeatur tempus horologii pro dato conversionum numero, adeoque & pro unica, inde vero eruatur tempus pro numero conversionum inter posteriores binas observationes, cujus differentia a tempore observato duplum itidem exhibet deviationis. Cavendum tamen, ne nimium remotæ observationes assumantur, ne nimirum interea mutatio aliqua in horologio accidat, ubi id non omnino perfectum

sit

ſit. Habuimus in obſervationibus Romanis prioribus ejuſdem Fixæ obſervationes 4 Martii limbo obverſo Occidenti 7, & 9 Martii limbo Orienti obverſo. In prima obſervatione tempus erat 11. 3′. 0″, in ſecunda 10. 50′. 39″, in tertia 10. 42′. 27″. Ex poſterioribus habetur pro binis converſionibus 8′. 12″, adeoque pro ſingulis converſionibus 4′. 4″. Hinc pro ternis inter primam, & ſecundam haberi debuit 8′. 12″. Habitum eſt autem 8′. 21″. Differentia eſt 9″, cujus dimidium 4″$\frac{1}{2}$, exhibet ſecunda ejus paralleli 67. $\frac{1}{2}$, quæ redacta ad partes circuli maximi præbent inclinationem 50″ tantummodo.

122. Plurimæ aliæ determinationes conſpirant intra admodum pauca ſecunda, ac diſcrimen debetur mutationi exiguæ in horologio, & exiguo errori alicui in collocatione plani ſectoris in plano meridiani, ſive limbus inclinetur nonnihil ad meridianæ lineæ directionem, ſive planum a verticali plano nonnihil deflectat, de quibus omnibus agemus paullo inferius. Sed allata exempla ſatis ſunt ad methodum illuſtrandam; atque id eo magis, quod errorem trium etiam minutorum in deviatione axis teleſcopii a parallelismo errorem inducit in loco Fixæ non excedentem exiguam admodum fractionem minuti ſecundi. Interea notetur, illud in prioribus Romanis obſervationibus maximè fuiſſe propinquam parallelismo poſitionem axis, tum maxime mutatam Arimini, inde vero nonnihil, uſque ad Romanas poſteriores mutatam itidem. Prima illa major mutatio accidit, quia loco dimovimus objectivum vitrum in priore illa tranſlatione, & reſtituimus Arimini in alia poſitione, quæ ob eccentricitatem illam thecæ ipſum includentis ſatis diſceſſit a prima poſitione. In ſecunda tranſlatione ipſum loco ſuo reliquimus, nec alia mutatio contigit niſi ſecundorum temporis 3. $\frac{1}{2}$, quam itineris jactatio induxit.

Unde diſcrimen trium earum inclinationum.

123. Si eæ tres diverſæ poſitiones habitæ fuiſſent eodem in loco, licuiſſet methodo expoſita n. 109. definire locum ipſum puncti axis b'' figuræ 12. Nam acceſſus ejus

Methodus definiendi per eas locum axis lentis objectivæ.

ad planum sectoris est ipsa inclinationis imminutio, quæ cum fuerit in prima positione 2'. 59", in secunda 2'. 18", in tertia 0'. 50", haberetur axcessus in prima mutatione 41", in secunda 1'. 28", qui accessus exhiberent lineolas *dz*, *zz'*; esset enim, ut radius ad sinum eorum angulorum, ita distantia vitri objectivi a filis micrometri, quæ hic erat pedum 9, ad eam lineolam. Inventa autem positione punctorum *b'*, *t*, *t"*, admodum facile fuisset definire motum thecæ necessarium ad conciliandum parallelismum accuratum. Sed is ipse labor supervacaneus fuisset, ut paullo inferius patebit, cum exigua illa inclinatio nullum errorem sensibilem pariat in distantia Fixæ a zenith, quæ per eas observationes investigatur.

Correctio inclinationis in plano ipso meridiani cognoscenda per conversionem.

124. Præter parallelismum axis cum plano sectoris illud etiam est omnino cognoscendum, cui puncto *R* limbi *AB* in fig. 19 respondeat ipse axis. Optima ejus positio esset, si accurate responderet medio limbo. Sed si inde nonnihil deflectat, nihil omnino turbantur observationes, dummodo innotescat, quantum inde discedat. Id autem admodum facile definitur conversione sectoris, ut est Astronomis notissimum. Nam differentia distantiarum, quas in binis ejusmodi positionibus habet filum penduli a medio illo, exhibet duplam distantiam puncti *R* ab ipso medio. Sit enim *AB* positio sectoris, ubi limbus occidenti obvertitur ejusque radius terminetur ad *C* punctum limbi medium inter *A*, & *B*. Sit autem axis telescopii seu linea fiduciæ *GR*, vel etiam *GF* respondens puncto *R*, & distantia puncti medii ipsius limbi a filo penduli *GED* erit *CE*. Convertatur sector, ut jam limbus Orientem spectet. Linea fiduciæ si fuerit *RG* manebit in eodem situ, si *FG* abibit in *F'G* ita, ut adhuc idem respiciat punctum *R*. Punctum autem *A* abibit in *a*, *B* in *b*, *C* in *c*, *E* in *e* jam nova distantia fili penduli a medio erit *cE*. Erit autem *ce* eadem illa prior distantia *CE*. Quare dempta communi *cC* erit & *Ce* æqualis *cE*, adeoque binarum distantiarum differentia erit *Cc*, semidifferentia vero *RC*, nimirum

rum distantia puncti, cui axis telescopii respondet a medio limbo, & proinde etiam angulorum ad G definitorum per tangentes cE, ce semidifferentia erit correctio ipsis adhibenda, nimirum addenda majoribus demenda minoribus, ut habeatur angulus RGE, sive MGZ, nimirum in casu parallelismi axis accurata distantia Fixæ ad Meridianum appellentis a polo, & in casu inclinationis exiguæ eadem proxime, ut infra videbimus.

Incommodum hujusce sectoris augentis sæpe unam aberrationem dum alteram minuit.

125. Interea notandum illud, in ea dispositione vitri objectivi, qua ego sum usus, hanc correctionem, quam exhibet conversio instrumenti, mutari, dum conversione thecæ figuræ 12 punctum b' axis admovetur plano sectoris, vel ab eo removetur. Recedit enim punctum b' a recta EE' respondente centro sectoris, vel ad eam accedit, cum distet inde per spatium db'; unde fit, ut si axem telescopii concipiamus motu parallelo translatum ita, ut b' abeat in centrum sectoris r, quod in fig. 19 præstitimus, ubi G est idem punctum, ac r in fig. 12, imum ejus punctum R in eadem figura distabit tantundem a medio puncto C, ad quod accedet, vel ab eo recedet. Hinc autem fit, ut mutari nequeat directio ipsius axis respectu plani sectoris, quin simul mutetur distantia ab R motu continuo. Atque idcirco in observationibus Ariminensibus correctio a conversione sectoris orta evasit major, quam in prioribus Romanis, ut videre est in opusculo 2. num. 43.

Methodus, qua omnes aberrationes auferri possent.

126. Potest autem facile ita objectivum vitrum applicari regulæ ferreæ ut alter e binis motibus axis ipsius ab altero non pendeat. Si nimirum includatur vitrum objectivum thecæ quadratæ, quæ intra aliam quadratam includatur, & hæc intra aliam itidem quadratam, & hæc quidem tertia adhæreat regulæ ferreæ, illa secunda ope cochleæ moveri possit motu perpendiculari ipsi plano sectoris secundum rectam EE' figuræ 12, prima vero intra secundam alterius cochleæ ope motu perpendiculari huic priori, sive plano sectoris; utique poterit motu secundæ thecæ intra tertiam promoveri ita objectivum

vi-

vitrum, ut acquirat positionem parallelam plano sectoris, tum motu primæ intra secundam promoveri ita, ut idem axis respondeat accurate radio sectoris tendenti ad mediam laminam mobilem, ac proinde evitetur inclinatio axis, & evitetur conversionis correctio, quæ omnium optima est telescopii constitutio. In ea constructione non potest ita facile ope ipsius istrumenti definiri punctum axis ipsius lentis objectivæ. Sed tamen potest idem aliis methodis prius cognosci, ut illis quas tradidi supra num. 106; quo cognito, potest & ejus circularis apertura parari ita, ut aperturæ ipsius centrum cum vitri axe congruat, & axis lentis ocularis dirigatur per rectam jungentem id axis punctum cum intersectione filorum, quod ubi fiat, nullum in nostro hoc instrumento incommodum timeri potest a parallaxi imaginis Fixæ respectu filorum, a diversa constitutione oculorum, aut aeris, a diversa refrangibilitate radiorum. Quam quidem ob causam hanc aliam vitri objectivi constitutionem ego quidem non improbarim, immo etiam fortasse probarim magis, ad evitandum utut leve incommodum correctionis per conversionem sectoris determinandæ.

Proponuntur; quæ ad collocationem pertinent.

127. Hactenus diximus de iis, quæ pertinent ad rectam dispositionem partium sectoris ipsius. Nunc agendum superest de iis, quæ ad ejus collocationem pertinent, sive suspensionem. Ea ita fieri debet, ut planum sectoris in plano meridiani accurate constituatur, ut in eo plano inclinari possit ad libitum, & inclinationem, quamcumque libuerit accuratissimè acquirere, ac acquisitam firmissime retinere. Collocatio autem in plano meridiani duo requirit. Primo quidem, ut planum sectoris sit in aliquo verticali plano, secundo vero, ut limbus meridianæ lineæ ductum sequatur accurate. Iis binis habitis habetur collocatio in plano meridiani. Ante autem quam hæc ipsa accurate definiremus, disponebamus sectorem in debita positione proxima utcumque, ipsum inclinando ita, ut filum penduli distaret a medio limbo, quantum

tum requirebat distantia Fixæ a zenith utcumque cognita, adeoque brachium *NOV* ex ea parte affigebatur in quam pondere suo deberet deferri sector, ac cochleæ *IF*, *IF′* positionem ei inclinationi respondentem haberent, ita autem promotæ essent, ut & positio in plano verticali, & directio limbi meridianæ lineæ parallela utcumque obtineretur proximè, si minus accuratè.

128. Tum vero, ut ab hoc postremo ordiamur, id ut, quam accuratissime obtineretur, nos quidem facile præstitimus, ducta in pavimento sub ipso puncto, ex quo sector pendebat meridiana linea accurata. Oculo enim applicato supra limbum *EE′* figuræ primæ circiter versus *FF′*, ipsum ita movebamus ultro, citroque, ut oculus collocaretur in plano transeunte per ipsum limbum, & per aliquod inferioris meridianæ lineæ punctum. Si limbus accurate constitutus esset in directione ejusdem meridianæ, motu oculi limbus ipse in unicam lineam desinens appellebat simul totus ad meridianam eandem; si quidquam ab ea positione deflecteret, eam opticè intesecabat. Tum vero altera e binis cochleis *IF* promota, vel retracta, ut res ferebat, inclinabatur limbus ipse, donec cum eadem meridiana accurate congrueret. Et quidem cum limbus ipse ingentem in pavimento meridianæ lineæ tractum occuparet, minima deviatio fiebat admodum sensibilis, & cochleæ illius ope admodum facile eadem momento temporis tollebatur. Solebamus autem alter post alterum de ipso parallelismo judicare, in sellam evecti, ut ex alto commodius limbum, & eam lineam despiceremus. Comparatio limbi cum linea meridiana.

129. Porro meridiana linea aderat constrata marmore in cubiculo Musei Collegii Romani, cui admodum facile fuit alteram parallelam sub ipso sectoris loco ducere, supra quam, quo evidentior esset, filum nigricans interdiu, albicans per noctem distendebamus, faculis etiam per noctem admotis. Arimini in ea ædium Garampianarum parte, in qua sub tecto observationes astronomicas instituimus, filarem Meridianam lineam accurate duximus, Meridiana Romana, quæ aderat: altera Arimini ducta, qua ratione.

Solis

Solis radio excepto per foramen exiguum, ut moris est, in metallica lamina excavatum, & horizontaliter applicatum in fenestra exigua ad id ipsum in summa parte muri forte fortuna supra reliquum tectum assurgentis ad meridiem. Porro meridianam lineam ipsam horologii etiam constitutione utcumque ignorata, dummodo ejus horæ non ita enormiter ab horis veris discreparent, ut in paucorum secundorum numero error inde timeri posset, per observationes unica etiam die factas sic ibi duximus, ut ego quidem ducere soleo.

Ratio meridianam lineam ducendi.

130. Antemeridianis horis altitudines Solis aliquot cœpimus in loco, haud ita inde remoto, ut vox numerantis minuta secunda alte ad horologium exaudiri non posset. Circa tempus Meridiei utcumque proxime cognitum ita collocavimus in pavimento chartam ampliorem, in qua designatæ fuerant plures rectæ inter se ad sensum parallelæ, & æque a se invicem distantes, ut earum media respiceret filum penduli ex centro foraminis demissi. Sublato penduli sustentaculo, & ipso pendulo, observavimus appulsum Solaris imaginis ad omnes ejusmodi lineas notato tempore horologii in singulis appulsibus. Post meridiem notavimus tempora, quibus Sol ad easdem altitudines descendit. Medium inter tempora altitudinum æqualium, quod miro observationum consensu idem ex pluribus binariis non ita a se invicem remotis profluxit, nam majore quadrante ad eam observationem usi sumus, correctum de more, ob declinationem interea mutatam, exhibuit tempus horologii, quo meridies contigit. Quoniam autem ex utriusque limbi appulsibus ad eas lineas innotuerat circa meridiem horologii hora, qua centrum ad singulas appellebat, habita jam hora meridiei, facile constitit, inter quas e lineis parallelis meridies contigerat, quarum intervallo ibi, ubi fuerat via centri imaginis proxime definita, diviso in ea ratione, quam exposcebant bina intervalla temporum ab appulsu ad priorem ad meridiem, & a meridie

ad

ad appulsum ad posteriorem; habebatur punctum, in quo meridies contigerat; quod punctum etiam cæteri appulsus ad cæteras rectas confirmabant. Eo puncto invento, & pendulo iterum demisso ex centro foraminis, extendebatur filum, quod pendulum ipsum perraderet, & per id punctum transiret, & alligabatur binis ferreis uncis infixis in oppositis parietibus, in quibus tenui incisura ducebantur lineolæ, quæ debitam fili positionem definirent, ad quod filum per easdem lineolas tensum insequentibus diebus jam habebatur meridiana linea ad accuratam meridiei determinationem aptissima. Ejusmodi igitur lineam filarem definivimus in ipso Garampianarum ædium loco, & ipsi parallelam duximus sub sectore.

Dispositio limbi parallela ductui meridianæ lineæ

131. Disposito limbo ea ratione ita, ut meridianæ lineæ positum obtineret, tum vero præstabatur illud, ut etiam in plano verticali jaceret sectoris planum, quod quidem fiebat facile. Nam filum penduli *CM* figuræ 1 tenuissimum, ut capilli etiam tenuitatem superaret, sericum crudum libere demittebamus, & fulchro supposito, cum cyato aqua pleno, in quod pondusculum plumbeum immitteretur, sustinebat autem filum ipsum in aqua pondus non ita leve, quo id quidem maxime tendebatur. Scala lignea sectori proxima aderat, per quam liceret ascendere, & explorare an id penderet ex ipsa extrema acus cuspide prope ipsum lamellæ aurichalchicæ planum, an quidpiam, ut araneæ tela aliqua, vel aliud ejusmodi, ductum ejus impediret, an aliquod ejus filum transversum tenue in regulam ferream, vel aurichalchicas laminas incurreret; ac impedimentis omnibus sublatis observabamus an filum ipsum pene limbum perraderet, promotis cochleis si forte distaret, retractis si ipsi adhæreret, utrâque nimirum æqualiter, quo pacto fiebat, ut directione limbi nihil mutata, positus verticalis haberetur accuratissime. Eo autem demum præstito, adhuc iterum oculo supra limbum collocato ejus congruentiam

cum meridiana linea subjecta explorabamus, ne quid inter movendas cochleas peccatum esset.

Inclinatio Telescopii, quam requirit distantia Fixæ a zenith. Tab. 2. F. 1.

132. Reliquum est, ut ea inclinatio detur telescopio intra ipsum meridiani planum, quam requirit distantia Fixæ a zenith. Id jam supra diximus obtineri ope cochleæ *PE* figuræ 1. Firmitas autem positionis semel aquisitæ habetur ab ipsa cochlea *PE'*, quæ impedit descensum in plano meridiani versus *P*, quo pondus suum sectorem trahit, ubi is inclinetur, accessum ad *GG'* impediunt cochleæ *FI*, *F'I'*, recessum ab eadem pondera *L*, *L'*. Illud autem experiundo comperi, ipsa pondera plurimum prodesse immobilitati sectoris ipsius, si fila *FK*, *F'K'* non ponantur in directione perpendiculari regulæ *GG'*, sed obliqua versus eam partem, in qua est cochlea *PE'*. Sectorem enim oblique trahent etiam versus eam cochleam, & recessum ab ipsa adhuc magis impedient.

Usus in observando.

133. Atque ita descriptis accuratissimè omnibus sectoris partibus, expositis iis, quæ ad rectam ejus constitutionem, & collocationem requiruntur, delapsi sumus ad ipsius usum, de quo satis itidem multa dicenda jam fuerunt identidem. Usus ipsius in eo situs est, ut accuratè determinetur distantia a zenith Fixæ cujuspiam in gradibus, minutis, & secundis. Ubi instrumentum collocatum est accurate in plano meridiani, Observator assidet ad caput *H'* telescopii, quod ut commode fieri posset, curaveramus, ut sector penderet in ea altitutine a pavimento, quæ sedentem Observatorem exciperet; & vultu in Cælum directo applicantem oculum ad telescopium, supra quod in ipso tecto fenestra aperiebatur, per quam in Cælum suspectus pateret. Idem expectabat ingressum Fixæ in telescopium, quem post unam, vel alteram observationem jam habitam intra pauca secunda prodebat horologium, si positio non multum abluderet a debita; curabatur autem, ut nonnihil abluderet, ne in ipso ingressu filum meridiano perpendiculare interdiu occultaret Fixam. Ingressu cognito applicabat manum ad

caput

caput cochleæ $E'P$, cujus ope ita movebat sectorem totum, ut filum illud ipsum ad Fixam appelleret.

134. Porro cum Fixarum omnium diameter apparens sit non solum multo minor uno minuto secundo, ut in cosmotheoro Hugenius prodidit, sed ut in recenti dissertatione de lentibus, & telescopiis evincere conatus sum, multo minor uno tertio, deberent ipsæ apparere instar puncti, quod quidem satis incommodum esset, tegerentur enim a filo ita, ut non liceret nosse, an in medio essent ejus tractus, quem filum ipsum intercipit, quod est aliquot secundorum. Verum aberratio luminis, de qua etiam superius injecta est mentio, illud præstat, ut imago Fixæ cujuslibet circellum quendam occupet, qui eo majore tractu est sensibilis, quo majus est lumen Fixæ, & quo minor est Cæli lux. Inde fiebat, ut per noctem imago utriusque nostræ stellæ non ita parum hinc, & inde a filo excurreret, cujus nigricantem tenuissimum tractum licebat intueri in ea ipsa luce, in crepusculis parum admodum eadem imago superaret fili crassitudinem, interdiu ea quidem α Cycni æquaretur ad sensum, tenuissimo fulgore hinc, & inde vix aliquod aliquando Fixæ latentis vestigium relinquente, aliquando vero nullum, altera vero nimirum μ Ursæ lateret penitus semper interdiu, sed ita, ut minimo motu cochleæ in partes oppositas jam hinc, jam inde a filo appareret. Quare tuto illud semper præstari poterat, ut medium imaginis Fixæ cum media fili crassitudine apprimè congrueret.

Incommodum ex diametro apparente exigua correctum a radiis aberrantibus.

135. Hinc autem, ut liceret observare momentum temporis, quo Fixa appellebat ad filum plano sectoris parallelum, aliquando opus erat ipsam ad filum perpendiculare adducere tantummodo post eum appulsum. Id autem fiebat tuto, nam filorum ejusmodi accuratissimam positionem prodebat illud, quod Fixa, quæ semel per medium filum ferri cœperat, semper usque ad finem cum ipso medio congruebat, & si forte penitus ab eo tegeretur initio, nunquam deinde prodiret in conspectum.

Qua ratione observatus sit appulsus ad filum parallelum limbo.

Observatio distantiæ fili penduli a medio limbo.

136. Hac observatione peracta notabatur positio fili penduli *CM* respectu laminæ mobilis *EE'*, determinando ejus distantiam a medio limbo, sive a sectoris radio. Statim autem patebat, quot partibus integris ex illis 72, in quas divisus fuerat pes ipsius lineæ, distaret. Sed quoniam nunquam accidit, ut distantia aliquem earum partium numerum accurate contineret, promovebatur ipsa lamina mobilis, donec proxima divisio accurate cum filo penduli congrueret, notando diligenter, quot conversiones integræ, & quot ex illis 180 partibus conversionis, quas exhibet figura, requirerentur ad ejusmodi congruentiam. Is conversionum, & particularum numerus addendus erat numero partium integrarum, ubi filum caderet versus plagam *E'*, in quam medium lamellæ mobilis procurrit ultra medium limbi, & demendus ubi ipsum filum caderet versus *E*, cum in primo casu eo numero conversionum, & particularum unius conversionis distet filum penduli magis a medio limbi, quam a medio laminæ mobilis, in secundo minus.

Præcautiones ad accuratam ejus determinationẽ.

137. Quo certius cognosceretur de hac congruentia, in primis adhibebatur lens admodum convexa, & limbo adnexa ita, ut in eo situ, in quo opus esset, maneret immota: apponebatur autem ad perpendiculum supra filum penduli. Deinde quoniam filum erat quidem limbo quamproximum, sed ita, ut ipsum non contingeret, ut libere nimirum penderet, ut omne parallaxeos periculum evitaretur, oculo prius in latus retracto notabatur & filum, & imago fili ex reflexione in levi aurichalchica limbi lamina, quæ filum ipsum duplicabat, tum oculus versus medium movebatur, donec ipsum filum imaginem suam penitus tegeret; tum enim certo constabat rectam ab oculo per filum ductam esse ipsi limbo perpendicularem, nec ullum parallaxeos haberi effectum. Demum aliquando alter e nobis per lentem transpiciebat filum, & divisionem laminæ, alter lento, sed continuo motu promovebat laminam mobilem, donec ab altero congruentiam

tiam notante juberetur motum sistere, aliquando vero movebat ipse cochleam, & sistebat, ubi congruentiam observasset. Semper tamen alter observabat post alterum, & observatio pluribus vicibus iterabatur, assumebaturque medium ex omnibus observationibus, quarum pleræque intra duas, vel tres particulas congruebant inter se, nimirum discrimine vel non majore uno minuto secundo, vel etiam minore. Sæpe autem & alios adhibuimus determinationis testes, qui forte adessent, nobiscum itidem consentientes. Observationem hujusmodi multo etiam tutiorem reddebat occlusum cubiculum, & a ventorum vi immune, quod maxime cavendum fuit, cum compertum nobis fuerit vehementiorem etiam respirationem nonnihil commovere penduli filum. Sæpe vero nobis contigit relicto instrumento regredi post plures horas, & lamina promota, donec divisio cum filo congrueret, eundem prorsus invenire numerum, usque adeo firmis innixum fulcris instrumentum diu perstabat immobile.

138. Cognito numero conversionum, & particularum, quibus promovenda erat lamina mobilis, ut filum penduli cum data divisione congrueret, & correcta methodis, quas fuse exposuimus, cujusvis divisionis distantia a medio, jam habebatur tangens, quæ exhibebat distantiam a zenith non correctam per deviationem axis telescopii a radio sectoris cognoscendam conversione sectoris, ut supra itidem est expositum, & ejusmodi correctione adhibita habebatur distantia Fixæ a zenith correcta, & respondens tempori observationis, cujusmodi sunt eæ, quæ habentur in tabellis opusculi secundi. Ea tamen adhuc indigent correctione refractionis, quæ cælestia obiecta ita elevat, ut in exiguis distantiis a zenith habeantur pro singulis gradibus singula secunda, quibus augenda est distantia a zenith observata, ut habeatur vera. Sed id augmentum fieri potest post omnes reductiones. *Deductio distantiæ a zenith & ejus correctio.*

139. Hanc distantiam a zenith poterat reddere erro-

neam

Tria quæ poterant reddere erroneam ejusmodi determinationem.

neam inclinatio illa axis telescopii ad planum sectoris, quam invenimus a num. 120, ut etiam nonnihil erroneam reddidissent bina vitia, quæ in sectoris collocatione poterant subrepere, si nimirum vel non esset collocatum planum sectoris accurate in plano verticali, vel etiam limbi directio a meridianæ lineæ ductu aberraret. Inquirendum est in hujusmodi errores diligentius, ut constet, nec ab illa inclinatione axis ullum sensibilem errorem timeri posse (quam ipsam ob causam de ea corrigenda nequaquam solliciti fuimus), & industriam, quam adhibuimus ad obtinendam positionem in plano verticali, ac dirigendum limbum in directione meridianæ lineæ, nostras observationes ab omni erroris periculo immunes præservasse. In eos autem inquiremus seorsum singulos.

Initium investigationis effectus quem parit deviatio axis a parallelismo. Tab. 2. F. 19.

140. Si inclinatio axis in fig. 19 est *RGF*, sive *LGM*, sector exhibet distantiam a zenith *ZM* definitam ab arcu *LML'* circuli maximi pro distantia *ZO* definita ab arcu *LOL'* paralleli Fixæ habentis polum in *P*. Quare error est *MO*, qui minuit distantiam, ubi Fixa, ut figura exhibet, distat a polo magis, quam zenith, & eam auget, ubi eadem sit polo propior. Ut eam inveniamus, patet *PO* æqualem esse *PL* basi trianguli sphærici rectanguli *PML*, adeoque erit *MO* differentia basis *PL*, & lateris *PM*. Porro ex Trigonometria sphærica est, ut radius ad cosinum lateris *ML*, ita cosinus lateris *PM* ad cosinum basis *PL*. Quare ut radius ad suum excessum supra cosinum lateris *ML*, nimirum ad sinum versum ipsius lateris, ita est cosinus lateris *PL* ad differentiam cosinuum.

Ejus effectus determinatio generalis.

141. Est autem theorema notissimum, quod in infinitesimali etiam Geometria frequentissimi est usus, ubi bini arcus parum admodum inter se differunt, esse sinum majoris ad radium, ut est differentia cosinuum ad differentiam ipsorum. Sic in fig. 12. si arcus *bb'*, *bt* parum admodum inter se differant, angulus *b'ta* parum admodum differet a recto, & *b'ti* parum admodum a complemento anguli *zta*, adeoque ab angulo *taz*; quamobrem erunt ad

ad sensum similia triangula *b'it*, *zta*, eritque *b'i*, sive *dz* differentia cosinuum *ad*, *az* arcuum *bb'*, *b't* ad *bt* differentiam arcuum ipsorum, ut est *tz* sinus majoris *bt* ad radium *at*; adeoque erit in fig. 19 sinus *PL* ad radium, ut est differentia cosinuum *PM*, *PL*, ad differentiam *MO* arcuum ipsorum. Collatis hisce inventis, altera hìc altera in fine numeri præcedentis binis rationibus, erit ex æqualitate perturbata sinus *PL* ad cosinum *PM* sive proxime ipsius *PL*, ut est sinus versus lateris *ML* ad differentiam *MO*. Cum igitur in quovis arcu sit sinus ad cosinum, ut radius ad cotangentem; sit autem *PL* distantia Fixæ a polo, cujus complementum est declinatio ejusdem Fixæ habens pro tangente cotangentem ipsius *PL*, & *ML* metiatur inclinationem axis ad planum sectoris, assumpto itidem sinu arcus exigui pro arcu, habebitur hujusmodi theorema. *Ut radius ad tangentem declinationis Fixæ, ita est sinus versus anguli, quo axis telescopii inclinatur ad planum sectoris, ad sinum erroris inde orti in determinanda distantia a zenith.*

142. Porro ex hoc theoremate patet, fore errorem directe conjunctim ut est tangens declinationis Fixæ, & sinus versus inclinationis axis, qui sinus versus, cum sit ut quadratum chordæ (est enim tertius post diametrum, & chordam) chorda autem in arcu exiguo sumi possit pro sinu, habebitur itidem, esse errorem in ratione composita ex simplici tangentis declinationis, & duplicata sinus inclinationis axis; unde constat in stellis proximis zenith, quarum declinatio prope æquatorem evanescit, accedendo vero ad polum, accedit ad quadrantem, tangente ipsius in primo casu evanescente, in secundo crescente in infinitum, in regionibus æquatori proximis eum errorem evanescere, in regionibus polo propioribus augeri plurimum; quod quidem alia methodo deduxit Bouguerius. *Ratio in qua is error crescat, vel decrescat.*

143. Ut videamus, quantus error in casu nostro oriri potuisset ab inclinatione axis minutorum etiam trium, qua nostra inclinatio semper extitit minor in Fixa, quæ tribus etiam gradibus a nostro zenith distitisset polum versus, *Calculus pro eo errore in casu nostro, qui evadit nullus.*

& de-

& declinationem habuisset graduum 45, qua minorem habuit ipsa α Cycni, & multo adhuc minorem μ Ursæ, res admodum facile definitur, cum tangens graduum 45 sit æqualis radio. Nimirum sinus erroris æquabitur sinui verso inclinationis axis, sive in casu nostro minutorum trium. Sinus versus minutorum trium ad radium 10000000 est 4, & sinus unius secundi est 48. Quare error, qui committi potuit, fuit in omnibus observationibus minor, quam $\frac{4}{48}$, sive $\frac{1}{12}$ unius minuti secundi.

Error ejusmodi ad sensum nullus etiam sub polari circulo.

144. Quod si sub polari circulo observetur stella, quæ adhuc uno gradu, & dimidio accedat ad polum magis, ut idcirco ejus declinatio sit graduum 68, deviatio autem axis a parallelismo sit minutorum etiam 6, adhuc tamen error infra minutum secundum continebitur. Est enim radius 10000000 ad tangentem graduum 68 = 24750869, ut sinus versus minutorum 6 = 16 ad 39. 6, quod est minus sinu 48 unius secundi. Porro deviatio minutorum 6 in sectore pedum 9 removisset alterum caput axis telescopii a plano sectoris magis, quam alterum, per lineas 22. $\frac{1}{2}$, sive fere per duos pollices, qui quidem error in instrumento cum mediocri etiam diligentia constructo timeri omnino non potest, ut adeo constet, in hujusmodi observationibus, quæ fieri solent per instrumenta longiora, ibi etiam, ubi maximus error deberet esse. Nam ultra polarem circulum nullæ huc usque observationes ejusmodi sunt institutæ, ipsum omnino timeri non posse. Quanquam in quadrantibus minoribus negligentius constructis, in quibus inclinatio axis multo major esse potest, error itidem possit hìc etiam apud nos multo major evadere, ut & alii errores ex pravo usu sectoris eo vitio laborantis oriri possunt.

Error ex declinatione plani sectoris a plano verticali.

145. Et hæc quidem de axis inclinatione constituto sectore in plano meridiani; quod si axis quidem inclinatus non sit, sed planum sectoris inclinetur nonihil, limbo retinente directionem lineæ meridianæ, limbus quidem habebit in eadem fig. 19 positionem $A'B'$ parallelam AB, sed

sed pendulum GD distabit ab ipso limbo $A'B'$ per rectam EI æqualem RF', & collineando per $F'G$ in L', referendo autem filum perpendiculariter ad I, metiemur angulum a tangente $F'I$, sive a tangente RE, adeoque habebimus distantiam a zenith ZM pro distantia ZO. Quare cum in hoc casu angulus $F'GR$ metiatur inclinationem plani sectoris ad planum meridiani, pro hac inclinatione habebitur eadem prorsus proportio, quæ prius habebatur pro inclinatione axis. Nimirum si planum illud tribus etiam minutis hic apud nos inclinatum fuisset, quo casu filum penduli debuisset distare a limbo fere per unum pollicem, adhuc error inde committi potuisset minor duodecima parte minuti secundi. Tam immanis error in inclinatione plani sectoris, immo ne is quidem, qui filum penduli removeat a limbo per unam lineam, timeri omnino non potest, ne ab oscitante quidem Observatore, qui tamen adhuc nullum in distantia Fixæ inde definita errorem parere potuisset. Illud tantummodo in eo casu timendum fuisset, ne nimia distantia parallaxim effugere, & filum penduli satis accurate perpendiculariter referre ad planum limbi, impediret. Adhuc tamen in nostris observationibus nulla unquam distantia fili a limbo fuit major ea, quæ necessaria erat ad id tantummodo, ut limbus a filo nequaquam contingeretur, sed libere penderet.

146. Reliquum est, ut videamus, quid secum ferat declinatio limbi a ductu lineæ meridianæ. Sit igitur $a'b'$ limbus sectoris jacens quidem in plano verticali ita, ut filum penduli GD transeat per ipsum in E, sed is declinet a ductu lineæ meridianæ AB angulo AEF'. Pro distantia $Z'O$ a zenith habebitur distantia ZL', sive, si polo Z concipiatur arcus LQL' occurrens meridiano in Q, habebitur ZQ, & OQ erit error, qui erit differentia ipsarum MO, MQ, si Fixa jacet ad partes oppositas polo P, ut figura exhibet; esset autem earum summa, si jaceret versus polum, & in utroque casu augeret distantiam a zenith.

Error, quem parit deviatio limbi a directione lineæ meridianæ.

Ejus determinatio generalis.

147. Porro, utcumque magna sit differentia arcuum PL', PZ, & angulus AEF', sive $L'ZQ$, quo declinat sector a plano meridiani, definiri potest error OQ. Nam in triangulo PZL' datis PZ, PL', & angulo ad Z, qui est complementum deviationis $L'ZQ$ ad duos rectos in primo casu, quem exhibet figura, & esset ipsa deviatio in secundo casu, habetur ZL', nimirum ZQ, & ejus differentia a ZO excessu ipsius PL' supra PZ in primo casu, defectu in secundo, relinquit errorem quæsitum OQ.

In casu distantiæ a zenith exiguæ, & deviationis exiguæ, principium investigationis.

148. In casu autem, in quo exigua sit ZL', & angulus $L'ZQ$ exiguus, id inveniri poterit facilius hoc pacto. Habeatur superficies $L'ZQ$ pro plana, & erit ZL' distantia a zenith observata per sectorem ad MQ, ut est radius ad sinum versum anguli $L'ZQ$, sive deviationis limbi. Præterea est ZL' ad $L'M$, ut radius ad sinum anguli ipsius $L'ZQ$, & per num. 141 est radius ad tangentem declinationis, ut sinus versus arcus $L'M$ ad sinum MO, cujus differentia ab MQ, vel summa exhibet errorem quæsitum.

Ejus determinatio pro hoc casu.

149. Patet inde ipsam MQ esse directe, ut est ZL' distantia a zenith, & ut est sinus versus deviationis limbi, qui est, ut quadratum sinus recti ejusdem, nimirum, donec is est exiguus, ut quadratum ipsius anguli. Adeoque MQ est in ratione composita ex directa simplici distantiæ a zenith, & directa duplicata deviationis penduli. Ipsius quoque MQ ratio ad MO facile eruitur hoc pacto. Sit distantia a zenith $ZL'' = d$, sinus rectus deviationis limbi $= s$, radius tabularum $= r$, cui ponatur æqualis radius sphæræ GM, tangens declinationis dicatur t, erit $L'M = \frac{ds}{r}$, & sinus versus anguli $L'ZQ$ exigui proxime $\frac{ss}{2r}$, adeoque ut r ad $\frac{ss}{2r}$, ita $ZL' = d$ ad $MQ = \frac{ssd}{2rr}$. Sinus autem versus $L'M$ tertius post $2r$, & chordam $L'M$, erit $\frac{ddss}{2r^3}$. Quare sinus MO erit $\frac{ddsst}{2r^4}$, quæ erit expressio ipsius MO æqualis proxime suo sinui. Hinc MQ ad MO, ut $\frac{ssd}{2rr}$ ad $\frac{ddsst}{2r^4}$, nimirum

mirum ut rr ad dt, vel ut $\frac{rr}{t}$ ad d. Cumque sit $\frac{rr}{t}$ cotangens declinationis, cujus t tangens, nimirum tangens distantiæ Fixæ a polo, sumpta quoque pro ZL' sua tangente, erit MQ ad MO, ut tangens distantiæ Fixæ a polo, ad tangentem distantiæ ejusdem a zenith, quod quidem theorema haud difficulter demonstraretur habita lineola MOQ pro recta, & producta donec occurrat rectis GZ, GP, & determinet tangentes arcuum ZQ, PO, sive ZL', & PL'; demonstrari enim posset esse MQ proxime tertiam post duplum prioris, & ML', at MO tertiam post duplum posterioris, & eandem ML', adeoque esse illam ad hanc, ut est tangens PL' ad tangentem ZL'; unde patet & illud, esse MO admodum exiguam respectu MQ.

150. Hinc jam facile est pro data quavis distantia Fixæ a zenith, & deviatione limbi definire aberrationem OQ. Sed videndum prius, qui error in deviatione limbi a positione lineæ meridianæ timeri possit. Si alterum extremum A congruat cum linea meridiana, & alterum B ab ea distet per unam lineam, ea distantia in linea meridiana pavimenti est maxime notabilis. Sæpe enim experti sumus etiam dimidiam conversionem unius e cochleis IF figuræ 1 accessum, vel recessum gignere admodum sensibilem; erant autem singulæ spiræ ejus cochleæ minus crassæ, quam per unam lineam. Porro cum digiti 14, quæ est longitudo AB, contineant lineas 168; figuræ 19, si fiat ut 168 ad 1, ita radius 100000 ad quartum 595, prodit sinus deviationis, quæ remanet minutorum 20. Igitur error 20 minutorum in ejusmodi deviatione ab Observatore non penitus oscitante timeri non potest. Quæ deviatio limbi timeri possit.

151. Sit jam distantia Fixæ graduum trium, sive secundorum 10800, angulus autem deviationis sit 20'. Erit ut radius = 10000000 ad sinum versum 20' = 170, ita arcus ZL graduum trium, vel secundorum 10800, ad MQ, quæ prodit 0. 18. Factis autem ut tangens distantiæ a polo nobis minimæ graduum 45 ad tangentem gr. 3, Calculus pro errore, qui inde oriri posset, qui est hic perquam exiguus.

ſive ut 1000 ad 5, ita o. 18 ad quartum, prodit pro*MO* fractio inſenſibilis, adeoque error *QO* utralibet ex parte aſſurgeret ad 18 centeſimas unius ſecundi, ſive ad ſextantem ejuſdem circiter. Sed imminuta diſtantia a zenith, & angulo deviationis adhuc magis, omnem hic itidem error ſenſum effugiet.

Poſſe tamen excreſcere.

152. Patet tamen vel hinc illud, ab hoc errore cavendum multo magis, quam a reliquis binis prioribus; ſi enim meridiana ducta a vero ſitu deflectat aliquanto magis, & aliquanto magis diſtet limbi poſitio ab ejus ductu, poteſt error excreſcere ita, ut contemni non poſſit; cum nimirum ſit in ratione duplicata anguli deviationis, adeoque in deviatione triplo majore, quam eam ſuppoſuimus, quæ nimirum aſſurgat ad unum gradum, & quæ ob brevitatem tranſverſæ regulæ, unius nimirum pedis, minus eſt ſenſibilis, quam ſit deviatio axis teleſcopii longi pedes 9 a plano ſectoris, error poteſt unum minutum ſecundum excedere, & is error ſemper auget diſtantiam a zenith. Deinde patet & illud, in ſtellis remotioribus a zenith hunc errorem multo magis augeri; augetur enim, donec ſpheræ ſuperficies ſumi poteſt pro plana, in ratione diſtantiæ ipſius, & in majoribus etiam diſtantiis non quidem in ea ratione, ſed tamen augetur plurimum, dum contra in diſtantiis exiguis minuitur plurimum.

Quid maxime cavendum in Fixis propioribus zenith, quid in remotioribus.

153. Ex utroque capite colligitur facile illud, ubi obſervandæ ſint Fixæ polo proximæ, curandum, ut limbus inſtrumenti habeat ad ſenſum poſitionem meridianæ lineæ prius ductæ, non expectandum, ut Fixa ad filum appellat momento ſuæ culminationis; contra vero, ubi obſervantur Fixæ remotiores a zenith, curandum hoc ſecundum magis, quam illud primum. Nam exiguus error in momento culminationis, ſive determinando per calculum, ſive obſervando in Fixis proximis zenith, quæ celeriter azimuthum mutant plurimum, poteſt in deviatione limbi parere aberrationem admodum ingentem, quæ ingentem errorem ſecum trahit, & contra exiguus error in angulo,

lo, quo limbus inclinatur, ingentem in remotioribus Fixis errorem secum trahit, ut vidimus, sed is ingens etiam inducit discrimen inter appulsum ad filum telescopii, ac appulsum ad meridianum, adeoque, cognito culminationis momento, etiam deviatio limbi multo minor evitatur, ac una cum ipsa evitatur error, quem ea inducit.

154. Et hoc quidem pacto videor mihi aliquanto diligentius hoc argumentum pertractasse, quam alii, qui huc usque in eodem versati sunt, præstiterint, & nostras observationes astronomicas ab omni errorum periculo vindicasse. Illud nunc superest, ut innuam, quo pacto observationibus ipsis institutis ope sectoris utendum sit, ubi eæ adhibentur ad determinandam mensuram gradus, quod nos præstitimus. Si eodem momento bini Observatores ad bina extrema puncta arcus cælestis definiendi in gradibus, minutis, & secundis definiant ejusdem Fixæ distantiam a suo zenith, summa distantiarum, si ea in loco australiore jaceat ad Boream, in borealiore ad Austrum, differentia vero, si utrobique ad eandem jaceat cæli plagam, exhibebit arcum ipsum cælestem, ut patet. Id quidem Condaminius demum, atque Bouguerius præstiterunt una cum ipso, quanquam oportuisset sane plures adhuc ejusmodi simultaneas observationes pluribus noctibus peregisse, si ex iis solis, ut inter eos convenit, arcus cælestis magnitudo definiri debuerit, ut aliarum errorculos aliæ corrigerent.

Usus observationum contemporaneară ad magnitudinem arcus cælestis definiendam.

155. Et id quidem, quod nemo ex aliis Observatoribus ante ipsos præstiterat, omnino necessarium erat, ante quam omnes Fixarum motus cogniti essent, ut tum quidem eorum aliqui erant ipsis incogniti. Cum enim interea, dum instrumentum ex altero in alterum transfertur locum, Fixæ, quæ suos itidem motus habent, locum mutent nonnihil, patet in errorem induci eum, qui distantiam unius zenith ab alio deducat per eorum distantiam a binis cæli punctis, in quibus Fixa eadem fuit, incognita eorundem punctorum distantia a se invicem. Fieri enim debet,

Ignoratis Fixarŭ motibus contemporaneas observationes esse necessarias.

debet, quod ipsis contigit, ut reductione rite facta per ejusmodi motus, & observationibus ad idem commune tempus reductis eæ maxime inter se discrepent, quæ prorsus congruere videbantur, & quæ congruunt, eæ sint, quæ maximè inter se discrepantes videbantur.

Iis cognitis id non esse necessarium, esse autem minus expeditum.

156. Verum cum ex una parte jam notissimos habeamus omnes Fixarum motus, & ex altera ad simultaneas observationes bini requirantur sectores, & vero etiam major Observatorum numerus, singulas enim observationes bini multo facilius, & accuratius perficiunt, quam singuli; supervacanea prorsus evasit ejusmodi cura, quam ob causam eodem nos sectore observationes peregimus & Romæ, & Arimini, ac observationes ipsas ad commune tempus redegimus, quod & Academici Parisienses omnes in postremis hisce perquisitionibus demum præstiterunt. Id vero etiam ex eo capite satis est opportunum, quod redactis ad idem tempus observationibus omnibus ejusdem loci, videre licet, an eæ ipsæ inter se consentiant, nec ne, quod in simultaneis, & non redactis ad idem tempus observationibus videre non licet.

Tres Fixarum motus hic considerandi: Primo quidem æquinoctiorum præcessio.

157. Tres autem sunt, ut & ego in primo opusculo innui, & Mairius in secundo, Fixarum motus, qui hìc considerari debent, nam diurnus communis, qui fit circa axem æquatoris, nihil turbat locum appulsus ad meridianum, a quo pendet in appulsu ipso distantia a *zenith* adhibenda ad arcum cælestem determinandum. Primus, & omnibus Astronomis dudum cognitus, est is, qui dicitur Præcessionis æquinoctiorum, quo puncta æquinoctialia regrediuntur singulis annis per zodiacum per 50 secunda. Eo motu Fixæ omnes progrediuntur motu annuo secundorum 50 in Orientem per circulos parallelos Eclipticæ; quo quidem motu latitudinem non mutant, mutant tamen longitudinem, ascensionem rectam, & declinationem. Cæteræ mutationes nihil faciunt ad rem nostram, postrema sola mutat locum appulsus ad meridianum. Norunt autem Astronomi, quo pacto dato loco Fixæ, sive

ſive data ejus longitudine, & latitudine, vel aſcenſione recta, & declinatione, ex progreſſu annuo in longitudinem per 50″, derivari debeat mutatio annua declinationis, nimirum acceſſus ad polum, vel receſſus. Quare, ſi obſervatio dato quodam tempore peracta reducenda ſit ad aliud datum tempus, patet, quantum diſtantiæ a zenith pro primo illo tempore per obſervationem definitæ addendum ſit, vel demendum, prout vel accedendo ad polum, vel recedendo ab ipſo, receſſerit etiam a zenith, vel acceſſerit.

158. Reliqui duo motus debentur incredibilis & patientiæ, & ſolertiæ Aſtronomo Bradleyo, cujus ob ea præclariſſima ſane noſtri ævi comperta debebit plurimum omnis poſteritas, & cum Aſtronomicis elementis perennem etiam nominis celebritatem ſervabit. Alter dicitur aberratio luminis, alter nutatio axis. Et quidem prior ille, qui multo eſt major, multo itidem accuratius tum per obſervationes, tum per theoriam definitus ita jam conſtat, ut nullus in definienda aberrationis magnitudine dato tempori debita error timeri poſſit. Eum motum præter ipſum inventorem ſuum Bradleyum plures jam, & Aſtronomi, & Phyſici ita illuſtrarunt, ut notiſſimus ſit. Eo nimirum Fixa quævis apparet nobis delata motu annuo per circellum parallelum plano eclipticæ, cujus diameter eſt ſecundorum 20, & in quo circulo ipſa Fixa occupat punctum, quod per quadrantem eſt orientalius eo, in quo in Ecclíptica eſt Sol reſpectu Terræ, vel occidentalius eo, in quo eſt Terra reſpectu Solis. Is autem circellus e Tellure oblique viſus, & ad ſuperficiem relatus ſphæræ Telluri concentricæ abit in ellipſim, cujus axis major perpendicularis circulo latitudinis, & parallelus plano eccliptícæ eſt ſecundorum 40, axis autem minor congruens cum ipſa perimetro circuli latitudinis, eſt ad axem majorem, ſeu ad 40″, ut eſt ſinus latitudinis centri ad radium.

Aberratio luminis, & nutatio axis debitæ Bradleyo. Prioris idea.

159. Norunt jam itidem Aſtronomi, quo pacto vel per

con-

Notum Astronomis quos prior effectus pariat.

constructionem, vel per calculum erui possint ex motu in eo circulo, vel in ea ellipsi mutationes omnes tam longitudinis, quam ascensionis rectæ, & declinationis, quem in usum & formulas exhibuit admodum opportunas in Parisiensis Academiæ Commentariis ad annum 1735 summus nostri ævi Geometra Clerautius. Idem autem argumentum, & ego persecutus sum dissertatione edita anno 1742, ubi & parallaxeos annuæ seorsum consideratæ, & aberrationis consideratæ seorsum, & utriusque conjunctæ simul determinavi effectus, in quibus omnibus tribus casibus ejusdem prorsus formæ, & positionis ellipsis describitur, cum eo solo discrimine, quod ad idem ellipseos punctum in primo, & secundo casu appellitur intervallo trium mensium, in tertio vero casu tempore intermedio magis accedente ad alterum ex iis temporibus, prout parallaxis, vel aberratio luminis prævalet magis. Sed jam ex observationum consensu cum sola luminis theoria constat, parallaxim nullam haberi ad sensum, & solam hanc aberrationem luminis annuam deprehendi posse. Definita autem mutatione declinationis dato tempori debita per hujusmodi theoriam, patet definiri correctionem debitam altitudini dato tempore observatæ, ut reducatur ad aliud itidem datum tempus.

Nutatio axis minus accurate cognita per theoriam unde ortum ducat.

160. Bradleyanam hypothesim nutationis axis videre est in diario Trevulsiensi ad an. 1748. mense Octobri. Is motus haud ita facile satis accurate definitur ex theoria, quæ admodum sublimis est, ac principiis nondum satis notis innititur; pendet enim, ut & annua æquinoctiorum præcessio, ab actione Solis, & Lunæ in eam terrestris molis partem, quæ assurgit a polis ad æquatorem supra sphæricam formam. Adhuc tamen, cum admodum exiguus sit, abunde, quod ad rem præsentem attinet, per observationes innotuit.

Ea ex observationibus satis ad rem præsentem definita.

161. Is motus ut eum Bradleyus deduxit ex observationibus, est hujusmodi. Ponit, locum verum poli æquatoris describere circa punctum quoddam, quod sit

ejus

ejus locus medius circulum, cujus diameter sit secundorum 9, quem quidem eodem tempore percurrat locus verus poli, quo absolvitur periodus nodi lunaris, nimirum proxime annis 18, sit autem in eo ejus circuli puncto, quod per tria signa sit promutius loco nodi ascendentis Lunæ, ut nimirum, id respondeat principio cancri, dum nodus Lunaris est in initio Arietis, ac proinde nodum Lunæ regredientem consequatur semper, & ab ipso dirigatur quodammodo & rapiatur post se. D'Alambertus, qui Præcessionis æquinoctiorum theoriam sublimi calculo investigavit, & ibidem de ipsa nutatione axis, quæ ad eam nimirum pertinet, egit calculi ejusdem ope, circulo ellipsim substituit non ita parum compressam, sed observationes Bradleyanæ motum exhibent vel circularem, vel parum admodum a circulari recedentem.

162. Quidquid de eo sit, si observationes non ita longo tempore a se invicem distent, nullus sensibilis error ex diversa circularis, vel elliptici motus hypothesi poterit in eas unquam irrepere, cum tota per annos 9 mutatio loci sit tantummodo secundorum 18, ac variatio diversarum hypothesium admodum pauca secunda pro annis 9 secum ferat. Eo autem motu fit, ut polus æquatoris quovis tempore accedat ad alias e Fixis, recedat ab aliis magis, vel minus pro diversa earum positione ad directionem arcus, qui tum describitur, plurimum nimirum ad eas, quæ sunt in circulo maximo tangente arcum, qui tum a poli loco vero describitur, ac minus, quo magis recedunt ab ipso cæteris paribus, ut si potius sint in circulo maximo transeunte per arcum descriptum, & perpendiculari ipsi arcui, ad eos tum nihil accedat, nec ab iis recedat ad sensum. Iis autem accessibus, vel recessibus fit, ut eæ Fixæ declinationem mutent, adeoque distantiam ab ejusdem loci zenith.

Nihil timendum inde ob motum nimis exiguum. Quid eo motu fiat.

163. Hinc patet in nostro casu, nihil ab ejusmodi Fixarum motibus timeri posse. Nam priores bini accuratissime cogniti sunt, tertius ejusmodi est, ut si quod dubium

Nulla ejus motus ratio hic habita, habita utriusque e reliquis binis.

Quam parum distent reliqua ab omnium medio.

167. Ab hac nimirum determinatione omnium media, reliquarum ſex binæ tantum diſtant per unum minutum ſecundum (quarum quidem etiam ſine hoc diſſenſu ratio minima habenda eſſet, cum eæ nimirum & diverſas ſtellas, & diverſa obſervationum tempora contineant, reliquis vel ſtellam habentibus communem, vel tempus,) reliquæ omnes per minuti ſecundi fractionem, quod quidem, & noſtras obſervationes omnes, & ſectorem noſtrum, quibus habitæ ſunt, & Bradleyanam theoriam, cui conſenſus innititur, mirum in modum confirmat.

Quid & obſervationes, & ſectorem commendet.

168. Verum quod obſervationes per noſtrum ſectorem habitas commendat plurimum, eſt & illud, quod in ſingulis ſeriebus obſervationum ſive Arimini, ſive Romæ habitarum ſemel tantum habetur unius ſecundi diſſenſus a medio. Quod autem ſectorem ipſum & a reliquis diſtinguit, & plurimum commendat, eſt illa mobilis regula in limbo, qua fit, ut & obſervatio, & rectificatio multo accuratius, quam in ullo alio ſectorum genere æque accommodatorum ad omnes Fixas vertici proximas obſervandas, & quidem facile præſtari poſſint. Accedit illud, quod in aliis ſectoribus, in quibus teleſcopio adjungitur micrometrum, duplex habetur ſcala rectificanda, altera diviſionum in limbo deſignatarum, vel arcus aſſumpti per partem aliquotam, dum comparantur cum radio ſectoris, altera partium micrometri, dum comparantur cum axe teleſcopii; dum hìc per unicam partium laminæ mobilis ſcalam omnia perficiuntur. Accedit autem & ſuſpenſionis, ac diſpoſitionis ſimplicitas, & firmitas, qua fit, ut per cochleas illas figuræ primæ admodum facile poſitionem debitam acquirat ſector, & breviſſimo tempore converti poſſit, ac debitam poſitionem recuperare, quam ſemel acquiſitam ope binorum illorum ponderum tenaciſſime ſervet. Sed de ipſo ſectore, & obſervationibus per ipſum habitis jam ſatis.

CA-

CAPUT SECUNDUM.

De Quadrante.

169. IN iis, quæ ad quadrantem pertinent aliquanto minus immorabor, quam in ſectore deſcribendo fecerim, tum quod in ipſo quadrante minus multa ſunt, quæ a communi quadrantum uſu diſcedunt, tum quod obſervationes, quæ ipſius ope inſtituuntur, minus delicatæ ſunt, ut nimirum errores etiam aliquanto majores admiſſi ibidem, multo minorem ſecum trahant errorem in determinando meridiani gradu. Eâdem tamen methodo utar, ut primo loco deſcribam ea, quæ in ipſo quadrante notatu digna eſſe cenſeo, tum agam de ipſius rectificatione, ac demum de obſervationibus habitis ejus ope, quæ quidem omnia nec adeo brevi evolvi poſſunt. Capitis argumentum.

170. Quadrantem exhibeo in tabula 3. Nimirum ipſum quadrantem cum pede ſuo habet figura 1 in poſitione obliqua. Ibi autem deeſt & machinula, quæ in centro excipit filum penduli pro poſitione ejus verticali, & regula, quæ mobile teleſcopium circumfert in poſitione horizontali, vel obliqua. Figura 2. continet machinulam ipſam, quæ centro apponitur, & filum penduli ſuſtinet, ac impedimentum etiam, quod apponitur ante ipſum pendulum, ut id a vento protegatur. Figura 3. refert primum limbi gradum diviſum in minuta. Figura 4 machinamentum, quod ad omnes quadrantis motus conducit habendos expeditiſſimè, & accuratiſſimè. Figura 5 quadrantem refert cum ſua regula mobili, & machinamento quodam ipſi adjecto tum ad ipſum rectificandum, & diviſiones limbi inter ſe conferendas, tum ad obſervationes ejus ope accuratius inſtituendas. Quid referant priores quinque figuræ.

171. Quoniam autem figura ipſa quinta ita exiguas exhibet ejus machinamenti partes quaſdam, quas ego quidem & novas arbitror, & admodum utiles, ut Quid tres inſequentes.

ſatis

fatis difcerni non poffint, idcirco eas feorfum delineatas propono in fig. 6, 7, & 8. Sexta quidem continet tubulum lentis ocularis, quem converto circa axem quendam ita, ut eo fummoto apparere poffit vitrum in media regula ita pofitum, ut limbum contingat, & per rectam lineam in inferiore fui fuperficie defignatam denotet minuta, ac fecunda: feptima continet machinulam, quæ ope cochleæ promovet regulam mobilem, & eafdem hic vices gerit, quas in fectore cochlea laminam mobilem promovens. Utrobique autem habetur circulus cum indice micrometri munus habens. Octava clarius exprimit, qua ratione hæc ipfa machinula quadrantis limbo adnectatur.

Quadrantis defcriptio Tab. 3. F. 1.

172. Exprimit igitur figura 1 quadrantem, in quo limbus *ADIKFEB* eft ex aurichalcho fuperinducto ferreæ regulæ, cui ferruminatus adhæret, divifus in gradus, & dena minuta, ac ope tranfverfalium rectarum, & circulorum concentricorum in fingula minuta de more. *AC*, *IC* funt binæ ferreæ regulæ, quarum pofterior & longior eft aliquanto, & telefcopium habet affixum cum micrometro mobili in *M*. In *C* habetur foramen rotundum, ut monui excipiendæ regulæ ferreæ, vel machinulæ fuftinenti filum penduli. *EGHF* eft regula, qua totus quadrans connectitur, & innititur fulcro *TVX*. Ea ad majorem firmitatem habet tam ad latus *EG*, quam ad latus *FH*, regulam tranfverfam, quarum pofteriorem figura exhibet in *FHbf*. Eft autem *TtQ* cylindrus, qui ope verticuli cujufdam in *t*, quem fig. 4. exhibet, connectitur cum regula *GEFH*, & ope trium elafticarum laminarum quibus inferitur, & quibus adftringitur per tres cochleas in *t*, *u*, *s*, & connectitur cum recipiente *TVS* connexo cum mole aurichalchica *TV*, quam excipit caput fulcri lignei *TVX*. Tres autem habet ipfum fulcrum pedes cum cochleis *YZ* de more, quibus nonnihil elevatur, aut deprimitur, vel inclinatur.

Ra-

173. Radius *AC* est pedum parisiensium proxime trium: regularum ferrearum crassitudo linearum *s*, latitudo regulæ *AC*, & *IC* linearum 30, regulæ *EH* 36, limbi *ADK* 33, transversalium *HbfF* 20. Porro limbus quidem accurate complanatus est, nec ipse, nec tota machina, quidquam inflectitur. Inflectebatur nonnihil in *t*, antequam transversas regulas *HbfF* adjecissem. Iis idcirco additis, firmissimus evasit quadrans, & omnis flexionis penitus expers. Plurium partium mensura.

174. Fulcrum *TVX* e durissimo, & compacto ligno crassitudine semipedali firmissimum fieri curavi, ut per montes impune posset vagari. Pedes tres *Zz* itidem crassi cum media columna *TXV* arcte connectuntur ope plurium cochlearum, ita tamen, ut ad faciliorem transportationem avelli possint, laxatis cochleis, ut & cochleæ *YZ* e crassiore ferro itidem extrahi possunt, & seorsum deportari. Nexus singulorum pedum cum columna media est duplex, alter ope clavi ferrei longioris rotundi quadratum habens caput in *z*, cujusmodi unum figura exhibet, & ex parte opposita procurrentis, ut in *x*, ubi convexam habet cochleam, quæ ope alterius cavæ adstringitur, alter in *z'* ex inferiori parte. Ex anulo ferreo, quo infra *x* adstringitur columna lignea, excurrunt ferrea brachiola cum foraminibus rotundis, quæ respondent spiræ cavæ ferreæ immissæ in ipsum pedem supra *z'*: in eam per id foramen immittitur cochlea convexa, & pedem columnæ adstringit ita, ut totum fulcrum evadat firmissimum. Totum machinamentum *TtQ* & *PQR* exponam in fig. 4. Fulcri descriptio, & firmitas.

175. Telescopium *LO* cum regula *IN* curavi longius radio quadrantis excursu fere pedali, quia ex una parte in exiguo illo excursu, & regulis ferreis crassioribus flexionem, quæ angulos erroneos redderet timere non poteram; ex altera vero parte erat animus ingentibus triangulis uti, quod & contigit, latere inter Sorianum, & Perusinum montem accedente ad milliaria 60. Aliquanto longius telescopium volui, quo certius dignosci possent signa in summis montibus ad collineandum disposita. Telescopium cur radio longius.

Ob-

Objectivum vitrum in *O* adnexum est firmissime summæ regulæ *N*, ut & micrometrum in *M*. Tubus omnis ex aurichalchi lamina tenui constat, sed in *O*, ubi est objectiva lens, & in *M*, ubi micrometrum excipitur, massa aurichalchica regulæ ferreæ adnexa est admodum crassa ad firmitatem.

Micrometrum telescopii fixi.

176. Micrometrum in *M* alteri ex iis massis ope 4 cochlearum arcte adstringitur, ejusmodi autem est ibi, ut habeantur 4 fila tenuissima argentea se ad angulos semirectos decussantia, intra tubulum immissa, respectu cujus moveri non possunt, quæ filo lamella elastica immissa crenæ circa tubulum excavatæ distenta tenet, prorsus ut in figur. 13 tab. 2 in sectoris micrometro factum esse exposui num. 45. Habetur autem & filum uni ex iis 4 filis parallelum, quod ope cochleæ *M* promoveri potest motu parallelo, notante interea indice conversionis partes ope circelli, de more, quæ quidem figura exhibet. Ab omni eo machinamento describendo supersedendum censeo, quia Artifex, qui cætera omnia summa & simplicitate, & dexteritate præstitit, id unum, quod tamen plurimi intererat, executus est methodo admodum composita, & partes ita disposuit, & ejusmodi cochlea est usus, ut prima itineris jactatione motus fili evaserit maxime inæqualis ita, ut per dimidiam conversionem cochleæ vix quidquam promoveretur, nec extra Urbem nancisci potuimus satis idoneum Artificem, qui machinamentum, quod nobis maximo usui futurum fuisset, restitueret. Adhuc tamen usui nobis fuit summo in quadrantis rectificatione pro altitudinibus, ut docebo inferius.

Micrometri motus circularis axem telescopii fixi.

177. Illud autem admodum accurate præstiterat Artifex, ut tota machinula habens fila fixa, & filum mobile converti posset circa telescopii axem ita, ut axis cochleæ *M* vel parallelus esse posset plano limbi, vel perpendicularis, vel utcumque obliquus, ut liberet, quod restituto micrometro utilissimum reddit quadrantem pro ob-

observationibus astronomicis pluribus, ut ex. gr. pro capienda differentia declinationis Planetæ cujuspiam & Fixæ, cum possit micrometrum disponi ita, ut filum mobile sit perpendiculare directioni motus diurni, adeoque ejus distantia a filo fixo uno ex illis 4 immobilibus differentiam declinationis exhibere, quem quidem in usum illud præceperam, ut machinula tubo inserta facile converti posset circa axem telescopii.

Alterum objectivum vitrum cum altero micrometro.

178. Porro in *M* prope ipsa micrometri fila adest alterum objectivum vitrum, & illud alterum in O, non est infixum summo vertici, sed immissum intra ipsum, & alteri tubulo insertum, quem licet nonnihil admovere micrometro *M*, vel inde removere. Ipsi autem proximum adest micrometrum constans anulo aurichalchico cum binis filis se ad angulos rectos decussantibus, & eodem pacto distentis ope lamellæ elasticæ immissæ in crenam exteriorem ipsius anuli. Is anulus est interpositus binis laminis aurichalchicis, inter quas aptari potest, ut libet, ac elevari, deprimi, & in gyrum agi, ut debita positione semel accepta, cochleis adstrictis, firmissime in eadem retineatur. Ut autem ipsam positionem ante adstrictas cochleas accuratius acquirat, ope lateralium quarumdam cochlearum impellitur, ut libet. Sed hæc innuisse sit satis.

Telescopium sirum duplex: micrometrum telescopii mobilis.

179. Eo pacto duplex habetur telescopium, ut nimirum lente oculari ad *L* objecta videantur per objectivum vitrum immissum infra O, ac ipsa lente apposita ad *O* videatur per objectivum vitrum positum prope *M*. Nec vero alterius telescopii objectivum vitrum quidquam ad sensum officit alterius distinctioni, ut ex principiis opticis satis constat. Porro, ut, quæ ad micrometra pertinent, conjungamus hic omnia, regula mobilis, quam in fig. 5 exprimit *DCEF*, & quæ telescopium adnexum habet, ea itidem in *Ff* in foco lentis objectivæ habet micrometrum ejusdem generis, constans anulo habente bina fila

se decussantia ad angulos semirectos ope similis lamellæ elasticæ bene tensa.

Machinula in centro pro pendulo sustinendo. Tab. 3. Fig. 2.

180. Figura secunda exhibet machinulam collocandam in C ad suspendendum inde filum penduli. Tota ex aurichalcho constat. LM est cochlea adnexa cylindro $IKON$, qui immittitur in foramen C figuræ 1, & si libeat e posteriore parte adstringitur ope ejus cochleæ. GH est crassa amplior circularis lamina crenam habens in GH, ex qua ope fili suspenditur machinula filum penduli a vento protegens. Eminet superficies AF minus ampla nonnihil elevata, & convexa, in qua est foramen tenuissimum in C, quod excipit acum BC, trajectam per foramen in brachiolo ADE excavatum e regione ipsius C. Potest acus extrahi de more in B, & inserta ejus cuspide in nodum fili sustinentis pendulum iterum immitti in foraminulum C.

Ejus constructio accurata.

181. Porro hanc machinulam summa cura ita perfecit Artifex, ut nihil ulterius desiderari possit. Nam cylindrus $INOK$ ita accurate tornatus est, ita accurate æqualis foramini C figuræ 1, ut licet expeditissime moveri possit circa proprium axem, nihil prorsus intra ipsum trepidare possit, & nihil omnino in latus moveri. Ipsum autem foraminulum C, circa quod ille ipse cylindrus $INOK$ tornatus est ante affixum brachiolum ADE, ita accurate respondet axi ejus cylindri, ut tota machinula gyrante circa eum axem post adjectum pendulum, quadrante in positione verticali constituto, accuratissime ipsum filum eidem semper limbi puncto respondeat, quod quidem est maxime necessarium, cum & circulorum in limbo ductorum centrum sit in ipso itidem axe foraminis C figuræ 1.

Alia ei similis pro circulis in limbo describendis, alia pro regula mobili.

182. Machinulam alteram huic simillimam sine brachiolo ADE figuræ 2 perfecit Artifex, in qua foramen in C aliquanto amplius erat, & profundius in acutissimum tamen apicem desinens, itidem accuratissime responden-

tem

rem axi sui cylindri *INOK*, in quod altera cuspis circini ferrei fidelis immittebatur, altera designante circulos concentricos in limbo figuræ 1, & hac etiam machinula circa proprium axem conversa cuspis circini eidem descripto circulo accuratissime respondebat. Regula quoque mobilis figuræ 4 cylindrum habet, quem ipsa figura non exprimit, similem prorsus huic *INOK* cylindro figuræ 2, eodem pacto accuratissime elaboratum ad tornum, quo immisso in idem foramen *C* figuræ 1 regula nullum alium habet motum, nisi circularem circa axem eumdem, & iis suis punctis ubique tangit limbi circulos, ut adeo punctum, ex quo suspenditur filum penduli, & punctum, circa quod regula mobilis convertitur, congruat accuratissime cum centro circulorum concentricorum. Acum quoque esse rotundam accurate prope cuspidem constat, ut in sectore num. 53. ex eo, quod ejus conversione circa proprium axem nihil prorsus mutetur fili positio.

Tab. 3. Fig. 2 4

Divisio in gradus: schema gradus primi. Tab. 3. Fig. 3.

183. Figura 3 exhibet primum gradum divisum in minuta ope transversalium linearum, & circulorum concentricorum de more. *AB* est circuli intimi gradus primus, *CI* primus gradus extimi. Extimum circulum Artifex summa cura in gradus divisit, & ejus divisionis peractæ ope etiam intimum. Primo quidem eodem intervallo, quo extimum circulum descripserat, centro facto in ejus puncto, quod responderet mediæ crassitudini regulæ *ACGB* figuræ 1. abscidit arcum graduum 60 versus *I*, quo bifariam secto adjecit ejus dimidium, & habuit tres arcus tricenorum graduum quadrantem complentes. Hos primum trisecuit de more, tum bissecuit, ac demum in quinas secuit partes, & omnes 90 gradus habuit, quibus binos adjecit hinc citra initium, inde ultra finem, cum aliquot minutis, qui ad regulæ limbum supererant.

Divisio graduum in minuta per circulos concentricos, & lineas trāsversales: circulorum determinatio.

184. Gradus singulos divisit deinde in partes senas, ut hunc primum in fig. 3 in *lc Ca*, *ae*, *ef* &c. Applicata regula ad centrum, & ad puncta *C*, *a*, *e*, *f* &c. obtinuit puncta *A*, *E*, *F*, *G* &c. Quare recta *CA* ad centrum tendit, ut iti-

dem ad centrum tenderent, si ducerentur *aE*, *eF*, *fG* &c. Ducendas autem curavimus rectas *Aa*, *Ee*, *Ff*, transversas de more, & rectâ *AC* divisâ in partes decem certa quadam lege circulos etiam 1r1′, 2s2′, 333′ &c. ducendos præscripsimus. Punctorum 1, 2, 3, &c. determinatio ope Trigonometriæ est admodum facilis. Si e punctis *A* & *a* concipiantur ductæ ad centrum quadrantis binæ rectæ, eæ constituent triangulum, cujus omnia latera possunt haberi accurate ex scala aliqua, angulus autem in centro subtendit minuta 10, quæ respondent arcui *AE*, vel *Ca*, & eo triangulo resoluto innotescet etiam ejus angulus in *A*. Ut habeatur punctum 1, concipiatur arcus circuli 1r1′, qui occurrat rectæ *Aa* alicubi in *r*; & si concipiatur recta ex *r* ad circuli centrum, habebitur triangulum, cujus latus ab *A* ad centrum datur, angulus in *A* inventus est in priore triangulo, angulus in centro erit unius minuti. Eo triangulo resoluto innotescet latus ab *r* ad centrum, sive ab 1 ad centrum, a quo si dematur radius intimi circuli ab *A* ad centrum, habebitur residuum ab *A* ad 1, & punctum 1. Pro puncto 2, vel 3 determinando per punctum *s*, vel *t*, satis est retento latere ab *A* ad centrum, & angulo ad *A* assumere angulum in centro minutorum duorum, vel trium, & habebitur distantia a centro punctorum *s*, vel *t*, nimirum 2′, & 3 & ita porro, donec deveniatur ad punctum 9. Hunc calculum trigonometricum diligenter instituit Mairius, & assumpta in levi charta, ac rite divisa recta *AC* æquali illi, quæ in quadrante interjacebat inter intimum circulum, & extimum, eam Artifici tradidit, qui ejus ope inventis punctis 1, 2, 3 &c. circulos duxit reliquos prioribus binis concentricos, quorum intervalla accurata esse deinde diligenti iterum instituto examine deprehendimus.

Methodus ducendi transversales rectas. 185. Et hæc quidem ad circulos pertinent; ut autem transversales lineas facilius duceret, regulæ mobili aliam regulam nonnihil inclinatam in directione primæ transversalis *Aa*, & firmissime adjunctam adstrinxit. Tum regulam

lam mobilem circumduxit ita, ut transversalis illa adjuncta regula transiret per *e*, tum per *f* &c., ac duxit acu ipsi innixa transversales omnes, in quibus ducendis, ut & in reliqua divisione omni peccavit nonnihil, nullus enim fere Artifex ita divisionem perficit, ut nulla correctiuncula sit opus, sed parum admodum, ut inferius patebit, ubi agam de methodo mihi saltem nova, qua in ejusmodi divisiones inquisivimus instrumento, quod ad ipsum excogitavi, & perficiendum curavi, & in figura 5 pluribus exponam.

186. Figura 4 exhibet machinamentum pertinens ad facilem quadrantis totius motum, & nexum cum fulcro. *COVP* est massa aurichalchica satis crassa, quae ex inferiore parte *COV* habet anulum infra circularem patinam demissum, patina autem ipsa longiorem habet crassum cylindrum. Is immittitur in foramen fulcri lignei *PX*, & proinde hic latet, caput vero fulcri inseritur in eum anulum per vim, qui ope trium cochlearum, quarum binas figura exhibet hinc, & inde ab O, ipsi adstringitur firmissime. Supra inferiorem eam patinam, & anulum, adest alia satis itidem crassa *P*, quae versus *T*, & versus *VS* habet segmentum cujusdam canalis excipientis cylindrum *TD*. Tam ejus pars illa interior in *T*, quam exterior in *V*, & *S* habet adnexas chalybeas laminas elasticas, quae immisso in eas cylindro *TD* adstringuntur cochleis *t*, *u*, *s* ita, ut cylindri motum circa proprium axem vi tantum aliquanto validiore adhibita permittant. Cylindrus ex interiore parte in *T* adhaeret massae aurichalchicae satis crassae, & ea denticulos habet ternos cum aequalibus intervallis, quibus inseruntur totidem denticuli massae *B* itidem amplioris, crassiorisque ex aurichalcho, quae per 8 cochleas, quarum quaternas videre est hinc, & inde a *B*, quaternae post T latent, adstringitur regulae ferreae *EGHF*, quae eadem est, ac regula *EGHF* figurae 1. Denticulos autem omnes axis trajicit, cujus ope cylindrus *TD* firmissime adhaeret toti quadranti, & facile admodum circa eum axem convertitur.

Machina pro inclinando quadrante utcumque. Tab. 3. Fig. 4.

187.

Arcus circularis cum cochleis pro quadrantis positione stabili.

187. *GgeE*, *HhfF* sunt transversæ illæ regulæ ferreæ, quæ regulam mediam *GHFE* figuræ 1 inflexilem reddunt. Eæ ipsi uniuntur hic per cochleas plures *A*, *A*, quæ ipsi mediæ regulæ adstringunt ferreos vectes ipsis tranversis regulis adhærentes: Demum *KLM* est arcus quidam ferreus. Is adhæret regulæ ferreæ *K* per binas cochleas adstrictæ ad regulam *GEFH*, sed cohæsio ejusmodi fit per axem, circa quem libere convertitur ipse arcus: immittitur autem in aperturam inter bina ferrea parallelepipeda procurrentia e cylindro versus *D*, quorum alterum habet in *I* cochleam, quæ ipsum arcum *LM* premendo adstringat ad alterum, & omnem ejus ulteriorem procursum impediat, alterum vero in *i* habet cochleam versus extremum suum marginem, quæ ultra ipsum arcum jacet, eumque interius relictum impedit, ne laxata cochlea *I*, dum quadrans elevatur magis, vel minus, procurrat versus *D*, & elabatur.

Tres liberrimi motus quadrantis.

188. Hic patet ope hujus machinamenti quadrantem habere tres liberrimos motus, primum circa axem verticalem infra *P*, secundum circa axem horizontalem *TD*, tertium circa axem in *B* collocatum, quorum motuum ope positionem quamcumque admodum facile acquirit, & acquisitam servat.

Machinamentum pro rectificatione.
Tab. 3. Fig. 5.

189. Figura 5 exhibet quadrantem ipsum cum telescopio fixo *LCN*, & regula mobili cum telescopio *DEFf*. Porro in hac figura telescopium abrumpitur in *Ff*, initio divisionis limbi, ubi habetur micrometrum, ei regulæ adjecta sunt bina machinamenta. Primum est *GMABHEbbamG*, e ferreis regulis ita compactum, ut magna perimetri sui parte sequatur ductum quadrantis ab *A* ad *M*, a *B* ad *H*, & ultra, ac itidem ab *a* ad *m*, & a *b* ad *h*, & ultra, relinquit autem conspicuas limbi divisiones, & ab *A* ad *a* procurrit ultra 45 gradus. Totum id machinamentum quatuor cochleis adstringitur regulæ ferreæ binis inter *E*, *F*, & binis inter *e*, & *f*, ita tamen, ut iis cochleis laxatis totum una demi possit, relicta libera re-

guła

gula, & telescopio. Secundum machinamentum est inter *Ii* versus *G*, quod itidem ope 4 cochlearum ipsi ferreæ regulæ adstringitur, & in fig. 7, ac 8 evidentius patet majore scala expressum.

190. Id etiam auferri potest, quo ablato relinquitur regula ferrea prorsus libera inter *Ff*, *Ii* usque ad extremum limbi, quæ quidem habet ibidem fenestram cum vitro politissimo, in quo vitro medio est lineola recta, quæ ad centrum quadrantis dirigitur. Hanc fenestram tegit tubulus ocularem lentem ferens, qui quidem hic confusionis vitandæ gratia non exprimitur, sed jacet in directum cum reliquo tubo *DF*, cum quo ita connectitur in vertice inter *Ff* ope axis, circa quem converti potest, ut possit elevari, & converti supra reliquum tubum inter *Ff*, & *Ee* ea ratione, quam exhibet fig. 6. Ibi *EFfe* est idem tubus, ac in fig. 5. *IK*, *HL* sunt bina fila se ad angulos rectos decussantia: ea continentur annulo latente, post laminam, quæ cochleis *D*, *D*, *D*, *D* adstringitur cylindro extanti in *BGMF* supra tubum *Ee*, & anulum concludit. *G* est una e cochleis, quæ ante adstrictas cochleas *D* eum interiorem anulum fila continentem urgent, & in debita positione locant. *AB* est axis, circa quem convertitur tubus *FM'f'O*, qui circa *Nn* habet interius ocularem lentem, & in *O* aperturam, ad quam oculus applicatur. Porro ubi observandum est per telescopium regulæ mobilis, convertitur tubus *F'f'O* circa axem *AB*, ut partes *FM'f'* congruant cum *FMf*, & is ipse tubus jaceat in directum cum tubo *FfEe*. Observatione peracta, ubi per regulæ fenestram videndum est, quos gradus minuta, & secunda indicet linea illa recta designata in superficie inferiori vitri additi regulæ ferreæ figuræ 5 inter *Ff*, & *Ii*, tum hic tubulus lentem ocularem ferens convertitur ita, ut positionem acquirat figuræ 6, & liberam relinquat fenestram ipsam.

Fenestra regulæ mobilis cum vitro motus tubi ocularis inde removendi. Tab. 3. Fig. 5.

191. Exponendum est nunc machinamentum illud inter *Ii*, & *G*, quod in fig. 5 ægre conspicitur, in 7, & 8 multo

Machina pro regula mobili promovenda cũ micrometro.

Tab. 3. Fig. 5 7 8

multo est evidens magis, sed ob partium plurium varios situs admodum difficulter verbis exprimitur. In fig. 7 est *AabB* facies superior limbi, quam videmus oculo supra ipsam collocato, *BC*, *bc*, *ah* ejus crassitudo; in fig. 8 *BC*, *bc*, *ah* est crassitudo eadem, & *Ccb'H'* facies limbi inferior, quam videmus oculo collocato infra ipsum: utrobique autem ita designata sunt schemata, ut viderentur oculo in infinita distantia constituto oblique nonnihil, projectione istrumenti facta per lineas parallelas, quod & in superioribus est præstitum, alterata aliquando projectione ipsa nonnihil, ubi id ad clariorem partis cujuslibet descriptionem necessarium esse censuimus.

Plures ejus machinæ partes.

192. *TY*, *ty* sunt utrobique bini, ut eos in Italia vocant, morsus, quos inter se nectit lamina crassior ferrea, quam in fig. 8 videre est in *I'L'li*, qui morsus ope binarum cochlearum *M'm'* urgentium inferiorem limbi faciem ipsi limbo, ubicumque libet, tenacissime adstringuntur. Ne autem superiores eorundem morsuum partes *Tt* superiorem lædant limbi faciem politam, dum adstringuntur, easdem pelle obduximus circumquaque. Morsui *ty* utriusque figuræ adhæret circulus, per quem trajicitur cochlea *uV*, cujus manubrium *Zu*, index *ux*, qui quidem index in ejus circuli peripheria singularum conversionum partes designat. Trajicitur ea cochlea per parallelepipedum longius aurichalchicum habens spiras cavas exacte æquales convexis ejus cochleæ, ac deinde per foramen *V* brachioli adnexi alteri morsui T, ubi anulo *D* excipitur, & cochlea *E* cogitur eadem semper sui parte fulcris *u*, *V* interjacere. Illud parallelepidedum habet binos cylindros in fig. 8 *P*, *p*, qui in fig. 7 inseruntur binis laminis. Superiorem *MNOPonm* figura exprimit, inferioris exhibet initium in *L*, & *l*, tum solum dexterum limbum in *lqrs*, quæ quidem in *lq* supponitur regulæ ferreæ *QFfq* deferentis telescopium mobile, & fenestram *EDde* armatam vitro cum linea recta media *GH*: inflectitur autem in *q* ad angulos rectos, & crassitudinem limbi

limbi comitatur, tum iterum in *r* ad angulos rectos inflectitur, ut planum *rs* parallelum sit plano *mnoP* regulæ, & limbo, ac inter ea plana parallela concludatur parallelepipedum ipsum insertum alteri per cylindrum *P*, alteri per *p* figuræ 8.

193. Lamina superior cum inferiore connectitur per cochleas *M*, *m*; inferior cum regula ferrea per cochleas *L*, *l*, utraque cum eadem per cochleas *N*, *n*. Inde fit, ut adstrictis cochleis *M'm'* figuræ 8, movendo cochleam *uV* ope manubrii *Z*, moveri debeat in fig. 7 regula *FQqf* per limbum cum fenestra *DEed*, & linea recta *GH*, quæ quidem per divisiones excurret, ac index *ux* indicabit partes singularum conversionum, a cujus appulsibus ad initium numerationis ejus circuli numerari possunt integræ conversiones. Porro ut cochlea *uV* converti possit, debet esse accurate recta, punctum autem *P* debet ferri motu circulari circa centrum quadrantis. Id in causa est, ut instrumentum ejusmodi adhiberi non possit nisi pro eo exiguo arcu, qui haberi possit pro rectilineo; cujusmodi fere est etiam arcus unius gradus, curvaturâ gradus dimidii hinc, & inde a medio nihil ad sensum removente punctum *C* a centro quadrantis, vel limbo; removetur enim per sinum versum gradus dimidii, qui continet e partibus radii 100000 minus, quam 4. Reliquæ ejus partes.

194. Verum quoniam interea præter distantiam a limbo prorsus insensibilem mutatur directio rectæ tendentis a *P* ad centrum quadrantis, ut parallelepipedum *A'a'* possit habere positionem quamcumque ad eam rectam, idcirco is non est adnexus immediate ipsi regulæ ferreæ, sed ope cylindrorum *P*, *p* figuræ 8 inseritur ita laminis illis binis figuræ 7, ut intra earum foramina converti possit. Ut autem æquali motui indicis respondeat æqualis motus parallelepipedi cum suo cylindro *P*, & regula, ac vitri linea, illud in primis curandum fuit, ut præter accuratam spirarum æqualitatem, axis cochleæ *uV* esset accuratissime perpendicularis plano circu- Quid curandum ut æquali motui indicis respondeat æqualis motus regulæ.

 li,

li, planum ipsum accurate levigatum esset, & accurate congruens plano manubrii in *u*, ut itidem in *V* cochlea cohibeatur per similem congruentiam planorum perpendicularium axi cochleæ. Demum distantia inter *u*, & *V* nihilo major esse debet inter foramina cochleam excipientia, & cochleam ipsa, quæ excipitur, ne nimirum promoveri cochlea, & parallelepipedum, ac regula possit quidquam alia ratione, quam ipsius cochleæ conversione. Ea omnia tum demum obtinuit Artifex, cum post brachii *TV* foramen *V* apposuit anulum *D'* bene complanatum, & levigatum ad partes *V*, quem ipsi appressit ope cochleæ convexæ *F'E'* inserta cochlea cava *E'*, qua ubi validissime appressit ipsum anulum *D'* brachio *V*, & ipsum brachium, quantum per metalli elasticitatem liceret, coegit accedere ad *u*, conversione continua cochleæ id effecit, ut illæ ipsæ facies, quæ se contingunt in *D'*, & *u*, se attererent, & attritu ipso acquirerent accuratissime positionem perpendicularem axi cochleæ circumactæ, cujus motui deinde idcirco motus regulæ accuratissime obsecundavit.

Qua ratione regula ferrea ab iis machinis liberari possit.

195. Laxatis autem cochleis *Mm'* figuræ 8, tota machina una cum regula ferrea, & telescopio circumduci potest per quadrantem liberrime, & ibi demum adstringi ipsarum cochlearum ope, & affigi limbo quadrantis, ubi libuerit; sine qua affixione, motu cochleæ *uV*, non movetur regula, sed hæc ipsa machina, accedente ad regulam altero e morsibus *T*, *t*, altero recedente. Laxatis vero præterea cochleis *L*, *l*, *N*, *n*, tota hæc machina avellitur a limbo, & a regula, quæ cum suo telescopio circumducitur, ut in quadrantibus communibus.

Machinarum earundem constructio extra Urbem frustra tentata.

196. Hæc ad constructionem pertinent quadrantis, cui quidem binas machinas postremo descriptas loco, hanc nimirum expressam in figura 7, & 8, & illa ferrea septa *AB ba* figuræ 5 adieci Romam demum regressus, nullo Arimini, nec uspiam alibi satis idoneo Artifice

reper-

reperto, qui primam illam machinam perficeret, quâ regula ope cochleæ promoveretur, indice partes singularum conversionum denotante. Pluribus enim methodis id ipsum Arimini conatus Artifex ceteroquin ingeniosus, nunquam obtinere potuit, ut promoveretur regula æquabiliter motu cochleæ æquabili, cum nec satis æquabiles spiras perfecerit, nec cochleæ axem satis accurate collocarit unquam. Id ipsum autem Rufus Romanus noster machinamentorum Artifex admodum feliciter, & ingeniosissime præstitit.

Recta partium omnium dispositio: qui obtineri posset parallelismus axium telescopiorum.

197. Jam de recta partium omnium dispositione dicendum est, ubi de omni rectificationum genere agendum una, & in eo de usu postremæ utriusque machinæ, tum ad usum quadrantis, & observationes eo habitas faciendus gradus. Primo quidem, quod pertinet ad telescopia, curandum, ut eorum axes sint quamaccuratissime fieri possit, paralleli plano quadrantis, de quo parallelismo pluribus egimus primo capite, ubi de sectoris telescopio, & innotescunt Astronomis methodi id ipsum præstandi. Id quidem Artifex noster satis diligenter curaverat; constabit autem inferius, nisi deviatio ejusmodi sit satis magna, in iis observationibus, ad quam adhibitus est quadrans, & quæ majoris momenti sunt, errorem haberi inde insensibilem. Porro ad id obtinendum facilius plurimum conduxit illa filorum micrometri mobilitas, quæ fila anulo inserta, mobili primum, deinde cochlearum ope affixo, ultro utroque ante affixionem moveri sinebat, donec recta transiens per filorum intersectionem, & punctum pertinens ad axem objectivi vitri debitam positionem acquireret.

Examen rectæ dispositionis filorum micrometri.

198. Quod attinet ad ipsa fila, an ea se ad angulos rectos intersecarint in omnibus tribus micrometris, binis nimirum telescopii fixi, & unico telescopii mobilis, ac in illorum altera reliqua fila ad angulos semirectos, id vero, ut pariter in sectoris micrometro diximus, facile definiri potest, an rite perfectum sit, conferendo fila

 ea-

eadem cum rectis in charta ductis ad eosdem angulos, oleo etiam affusa, si opus fuerit. Debet autem alterum ex illis filis ad angulos capiendos, & altitudines observandas esse plano quadrantis parallelum, alterum perpendiculare. Id quidem an ita se habeat, facile definire licet pro telescopio fixo, constituendo quadrantem in situ verticali teste filo penduli, quod limbum perradat, tum videndo, an alteri pendulo libere demiso, respondeat unum e filis micrometri. Idem pro eodem telescopio fixo facile sæpe definivimus ad maris littus, constituto eodem pacto plano quadrantis in plano verticali, & notando, an adducto ad horizontem a mari definitum telescopio, filum, quod plano ipsius quadrantis perpendiculare esse debet, cum eodem horizonte congrueret accurate. Pro regulæ mobilis micrometro, cum qua in nostro quadrante pendulum e centro demissum conjungi non poterat, collocandus erat quadrantis limbus in plano horizontali, teste libella, tum videndum, an cum altero e filis ejus micrometri congrueret filum penduli ante ipsum micrometrum libere demissi.

Quæ sit optima dispositio filorum micrometri in omnibus iis telescopiis.

199. Optima constitutio filorum utriusque micrometri telescopii fixi ea est, in qua utraque recta per intersectionem filorum ducta, & punctum pertinens in utraque lente obiectiva ad ejus axem, quam hic itidem, ut in sectoris telescopio, dicemus axem telescopii, sit parallela extremo quadrantis radio, sive illi rectæ, quæ a centro quadrantis ad nonagesimum tendit gradum, & in telescopio regulæ mobilis est ea, in qua axis ipsius sit eidem primo radio parallelus, ubi linea in vitro regulæ ipsius designata congruit cum fine nonagesimi gradus quadrantis, nimirum, ut ejus axis sit parallelus rectæ in vitri superficie designatæ; ea autem ipsa recta debet accurate dirigi ad centrum quadrantis.

Accurata positio rectæ in vitro laminæ mobilis qui obtineri possit.

Tab. 3. Fig. 2 3

200. Porro hæc accurata ejus rectæ directio an habeatur, facile videri poterit, & facile obtineri poterit, ut habeatur. Satis erit adducere regulam mobilem ad quadran-

drantis initium ita, ut linea vitri appellat ad rectam *AC* figuræ 3 designatam a centro in quadrantis limbo in ipso quadrantis initio. An autem hæc ipsa recta tendat ad centrum, videre licebit apposita machinula figuræ 2 pro regula mobili, & filo acui inserto, quod si tensum ab acus cuspide ad *C* transeat per *A*, ostendet rectam *CA* dirigi ad centrum, quod Noster quidem Artifex accurate præstiterat. Apposita autem regula, ita vitrum in ejus fenestra aptandum erit, ut illa ejus linea accurate congruat cum ea recta *CA*, quam ipsam ob causam fenestra vitro ad margines oblique secto, ut in eam immissum possis limbum contingere, aliquanto amplior esse debet, quod quidem ubi obtentum fuerit, tum vero cera, vel gummi agglutinandum est ipsi regulæ vitrum.

Optimæ positionis filorum micrometri defectum suppleri posse.

201. Haberi possunt plures methodi, tum ad explorandum, utrum axes telescopiorum habeant illam directionem, quam optimam diximus, tum ad id præstandum, ut eam obtineant. Sed & molestiores aliquanto sunt eæ methodi, & facile admodum suppleri potest usus ejus directionis, ac effectus deviationis corrigi, habendo ejus rationem in observationibus. Quomodo autem id factum a nobis sit, dicemus infra, ubi de usu quadrantis tum ad determinandos angulos rectarum ad bina obiecta tendentium, tum ad capiendas altitudines supra horizontem, vel depressiones infra.

Examen plurium, qui fiat, expositum jam esse; examen divisionum difficilius.

202. Quo pacto videri possit, an centrum axis regulæ mobilis, cum puncto, ex quo pendet filum penduli suspensum ex cuspide acus, & cum centro circulorum in limbo designatorum congruat, vidimus aliquanto superius, quæ in nostro quadrante omnia accurate præstita fuisse diximus, ex quo pendet & illud, ut circuli in limbo nimirum *AEB*, *1r1'* &c. sint accurate descripti. Vidimus itidem, qua ratione circuli ipsi ducendi sint ita, ut debita a se invicem habeant intervalla, & explorandum, an eadem habeant re ipsa. Cæterarum divisionum explorandarum cura est operosior multo, quæ omnes ut admodum

dum accurate se habeant, vix ullus unquam perficiet Artifex, saltem citra aliquot secundorum errorem. Porro non est satis nosse tantummodo haberi aliquem errorem, sed pro singulis divisionibus, saltem iis, quæ adhibitæ sunt, oportet determinare accuratissime erroris ipsius magnitudinem. Ea dicitur rectificatio divisioum limbi, pro qua plures methodi inventæ sunt. Ea mihi res negotium ingens facessit, donec illud inveni demum instrumentum, quod habetur in fig. 5, cujus ope res ea præstari potest quam libuerit accurate.

Usus quadrantis ad angulorum mensuram. Tab. 3. Fig. 5.

203. Quæ ad ejusmodi rectificationem pertinent, facilius intelligentur, si proponatur ob oculos methodus, qua ope regulæ mobilis anguli determinentur. Dirigatur in fig. 5 telescopium *LN* ad punctum quodcumque, telescopium autem *GCD* liberum ab omni machinamento *ABba* ad aliud obiectum, & sit *C* intersectio axium eorum telescopiorum. Si axes telescopiorum essent *rite dispositi*, arcus inter finem quadrantis ad *KI*, & lineam vitri inter *FI*, *si* exhiberet angulum *NCD*, exhiberet enim angulum *GCL* ipsi ad verticem oppositum. In eo casu satis esset notare, quem angulum designet linea ipsa mobilis ab initio numerationis, quod esse solet versus *AB* ad ipsam ejusmodi lineam, & eum numerum demere a gradibus 90; residuum enim exhibet angulum quæsitum.

Quomodo corrigendus defectus parallelismi axis telescopii fixi & radii postremi quadrantis.

204. Quod si axes illi non sint rite dispositi, sed vel axis telescopii fixi, vel axis telescopii mobilis in ea positione, in qua linea vitri transit per finem gradus 90, habeat deviationem aliquam a radio transeunte per ipsum finem gradus 90, satis est semel adducere telescopium mobile ita, ut ejus filorum intersectio ad idem obiecti punctum dirigatur, ad quod dirigitur intersectio filorum telescopii fixi, & notare quot gradibus, minutis, & secundis procurrat linea vitri ultra gradum 90, vel contineatur intra ipsum, & angulo prius definito satis erit addere semper in primo casu eum arcum, demere in secundo.

205.

205. Quod si etiam axis telescopii fixi *LN* non esset parallelus plano quadrantis, esset tamen axis telescopii mobilis, quo casu non posset ad idem obiectum dirigi intersectio filorum utriusque, satis esset plano quadrantis disposito, ut per bina illa objecta transiret, dirigere regulam mobilem prius ad alterum, tum ad alterum ex iis obiectis, quadrante interea immoto, & assumere differentiam arcuum a vitri linea denotatorum in ejusmodi binis positionibus telescopii mobilis. Immobilitatem vero quadrantis potest interea denotare etiam telescopium fixum *LN*, notando, an idem semper cujuscumque alterius obiecti punctum sit in intersectione filorum ejusdem; licet enim ita moveri posset interea quadrans, ut axis ejus telescopii immotus maneret, is tamen casus esset in immensum improbabilior casu, in quo ipse etiam moveretur. Sed nos illum parallelismum axium eorum cum quadrantis plano curaveramus, quo fiebat, ut intersectio filorum utriusque telescopii ad idem obiecti punctum adduci posset. Per solum mobile telescopium rem perfici, fixo aberrante, quantum libuerit;

206. In omnibus igitur hisce casibus videndum est semper, quem illa vitri linea designet numerum graduum, minutorum, & secundorum. Id quidem hoc pacto obtinetur. Exprimat in fig. 3 *A* initium gradus cujusvis, *B* finem. Si illa linea transeat per *A*, vel *B*, patet indicari numerum graduum accuratum. Si transeat, ut *KL*, vel *K″L″* per *F*, vel *G*; numero graduum pertinenti ad *A* addenda erunt 20, vel 30 minuta, quo quidem casu transibit itidem per *e*, vel *f*, si transversales lineæ accurate sunt ductæ, & divisiones primi, ac postremi circuli accurate præstitæ. Si transeat ut *K′L′* inter *F*, & *G* per *xx′*, addendus erit præterea arcus *Fx* minutorum decadibus, qui quidem quot minutis primis valeat, ac secundis, ostendent transversales lineæ. Nimirum si transeat per intersectionem ipsius transversalis cum aliquo e circulis intermediis accurate, habebitur aliquis minutorum numurus accurate, ut si transeat per intersectionem *Q* cum quar- Quo pacto videatur, quem numerum designet regula mobilis graduum, & minutorum. Tab. 3. Fig. 3.

quarto, vel *R* cum quinto, addenda erunt 4, vel 5 minuta binis decadibus.

Quo pacto secundorum numerus æstimatione determinandus.

207. Quod si transeat inter binas ejusmodi intersectiones, ut *Q*, & *R* per punctum quoddam *S*, facile patet numerum secundorum, qui integris minutis addi debent, haberi quamproxime, si fiat, ut *QR* ad *QS*, ita 60 ad numerum quæsitum. Ea ratio immediate admodum difficulter solo oculorum judicio definitur, sed si ipsa recta *K'L'* occurrat circulo superiori in *T* inferiori in *V*, & ope lentis satis convexæ aspiciantur *QT*, & *VR*, & numerus 60 in earum ratione dividatur, admodum accurate definiri poterit numerus secundorum debitus *QT*. Nam si *QT* videatur æqualis *VR*, erit ipsi tribuendus numerus 30 secundorum; si vero videatur dupla ipsius, habebitur numerus 40. Porro inter æqualitatem, & rationem duplam tantum intercedit discrimen, ut plurimas intermedias rationes liceat solo oculorum judicio discernere, adeoque cum illud ipsum discrimen secum trahat minuta secunda 10, patet intra admodum pauca secunda judicari posse de numero ipso secundorum.

Ejusmodi determinatio accuratior per micrometrum commune, vel novum.

208. Hujusmodi determinationem supplere potest micrometrum commune, ut inferius exponam, eandem autem accuratissime præstare potest meum micrometrum machinulæ, quam exhibet figura 7. Nam si ejus ope promoveatur regula, donec primo linea vitri transeat per *Q*, tum per *R*, & notentur numeri, quos index micrometri notabat in tribus positionibus *Q*, *S*, *R*, fieri poterit, ut intervallum inter primam, & tertiam ad intervallum inter primam, & secundam, ita 60 ad numerum quæsitum, vel facilius, si semel cognoscatur, quot particulis micrometri respondeat unum minutum, & fiat tabella, quæ partes ejus micrometri reducat ad minuta secunda de more, habebitur ex sola prima, & secunda positione numerus, qui exhibeat secunda debita *QT*. Nobis quidem & commune micrometrum labefactatum fuerat, ut supra monui, & qui ipsum restitueret, ac hoc novum,

quod

quod tum excogitavi, satis accurate perficeret, nusquam ante quadrantem post observationes fere omnes peractas reportatum in Urbem idoneus Artifex est inventus.

209. Hinc superioris numeri methodo usi sumus, & semper observatione quavis peracta, seorsum ex ratione inter *QT*, *VR*, vel ubi punctum *S* ad alterum e punctis *Q*, *R* proxime accederet, e ratione inter arcum circuli superioris, & inferioris eodem puncto æstimabamus secundorum numerum, tum æstimationes nostras conferebamus, in quibus plerumque consentiebamus intra duo, vel tria secunda, vel aliquando ad summum 5; ac ubi satis consentiremus, assumebamus determinationem intermediam; ubi dissensus erat aliquanto major, iterum, atque iterum lente adhibita judicium nostrum revocabamus ad examen, qua diligentia effectum est, ut exigui admodum ex eo capite errorculi in nostras observationes potuerint irrepere. . . . .

Methodus adhibita ad secundorum æstimationem. Tab. 3, F. 3.

210. Hoc quidem judicium in singulis angulorum determinationibus semel tantum instituendum nobis fuit, methodo adhibita, quæ rectificationis quoque laborem, & erroris metum in rectificatione ipsa imminuit mirum in modum. Nam ubi directo telescopio fixo in alterum objectum, & mobili in alterum, videbamus, qui angulus proxime obventurus esset, collocabamus regulam mobilem ita, ut linea vitri transiret accurate per initium gradus proximum, quo præstito movebamus totum quadrantem ita, ut intersectio filorum telescopii mobilis transiret per alterum obiectum, ac telescopii fixi filum mobile (quod ut plano quadrantis perpendiculare esset, rite convertebamus totum micrometrum in ipso observandi initio, ac aderat perenne signum, quo ea positio dignosceretur) donec in ejus intersectione cum filo fixo sibi perpendiculari alterum objectum esset. Tum vero regulæ mobilis telescopium ita movebamus, ut ejus filorum intersectio ad idem objectum appelleret adhuc in eadem priore intersectione persistens, & notabamus

Æstimatio semel tantum in singulis observationibus necessaria.

in arcu postremi gradus, vel penultimi, locum quem linea vitri indicaret; ac notabamus numerum graduum integrum pro primo objecto, & numerum graduum, minutorum, ac secundorum pro secundo,

Rectificatio quadrantis inde longe facilior.

211. Id autem, satis patet, debuisse rectificationis necessitatem minuere mirum in modum. Satis enim erat ad ejusmodi angulos accurate habendos rectificare totum nonagesimum, & nonagesimum primum gradum, ac sola initia, & fines reliquorum, quanquam ad altitudines, & depressiones habendas bini etiam hinc, & inde ab initio divisionis gradus rectificandi fuerint toti. Porro pro initiis graduum, quæ ad faciliorem rei explicationem adhibui, nos & in observatione, & in rectificatione usi sumus potius initiis cum uno minuto, punctis nimirum *r* pro punctis *A*, quia usu deprehendimus, ubi divisio facta sit per lineas transversales, multo evidentius cognosci transitum rectæ lineæ, ut fili penduli, vel illius incisæ in vitro, per intersectionem duarum linearum, ut *Ara*, *1r1'*, quæ habetur in *r*, quam per concursum binarum *Aa*, *AB*, qui habetur in *A*, præter quam quod in nostro quadrante transversales lineæ sunt admodum nitidæ in omni suo tractu, & multo magis, quam in initio, vel fine, in primo nempe, & postremo circulo. Idcirco pro altero objecto semper notabamus certum graduum numerum cum uno minuto.

Quæ ad praxim pertinent fusius hic exposita, ut omnino fieri par est.

212. Hæc ita fusius hic exposui, ut quæ a nobis industria inter observandum adhibita sit, innotescat, nec in progressu eo in genere quidquam iterum addendum sit. Spero autem iis, qui practicam exercent Mathesim, hæc ipsa minutiora fortasse, quam par esse fastidiosiores quidam credituri sunt, nec ingrata fore, nec inutilia, & illud maxime optandum censeo, ut quæ usu, atque exercitatione sibi quisque ad facilius accurate observandum præsidia parat, edat in publicum in aliorum utilitatem, qui eandem exercent artem. Sed hisce præmissis, multo jam pronior ad rectificationes exponendas se pandit via.

213. Et quidem hisce expositis maxime omnium & certa, & accurata methodus revocandi ad examen divisiones quadrantis esset hujusmodi. In aperta, & accurata planitie ope tigillorum, cujusmodi ea sunt, quæ adhiberi solent in basis dimensione, ut in primo opusculo exposui, & exponam iterum in hujus opusculi quarti capite tertio, capiatur mensura rectæ lineæ aliquanto longioris, ut 1000 hexapedarum. Tum in altero ejus extremo constituatur centrum quadrantis, ex altero determinetur directio ipsi perpendicularis, in qua collocentur tigilla ipsa situ horizontali, quæ quidem tigilla optimum esset, si aliquem continerent hexapedarum numerum accuratè, ut ternas singulæ, ipsarum autem latera verticalia ita divisa essent, ut singulæ hexapedæ in partes denas, harum singulæ in alias denas lineis, & numeris adscriptis divisæ essent. Collocatis primis tribus tigillis, quæ jam continerent partes centesimas millesimas 900, & ita dispositis telescopiis, ut filum verticale telescopii mobilis respiciat initium primi tigilli, linea vitri regulæ mobilis congruente cum initio divisionis, filum autem verticale telescopii fixi idem initium respiciat, retinendo semper telescopium fixum in hac positione, & movendo regulam ita, ut successivè linea in vitro designata denotet unum minutum, tum duo, tum tria, & ita porro, liceret determinare tangentes respondentes omnibus arcubus quadrantis usque ad dimidium gradum, translato autem primo tigillo post tertium, ubi ejus usus desiit (quod ipsum indicari posset manu, vel linteolo, ab eo, qui ad quadrantem observat, iis qui tigillorum curam habent) & ita porro, liceret progredi labore continuato usque ad 1000 hexapedas, nimirum usque ad 45 gradus, ultra quem limitem tangentibus excrescentibus, posset secundus semiquadrans eodem modo explorari simul & ipse; atque ita singuli arcus minores gradibus 45 haberentur immediate, majores autem per binorum immediate habi-

Ratio omnium accuratissima revocandi ad examen divisiones quadrantis.

 torum

torum ſummam, quin poſſent errores excreſcere ex pluribus erroribus conſpirantibus collecti.

Quam ſit accurata.

214. Porro in hac methodo unius ſecundi error facile evitaretur. Nam in diſtantia mille hexapedarum teleſcopio pedum trium, vel 4 facile admodum diſcerni poſſet centeſima hexapedæ pars, quæ uno pollice eſt paullo minor, quin & ejus dimidium, & unius ejuſmodi partis error initio ſecum ferret errorem in angulo duorum circiter ſecundorum, in fine unius tantum, ut facile ex tabulis ſinuum colligitur.

Ejus difficultas. Methodus altera

215. Hæc methodus & operoſior eſt, & campum requirit ad rem perficiendam idoneum, cujuſmodi nos nuſquam invenimus. Aderat altera methodus, qua diverſæ quadrantis partes inter ſe conferrentur, totus autem quadrans quater circumductus in gyrum cum toto circum horizonte. Si enim comparentur primum bini ſemiquadrantes inter ſe, vel potius terni trientes, nimirum triceni gradus, tum trientes horum, ſive gradus deni, tum horum dimidia, nimirum gradus quini, tum gradus ſinguli, dividendo prius gradus 90 in ratione inventa in tribus trientibus, tum ſingulos trientes in ratione inventa in denis gradibus, & ita porro ea methodo, quam pro ſectore expoſui ſupra n.85, poſt 4 ejuſmodi operationes habentur omnes arcus integris conſtantes gradibus, & in prioribus tribus ſinguli ſingularum determinationum errores committi poſſunt, in poſtrema duplex error. Eodem pacto & dena minuta, & ſingula inter ſe conferri poſſunt, ſed ſingulorum collatio, ſi tranſverſæ lineæ deprehenſæ fuerint rectæ, ſupervacanea erit, nam collatis inter ſe denis minutis circuli intimi, & extimi, inde facile eruitur correctio pro mediis. Hoc pacto pro ſingulis arcubus obtinetur correctio ex hypotheſi, quod totus quadrans exactè quartam circuli partem contineat, a qua ſi quidquam diſcrepans inventus fuerit, & fiat, ut gradus 90 ad arcum quemvis, ita ea differetia ad quartum, invenietur id, quod in ſingulis arcu-

arcubus ex eo capite præterea corrigendum erit, & habebitur totius quadrantis accurata correctio.

216. Comparatio autem partium quadrantis inter se fieri solet, observando bina objecta, ad quorum alterum terminetur intersectio filorum telescopii mobilis, lineâ vitri monstrante initium numerationis, ad alterum eâdem lineâ monstrante finem arcus conferendi, ut finem graduum 45, tum iterum disponendo telescopium ita, ut centro ibidem manente primum objectum respondeat positioni secundæ priori, sive fini graduum 45, & videndo quantum secundi objecti positio discrepet a fine arcus posterioris comparandi, ut a fine graduum 90, obtinetur discrimen inter eos binos arcus, & eadem est methodus pro reliquis. Qui soleant comparari inter se partes quadrantis.

217. Nos quidem hac methodo usi sumus & statim quadrante recepto Romæ, & deinde Arimini; sed multæ difficultates ab ea nos absterruerunt. Nam & objecta, quæ satis distincta essent, & ad arcum comparandum satis accederent, admodum difficulter inveniebantur, & in singulis observationibus ob fili, utut tenuis in utroque telescopio crassitudinem aliquam, ac ceteras difficultates observandi per telescopia, semper in singulis observationibus error aliquot secundorum committebatur, & differentia illa, micrometro mobili potissimum jam labefactato, ut diximus num.176, debebat æstimatione incerta definiri, ex quibus omnibus fiebat, ut errores plus æquo multiplicati excrescerent. Qualibus errorâ periculis obnoxia.

218. Hinc relicta methodo comparandi inter se arcus diversos ope telescopii mobilis collineando per ipsum, illud tentandum duxi, ut divisiones quadrantis explorarentur ope divisionum laminæ mobilis sectoris, quam superiore capite fuse descripsimus. Collocabatur sector in plano horizontali, & in eodem plano quadrans ita, ut punctum medium arcus comparandi accurate responderet rectæ lineæ a centro sectoris ductæ per mediam laminam mobilem nihil excurrentem ultra fixas, distaret autem Alia methodus ope sectoris.

tem id punctum in circulo quadrantis extimo a linea media laminæ mobilis dato quodam intervallo, quod semel capiebatur ope circini communis. Erat aliquis labor in rebus ita disponendis, sed non ita magnus, & res feliciter succedebat, teste filo tenuissimo ducto ab acu quadrantis ad centrum sectoris.

Ejus ope quindenos gradus inter se conferri, & omnes singulorũ partes definiri.

219. His autem ita dispositis, filum ab acu quadrantis tendebatur ita, ut transiret per initium arcus cujusvis graduum 15, & procurreret ultra laminam mobilem sectoris, quæ movebatur ope sui micrometri, donec aliqua ejus divisio esset accuratè sub filo, unde constabat ejus distantia a medio limbo sectoris. Idem fiebat filo traducto per finem primi gradus, tum per finem secundi, & ita porro, ac tanta est ejus laminæ mobilis amplitudo, ut eo pacto possent cum ea conferri omnes 15 gradus. Tum vero alii gradus 15 collocato in eadem prorsus distantia quadrante eodem pacto explorabantur, tum alii 15, & ita porro.

Cur ejusmodi labor cesserit irritus.

220. Hanc quidem methodum Arimini per aliquot dies adhibuimus, & ea futura erat satis accurata, adhibitâ potissimum lente vitreâ, si satis cognitus fuisset laminæ mobilis status, & locum aptum ad rem perficiendam nancisci potuissemus. At in toto Ariminensi Collegio nusquam deprehendimus locum satis aptum. Nam vel ædibus, quæ paullo ante extructæ fuerant satis amplæ, adhuc impeditis, vel qua liberæ erant, non satis ad rem illuminatis, vel ubi abunde erat luminis, quod fere ubique abunde est, pavimento trabibus innixo non fornici, totus labor impediebatur. Hæc postrema laboris nostri conditio fuit, ac minimus corporis motus, & ipsa etiam membrorum inflexio ad divisiones accuratius inspiciendas movebat pavimentum, & positionem quadrantis respectu sectoris mutabat aliquantisper, ac totam operis rationem interturbabat. Iis autem difficultatibus accessit nondum satis tuto perspectus laminæ mobilis status, & justissimus sane metus conjungendi novarum observatio-

tionum errores, cum erroribus qui in cognoscendo statu laminæ mobilis admissi essent, quæ omnia eam methodum omittere demum coegerunt.

221. Mitto alia nonnulla tentamina, & ante quam devenio ad id, quod demum nobis successit, illud monendum duco, summo hic nobis futurum fuisse usui circinum illum instructum binis vitris altero fixo, altero mobili, quem descripsi num.66. Ejus ope licuisset arcus observatos conferre inter se satis accuratè, sed eo nos quidem caruimus, nec ejus constructio, & usus mihi, nisi aliquanto post, in mentem venit. Venit autem tum quidem instrumentum aliud, quod ipsi æquivalet, immo etiam ad rem presentem plurimum præstat. Id quidem, qui Arimini, vel uspiam Ariminum inter, & Romam accuratè perficeret, inveni neminem: Romæ demum, aliquanto etiam perpolitum magis perficiendum curavi. Perfecit autem noster instrumentorum Artifex Rufus, ac est illud, quod exhibent fig. 5, 7, & 8. Id quidem supra exposui a nu. 189; en autem ipsius usum ad hanc rem, qui satis congruit cum usu laminæ mobilis in sectore. Missis aliis, methodus per novã machinam proponitur.

222. In primis sola etiam machinula figuræ 7, satis esse potest ad cognoscendum statum cochleæ *ZuV*, si nimirum vel unica linea vitri *GH*, traducatur ope diversarum spirarum ejus cochleæ per idem intervallum inter duo puncta notata in limbo quadrantis ad distantiam crassitudinis unius spiræ, vel intervallum inter binas lineas ad eandem distantiam ductas in vitro per unicum punctum notatum in limbo quadrantis. Id autem fieret adstringendo cochleas *M′*, *m′* fig. 8 ita, ut primo quidem initium ejus intervalli limbi congrueret cum linea vitri, vel initium intervalli vitri cum puncto limbi, constituto indice in initio spiræ, & ubi post indicis conversionem deventum esset ad finem spiræ, laxando eas cochleas, ac machinulam cum regula ita collocando, ut ejusdem intervalli initium eodem modo se haberet, quo prius, tum Ratio cognoscendi statũ cochleæ ejusdem machinæ. Tab. 3. F. 7. 8.

per

per secundam spiram indicem convertendo. Eo sane pacto, & singulæ spiræ, & plures simul, & singularum partes ad examen revocari possunt accuratissimè eodem prorsus pacto, quo diximus num. 56 ad examen revocari spiras cochleæ sectoris pertinentes ad laminam mobilem: & hìc itidem hanc cochleam se bene habere deprehensum est.

Graduum singulorum comparatio mutua.

223. Cognita hujusce cochleæ constitutione jam singuli gradus inter se comparari possunt prorsus, ut n. 61 singulæ partes laminæ mobilis, atque id quidem vel promovendo lineam vitri *GH* per totum gradum quemlibet, ac restituendo in locum pristinum, vel potius ducendo in vitro regulæ mobilis, si ejus apertura sit satis magna, binas lineas ad intervallum fere æquale uni gradui, & faciendo, ut prius altera ad initium gradus appellat, tum altera ad finem. Et id quidem etiam ignorato statu cochleæ; eo autem cognito possunt etiam singula minuta ejus ope explorari, vel saltem decadum initia, & fines, vel, quod nos præstitimus, in singulis decadibus fines primorum, & initia postremorum minutorum, ubi transversæ lineæ secant in fig. 3 secundum, & decimum ex 11 circulis concentricis. Notando nimirum, quot particulæ micrometri fig. 7 debeantur gradui medio, & quot habeant partes illius gradus quæcumque, tam illius gradus error, quam error singularum ejus partium sponte fluit. Id quidem congruit penitus cum iis, quæ de lamina mobili sectoris, & ejus micrometro diximus ibidem.

Inde correctio arcuum quorumcumque.

224. Hoc pacto gradibus omnibus inter se comparatis haberi posset rectificatio totius quadrantis prorsus, ut cognitis partibus singulis laminæ mobilis, totus ipsius status cognosci potest. Innotesceret nimirum numerus particularum micrometri debitus toti quadranti, & numerus debitus cuivis numero graduum, colligendo summam, tum factis, ut numerus particularum toti debitus, ad numerum debitum parti cuivis constanti ex quotcumque gradibus, ita gradus 90 ad quartum, inve-

nire-

niretur, quid ille arcus contineret, & proinde quantum differret a debito. Verum hoc pacto error in ſingulis obſervationibus commiſſus augeretur ita, ut poſſet multiplicari etiam per 45 juxta num.84.

225. Hinc eadem methodo, quæ pro ſectoris radio adhibita eſt num 76, hic errorum ſumma minui poteſt quampturimum ope inſtrumenti, quod exhibet figura 5 ab *AB* ad *ab*. In eo agglutinari poſſunt ope tenacioris ceræ bina vitra *Pp*, *Qq*, in quorum inferiori ſuperficie ſint rectæ lineæ directæ ad centrum quadrantis, quæ primo quidem ita conſtitutæ ſint, ut altera congruat ad ſenſum cum initio diviſionis, altera cum fine graduum 45, & ope cochleæ infra *i* promota tota machina cum regula mobili eam ſuſtinente, donec primum altera ex iis vitrorum lineis congruat cum initio diviſionis, tum altera cum fine, haberi diſcrimen eorum 45 graduum ab intervallo inter bina vitra. Translata deinde tota machina, donec prima linea primi vitri congruat proxime cum fine graduum 45, adeoque ſecunda proxime cum fine graduum 90, jam habebitur diſcrimen poſteriorum 45 graduum ab eodem intervallo, adeoque & priorum a poſterioribus; ac eodem pacto licet inter ſe conferre gradus tricenos, denos, quinos, ſingulos admotis nimirum vitris ad ea intervalla, errorum ſumma in graduum numero accurato ultra quintuplum erroris admiſſi in ſingulis determinationibus non aſſurgente. Uſus novi inſtrumenti ad minuendum errorem. Tab.3. F.5.

226. Porro nobis ſatis fuit, ut num.211 ſupra monuimus, ad examen revocare pro angulis poligoni ſolum gradus integros, & præterea nonageſimi primi minuta ſingula, ac pro altitudinibus ſupra horizontem, & depreſſionibus infra etiam binos gradus hinc, & inde ab initio totius quadrantis, & binos hinc, & inde a fine, quod & diligenter præſtitimus Romam regreſſi longo ſane, & moleſto labore, ſed admodum neceſſario. Ac ubi ſingula minuta ejuſdem gradus explorantur per cochleam ſatis exacte elaboratam, & motu continuo promotam, Unde labor hic contractus, & error adhuc magis imminutus.

notandum diligenter illud, errorum ſummam non creſcere, ſed pro arcu quovis unicum poſtremæ obſervationis errorem cum primo collatum turbare magnitudinem arcus totius, unde fit, ut illi quintuplo erroris, hìc unicus novus error accedere poſſit; verum is caſus, in quo errores omnes in unicam ſummam coaleſcunt, nunquam in praxi accidit, aliis alios fere ſemper ex parte elidentibus.

Poſſe adhuc minui rectificationis errorem, ſed errorem obſervationis manere. Cur hoc inſtrumentum cæteris aptius.

227. Quoniam quadrantis noſtri radius ſubtriplus ad ſenſum eſt radii ſectoris, motus indicis, qui in ſectore ſecundum minutum exhibet, hìc exhibet tria ſecunda. Hinc, ut ibi ope micrometri ſecundorum trientes ope lentis facile dignoſcuntur, ita hìc ſecunda itidem. Verum ſi foraminulis conſtet diviſio, & microſcopium adhibeatur, nullus dubito, quin & decimæ ſecundorum partes, & vero etiam tertia ipſa minuta deprehendi poſſint, ut adeo hac methodo rite adhibita, & perfecta deveniri poſſit ad evitandum errorem in ſumma etiam errorum omnium poſſibilium majorem exigua fractione minuti ſecundi; ſed id in re noſtra ſupervacaneum eſt, ubi in angulis deinde determinandis per fila teleſcopiis inſerta error duorum, vel trium, vel etiam 5 ſecundorum aliquando committitur. Aptiorem autem hanc methodum jure ſuperius appellavi methodo circini inſtructi microſcopiis, vel vitris, altero mobili, altero fixo, quod hìc motus machinæ, & intervalli inter vitrorum lineas fit circa centrum quadrantis per ipſam regulam mobilem, per quam obſervationes inſtituuntur angulorum, quod quidem plurimi intereſt, ad accuratiorem eorum ipſorum angulorum determinationem per diviſiones ita correctas.

Prima methodus explorandi totius quadrantis menſuram eo per totum horizontem circumacto.

228. Explorato ſtatu partium quadrantis, & habita pro iis correctione, ſupereſt correctio quadrantis totius. Ea, ut monui pluribus in locis, habetur collocando quadrantem in ſitu horizontali, & notando in horizonte bina objecta, quæ a ſe invicem ita diſtent, ut alterum

terum ſit in axe teleſcopii mobilis, regula notante gradum 90. Tum quadrante horizontaliter converſo, ut ſecundum objectum ſit in axe teleſcopii mobilis, regula indicante gradum 0, inveniri debet tertium, quod ſit in ipſo axe regula notante gradus 90, atque ita porro, donec deveniatur ad quartam poſitionem quadrantis, in qua ſi primum objectum ſit accurate in axe teleſcopii mobilis, regula notante gradus 90, nulla toti quadranti adhibenda erit correctio. Si autem, ut teleſcopium mobile pertingat ad primum objectum in quarta poſitione quadrantis, requiretur in quadrante ipſo plus, vel minus quam 90 gradus: quarta pars differentiæ erit error totius quadrantis, quo is a gradibus 90 deficiet in primo caſu, eos excedet in ſecundo; cum is ex quatuor poſitionum erroribus colligatur.

229. Porro, ut id accuratè innoteſcat, oportet cognitus jam ſit ſtatus illius arcus, qui in quarta poſitione quadrantis accedit, vel deficit, qui ſi erroneus eſſet, & error ipſius ignoraretur, erronea etiam correctio evaderet. Quoniam autem admodum difficile eſt invenire objecta, quæ diſcerni poſſint, & accuratè diſtent per arcus horizontis reſpondentes quadranti, ubi cognitus fuerit ſtatus graduum proximorum fini quadrantis ipſius, ſatis erit aſſumere quatuor objecta, quæ diſtent proxime per quadrantem a ſe invicem, & metiri ope quadrantis angulos inter primum, & ſecundum, ſecundum, & tertium, & ita porro, ac omnibus quatuor angulis definitis per quadrantem, ſi angulorum ſumma ſit major 4 rectis, vel minor, quarta differentiæ pars erit defectus quadrantis a vero quadrante in primo caſu, exceſſus in ſecundo. Patet autem in omnibus hiſce caſibus debere ſeligi objecta admodum remota, vel ubi quadrans convertitur, ita ejus pedem moveri, ut centrum redeat ad idem punctum, nam aliter parallaxis orta ex eo, quod pes, circa quem fit converſio, non reſpondeat centro quadrantis, obſervationem turbaret.

Neceſſario cognoſcendus ſtatus graduum quorundam proximorum poſtremo: methodi ampliatio.

Altera methodus, observatis per ipsum omnibus angulis plurium triangulorum.

230. Quod si ope quadrantis debent definiri omnes anguli cujuspiam trianguli, quod quidem accidit in casu nostro, ubi is adhibetur ad dimetiendos angulos omnes poligoni, si eorum summa inveniatur accuratè gr. 180, quadrans erit accuratus; sin minus, error erit dimidius totius differentiæ. Is quidem, si unius tranguli ope definiatur, incertus erit ob singulorum angulorum errores, dum ope ipsius quadrantis definiuntur, qui aliquot secundorum erunt semper, cum ope sectoris tanto longioris error unius, vel alterius secundi evitari non possit. Verum si multa ejusmodi triangula habeantur, ut in casu poligoni longioris, & sumantur differentiæ ternorum angulorum trianguli cujusvis in unicam collectorum summam a gradibus 180 positivæ, ubi eos excedunt, negativæ, ubi ab iis deficiunt; omnibus differentiis in unicam collectis summam, & per numerum triangulorum divisis de more, ut habeatur differentia media, hujus dimidium erit error quæsitus quadrantis totius, multo jam certior ex plurium determinationum conjunctione.

Tertia methodus per objecta e diametro opposita, dimidio horizonte dimenso.

231. Potest idem investigari etiam ope duplicis telescopii, ubi id est duplex, ut erat nostrum telescopium fixum, juxta num. 179. Primum enim ejusmodi telescopii ope invenienda sunt bina objecta e diametro opposita, quod ad ipsorum telescopiorum axes disponendos situ parallelo contrario requiritur, tum assumpto objecto intermedio, & dimensis binis angulis ope quadrantis ipsius, si eorum summa æquet gradus 180, quadrans est accuratus; secus, dimidium differentiæ est error quæsitus. Et hæc quidem methodus omnino substitui debet priori e præcedentibus, paullo supra propositis, ubi ex altera parte objecta sint nulla, quæ discerni possint, ut nobis contigit Arimini, habentibus apertum mare ad Aquilonem; vel ubi proximum ædificium magnam horizontis partem surripiat.

232. Por-

232. Porro bina objecta contraria hoc pacto ope ipsius duplicis telescopii inveniri poterunt, & binorum axium parallelismus obtineri. Collocetur quadrans in situ horizontali, & oculari apposita ex parte centri quadrantis, ut in fig. 5 ad *N*, dirigatur id telescopium ad aliquod objectum: tum immoto quadrante, apponatur lens ipsa ocularis ex parte limbi ad *L*, & notetur objectum aliquod, ad quod adducatur filum mobile micrometri, quod ibi haberi diximus num. 176. Convertatur jam quadrans, ut directio *NL* abeat in directionem *LN*; & dirigatur telescopium idem ita, ut collineando ex parte centri per *N*, appareat in filorum intersectione secundum illud objectum; tum translata oculari ad partes limbi ad L, videatur, an in intersectione fili mobilis cum fixo sibi perpendiculari jaceat primum objectum, in quod prius collineatum fuerat ex *N*. Si id accuratè accidat, illa duo objecta sunt, ut patet, accuratè contraria; sin minus, filum mobile adducatur ad id objectum, & notetur motus ipsius fili, per cujus dimidium retracto ipso filo mobili, habebitur in ejus intersectione objectum, quod e diametro contrarium sit objecto illi secundo, & bini axes binorum telescopiorum eo duplici contentorum, seu potius binæ lineæ fiduciæ, quarum altera transeat per punctum axis lentis objectivæ collocatæ in *L*, & intersectionem filorum collocatorum in *N*, altera per punctum axis lentis objectivæ collocatæ in *N*, & intersectionem fili mobilis in *L* cum fixo sibi perpendiculari, erunt inter se parallelæ, ac deinde inservient ad definienda in quavis positione quadrantis bina objecta sibi e diametro opposita.

Inventio binorum objectorũ per telescopium duplex & conversionem quadrantis horizontalem. Tab. 3, F. 5.

233. Sit enim in fig. 9 in prima positione directio primi telescopii *NL* collineantis ad *A*, secundi autem *Ln* collineantis non ad punctum oppositum *a*, sed ad *B*. Conversione horizontali facta, abeat *NL* in *N'L*, & collineet ad secundum objectum *B*, abibit *Ln* in *Ln'*, & collineabit ad *A'*, non ad *A*. Erit angulus *ALN'* æqualis

Ejus demonstratio. Tab. 3, F. 9.

lis NLn ad verticem opposito, qui idem est, ac $A'LN'$. Est igitur angulus ALA', qui metitur apparentem distantiam objecti A ab A', duplus anguli $n'LN$, quo bini axes a se invicem deflectunt, & si telescopii Ln' axis moveatur per dimidium angulum $A'LA$, abibit in LN', & bini axes jam paralleli, & contrarii dirigentur per $N'L$, LN', ad objecta e diametro opposita.

Alia ejusdem investigationis ratio per conversionem verticalem. Periculum errandi.

Tab. 3, F. 5. 9. 10.

234. Idem obtineri potest quadrante verticaliter collocato, dummodo fiat conversio verticalis ita, ut quadrantis limbus A in fig. 5 in altera positione sit infra LN, in altera supra; redit enim eadem demonstratio in fig. 9. Nec vero in positione verticali satis est quadrantem convertere circa fulcrum suum, seu pedem motu horizontali, remanente utrobique A infra NL, quo quidem casu etiamsi bini axes non congruant, adhuc eadem objecta post conversionem factam respondebunt utrique. Si enim in priore positione in fig. 10 sint axes LN, nL, & conversio horizontalis fiat circa axem verticalem, remanebit LN' superior, Ln' inferior, ut prius, ut figura exhibet, vel viceversa, & directo $N'L$, quo prius dirigebatur Ln, dirigetur Ln', quo prius dirigebatur NL.

Quid, ad evitandum periculũ parallexeos.

235. In hisce operationibus diligenter itidem notandum, ut seligantur puncta horizontis maxime remota, vel ut ita moveatur quadrans totus, ut in secunda positione redeat ejus centrum ad positionem priorem, vel saltem ad rectam, quæ interiacebat binis objectis, ne parallaxis rem perturbet, qui quidem motus quadrantis multo facilior erit, ubi is in situ horizontali ad rem perficiendam collocetur, quam ubi collocetur in situ verticali; multo enim est facilius totam machinam horizontaliter movere nonnihil, quam elevare ita, ut telescopium fixum post conversionem in eadem altitudine sit.

Error totius quadrantis dep rehẽsus: ejus applicatio ad arcus singulos.

236. Dispositis hoc pacto binis axibus telescopii duplicis, jam facile est bina in horizonte opposita puncta designare, & eorum angulos cum intermedio aliquo capere ope quadrantis, ac explorare, quantum is a 90 gradibus

dibus differat. Ejus investigationis hic exhibui methodos tres, quas omnes adhibuimus pluribus vicibus, & plurium observationum omnium generum consensu intra admodum pauca secunda, invenimus errorem 25 secundorum, quibus noster quadrans a 90 gradibus deficit. Is error singulis arcubus tribui debet in ratione totius quadrantis ad eos arcus, atque eo demum pacto habetur correctio errorum omnium, qui irrepserint in divisionem quadrantis.

Investigatio deviationis axis telescopii fixi a postremo quadrantis radio. Quid, ubi ea sit nulla. Tab. 3. F. 5.

237. Inventis binis axibus telescopii duplicis sibi invicem prorsus oppositis, facile invenitur etiam deviatio utriuslibet a radio postremo quadrantis, qui tendit a centro ad finem graduum 90. Concipiatur in fig. 5 sublata regula *CG* cum toto instrumento ipsi adjecto, ac in centro *C* collocata machinula figuræ 2 cum pendulo, & si ii axes sunt accuratè paralleli ei radio, sit autem objectum aliquod in horizonte constitutum, & in ipsum collineetur sive ex *L* per *LN*, sive ex *N* per *NL*, patet filum penduli debere transire per initium primi gradus. At si manente illo parallelismo objectum sit supra horizontem, depresso *L* infra *N*, filum penduli discedet ab eo initio versus finem quadrantis *I* per arcum æqualem elevationi objecti supra horizontem, sin vero per *NL* collineetur in ipsum, elevato contra *L* supra *N*, filum debebit cadere ab eo initio versus partes oppositas *AB* in eos gradus, qui in hunc ipsum finem citra initium numerationis adjecti sunt, & ibi designabit arcum priori æqualem, & æqualem elevationi objecti supra horizontem.

Quid, ubi sit aliqua. Ejus determinatio, & correctio inde derivata.

238. Quod si axes illi ei postremo radio paralleli non sint, ubi objectum prospiciatur prius per *LN*, tum per *NL*, filum non æque discedet ab initio primi gradus. Notandæ erunt binæ ejus distiantiæ ab eodem initio, & punctum medium inter easdem erit id, quod per 90 gradus distabit a puncto limbi, cui ad partes *KI* respondent ii axes, ac ejus puncti medii distantia ab illo initio ipsorum axium aberrationem indicabit. Porro si distantia

fili

Duplex quadrantis usus pro duplici angulorum classe.

244. Omnibus jam fuse expositis, quæ ad constuctionem quadrantis pertinent, ad rectam partium dispositionem, ad correctionem multiplicem errorum omnium, dicendum superest de ejus usu, & de observationibus ejus ope institutis. Verum quod ad usum pertinet, jam occasione agendi de correctionibus fere omnia sunt exposita. Duplex enim quadrantis ipsius est usus. Primus est is, ut ejus ope determinetur angulus, quem continent binæ lineæ, quæ a dato puncto tendunt ad bina data objecta inde conspicua. Secundus est is, ut ejus ope determinetur angulus, quo objectum quodvis ex dato puncto spectatum elevatur supra horizontem, vel deprimitur infra ipsum. Quo pacto obtineatur primum illud, fuse exposui a n.203; quo autem pacto obtineatur hoc secundum, patet ex iis, quæ diximus a n 237.

Duplex methodus pro observandis angulis obtusis.

245. Illud unum hic monendum præterea, angulos obtusos, si qui occurrant, duplici methodo posse definiri. Ubi telescopium habetur duplex, & axes bini contrarii paralleli sunt, possunt facile haberi anguli obtusi immediate observando alterum objectum per *GD*, alterum per *NL*, & a duobus rectis demendo angulum *GCL*, quem definiret eadem regulæ positio, si per *LN* collinearetur in objectum juxta num. 205. Quod si non adsit telescopium duplex, assumi debet objectum intermedium positum in eodem ad sensum plano,& bini anguli acuti dimetiendi,quorum summa eum obtusum exhibeat.

Duplex genus angulorum primæ classis observatum.

246. Porro duplex genus angulorum primæ classis dimensi sumus. Alterum est angulorum poligoni, quorum catalogum exhibet Mairius opusculo 2 num. 21; alterum est angulorum, quos data hora continebat recta ducta ad signum in monte quopiam erectum cum recta tendente ad centrum Solis parum admodum elevati supra horizontem, cujusmodi observationes idem exhibet n.31. Horum ope determinatur positio totius poligoni respectu meridiani; illorum vero ope determinantur latera omnia poligoni ipsius, nimirum distantiæ unius stationis

ab

ab alia utcumque inclinatæ ad planum horizontale, & ad meridianam lineam, ac altera basis eruitur ex altera. Hæ distantiæ ad planum horizontale, vel potius ad superficiem spæricam reducuntur ope angulorum secundi generis, nimirum elevationum supra horizontem, vel depressionum infra ipsum, quod quidem admodum facile præstatur methodo, quam Mairius exposuit opusculo 2 a num. 24., ac deinde ope inclinationis singulorum laterum ad meridianum reducuntur distantiæ eædem ad ipsum meridianum,

Quo pacto a nobis observati ii angulis cur lineæ trãsversales Louvilleæ methodo antepositæ.

247. Nos quidem omnes ejusmodi angulos definivimus ope transversalium rectarum, ut exposui num. 206, luxato communi micrometro, & novo meo, quem exhibet fig. 7, & 8, nondum constructo. Monuerat jam olim Louvilleus, satius esse, si quadrans dividatur tantummodo in gradus integros per rotunda foraminula, tum minuta, & secunda definiantur ope communis micrometri constantis filo mobili constituto in foco lentis objectivæ telescopii vel fixi, vel mobilis. Id ego quidem, invento hoc meo micrometro extra telescopium sito, libentissime nunc sane præstiterim in angulis potissimum primi generis; at communi illi micrometro nequaquam fidendum puto, ubi ejus filum debeat per gradum integrum excurrere. Notavimus jam supra capite primo, ubi de sectore agebamus, nisi fila constituta sint in ipso foco lentis objectivæ haberi, parallaxim quandam, ut est notissimum. Constat itidem focum objectivæ lentis constare e focis plurimis pertinentibus ad diversa colorum genera, quorum focorum alii remotiores sunt, alii propiores. Observarunt autem Bouguerius, & Condaminius, ut ibidem diximus, focum ipsum mutari respectu diversorum Observatorum, ut & mutata aeris constitutione, & mutata distantia lentis ocularis ab objectiva, & a filis ipsis, ac notarunt parallaxim in his diversis circumstantiis ferri in partes oppositas, & illud etiam recensent, valorem partium micrometri plurium secun-

dorum numero iis diverſum idcirco obveniſſe brevi intervallo temporis licet idem objectum obſervantibus. Si quid ejuſmodi accidat in micrometro teleſcopii, cujus filum tam longe debeat excurrere, neceſſe eſt errores committi non contemnendos. Nihil eorum timendum eſt in meo micrometro fig. 7, quo regula tota cum teleſcopio movetur per quadrantis limbum.

Earundem tranſverſalium uſus commodior in altitudinibus obſervandis.

248. Hinc ego quidem ſatius duxi, non ſingulos gradus notare tantummodo in quadrantis limbo, ſed omnem diviſionem perficere, & tranſverſales ducere de more, quod & Grahamus in ſuis quadrantibus præſtitit. Id autem & ubi altitudines obſervandæ ſunt, multo commodius eſt potiſſimum ſi aſtrorum altitudines capiendæ ſint. Nam ubi ſoli gradus deſignati ſunt, oportet quadrantem prius ita diſponere, ut filum tranſeat per unam e diviſionibus accurate, tum obſervationem inire, quod & maxime incommodum eſt, & requirit, ut prius innoteſcat altitudo ſaltem proximè. Sed hæc innuiſſe ſit ſatis.

Qui error oriatur ex axe teleſcopii mobilis nō parallelo plano quadrantis. Tab. 3, F. 11.

249. Videndum autem eſt primum, quod quidem ad uſum quadrantis pertinet, quid erroris committi poſſit in ejuſmodi angulis definiendis ex eo, quod axis teleſcopii regulæ mobilis non ſit accuratè parallelus plano quadrantis. Sit in fig. 11 *ACB* planum quadrantis, & axis teleſcopii mobilis declinet ab ipſo plano per angulum *ACD*, vel *BCE*. Exhibebit quadrans angulum *ACB* pro *DCE*, eruntque anguli *ACD*, *BCE* æquales, adeoque æquales eorum ſinus, qui cum perpendiculares ſint plano quadrantis, adeoque paralleli inter ſe, erunt & rectæ *DE*, *FG* parallelæ, & æquales, ac ob *CF*, *CG* itidem æquales, erunt pariter parallelæ *FG*, *AB*. Erit autem *DE* chorda anguli *DCE*, & *AB* chorda anguli *ACB*, nimirum illa dupla ſinus dimidii anguli obſervati, hæc dupla ſinus dimidii anguli a quadrante exhibiti. Cum igitur ſit ut *CA* radius, ad *CF* coſinum declinationis axis, ita *AB* duplus ſinus dimidii anguli per quadrantem definiti

finiti ad *FG*, sive *DE* duplum sinus dimidii anguli definiendi; habebitur hujusmodi theorema. *Est radius ad cosinum declinationis axis telescopii, ut est sinus sinus dimidii anguli per quadrantem definiti ad sinum dimidi definiendi*.

250. Si deviatio sit exigua habebitur facilior determinatio erroris. Nam, dividendo, erit radius *CA* ad *AF* sinum versum declinationis, ut est sinus dimidii anguli *ACB* per quadrantem definiti, ad differentiam ipsius a sinu definiendi. Est autem theorema hujusmodi pertinens ad exiguas angulorum differentias illi simile, quo usi sumus num. 141, esse cosinum anguli ad radium, ut est differentia sinus ad sinum differentiæ angulorum (nam in fig. 12 tab. 2 est *ti* differentia sinuum *tz'*, *b'd*, ad *b't* chordam *b't* differentiæ arcuum *bb'*, *bt*, quæ æquipollet ejus sinui, ut est cosinus *az* ad radium *at*). Quare ex æqualitate perturbata erit cosinus dimidii anguli observati ad sinum versum declinationis axis, ut est sinus dimidii ejusdem anguli ad sinum erroris ejusdem dimidii, qui error est dimidium totius erroris. Inde verò alternando habetur hujusmodi theorema. *Est cosinus dimidii anguli observati ad sinum*, *vel*, quod eodem redit, *radius ad ejus tangentem*, *ut est duplus sinus versus declinationis axis ad sinum erroris*, *& angulus definitus per quadrantem semper est vero major*. Theorema pro eo errore simplicius, ubi deviatio est exigua.

251. Porro inde facile deducitur, nisi declinatio axis sit admodum ingens, nullum haberi errorem sensibilem in angulo observato, qui, ut in re præsenti esse solet, non multum excedat rectum. Et quidem fere semper a recto multum deficiunt anguli, qui observantur, ac si rectum satis excedant, per quadrantem definiri omnino non possunt hac methodo, nimirum ope telescopii mobilis excurrentis per quadrantem, per quem ultra 90 gradus vix excurrit. Quare fere semper radius dimidii anguli, qui in semirecto æquatur tangenti, in hujusmodi angulis est ipsa tangente major, & proinde sinus erroris minor duplo sinu verso declinationis. Sinus unius secundi ad radium 10000000 est 48, sinus versus minutorum 7 est 21, & Errorem deviationis non ita magne esse insensibilem.

ejus

ejus duplum 42 adhuc minus, quam 48. Quare si deviatio sit minutorum 7, error in quovis angulo acuto, & in recto est adhuc minor uno secundo. Is autem error, aucta declinatione, augetur in ejus ratione duplicata, cum in ea augeatur sinus versus quamproxime: idem autem error in angulis minoribus minuitur plurimum in ratione tangentis imminutæ.

Error multo major in angulis exiguis alterius telescopii axe parallelo alterius, declinante. Tab. 3, F. 5. 11.

252. Esset e contrario is error multo major in angulis exiguis, si in fig. 5 non utriusque objecti observatio instituatur eodem mobili telescopio *GD*, sed alterius eo, alterius telescopio fixo *LN*, ac alterius axis plano quadrantis parallelus esset, alterius vero declinaret. Eo enim casu in fig. 11 abiret punctum *D* in *A*, & haberetur triangulum sphæricum rectangulum *ABE*. Abeunte autem *A* in *B*, evanescit *AB*, & tamen *AE* evadit æqualis toti *BE*, adeoque error toti inclinationi axis fit æqualis. Contra vero ubi *AB* fiat quadrans, error penitus evanescit, evadit enim *A* polus circuli maximi *BEP*, & arcus *AE* quadrans, ut *AB*. Generaliter mensura erroris invenitur, cujuscumque magnitudinis sit *AB* per hoc theorema, quod constat ex Trigonometria sphærica. *Est radius ad cosinum declinationis* BE; *ut cosinus lateris, sive distantiæ visæ* AB *ad cosinum basis, sive distantiæ veræ* AE.

Theorema facilius pro eodem errore in exiguis declinationibus. Quid in reliquis casibus.

253. Inde autem deduci potest aliud, quod pro exiguis declinationibus *BE* exhibeat immediate erroris mensuram. Nam ex superiore theoremare dividendo erit, ut radius ad sinum versum declinationis *BE*, ita cosinus *AB* ad differentiam cosinuum *AB*, *AE*. Sed juxta num. 141 est sinus ad radium, ut differentia cosinuum ad differentiam arcuum, sive ad sinum ejusdem differentiæ arcuum. Igitur ex æqualitate perturbata est sinus distantiæ visæ *AB* ad sinum versum declinationis *BE*, ut cosinus ipsius *AB* ad sinum erroris, vel alternando est, *sinus distantiæ visæ ad cosinum*, vel, quod eodem redit, *tangens ipsius ad radium, ut est sinus versus declinationis ad sinum erroris*. Quod si etiam *AD* declinet in eandem plagam, vel in opposi-
tas,

tas, facile definiri posset, quid in singulis casibus consequi debeat. Verum & in angulis paullo majoribus errores ab exiguis declinationibus orti perquam exigui sunt, & nos eodem semper telescopio mobili utrumque objectum observavimus, ac axium parallelismum curavimus cum plano sectoris.

254. Ubi altitudines supra horizontem capiuntur, vel depressiones infra, si axis telescopii declinet a plano quadrantis, error, qui committitur, est idem prorsus, ac is, quem posteriore loco persecuti sumus. Si enim *AB* sit planum quadrantis, *CE* axis telescopii respondens puncto *B*, *CA* filum penduli; quadrans quidem exhibebit distantiam *ACB* a zenith, vera autem distantia erit *ACE*, & cum ejus complementum sit elevatio supra horizontem, vel depressio infra, error elevationis, vel depressionis erit idem, ac differentia arcuum *AE*, *AB*, quæ, ubi declinatio *BE* sit exigua, & arcus *AB* parum abludat a quadrante, perquam exigua est, & in ipso quadrantis fine penitus evanescit: ubique autem definitur per superioris numeri theorema. In eo autem theoremate si prior ratio assumatur, sinus *AB* ad cosinum, ubi altitudo supra horizontem, vel depressio infra, nimirum, uno vocabulo, distantia ab horizonte fuerit exigua, adeoque *AB* proxime quadrans, erit ejus sinus proxime æqualis radio, cosinus autem erit idem, ac sinus distantiæ ab horizonte, & theorema huc redibit. *Est radius ad sinum distantiæ ab horizonte, ut sinus versus ipsius declinationis ad sinum erroris*. Et is quidem evadit perquam exiguus tertii ordinis, cum distantia ab horizonte ponatur exigua, & exiguus ejus sinus, ac declinatio ponatur itidem exigua, adeoque exiguus ejus sinus rectus, & proinde sinus versus exiguus respectu ipsius sinus recti, nimirum exiguus secundi ordinis.

Quid in altitudinibus observandis telescopii fixi axe declinante. Theorema pro ejusmodi errore.

255. Et hæc quidem de erroribus, qui oriuntur ex ipsa telescopiorum dispositione, quos in casu nostro non esse pertimescendos patet ex iis, quæ diximus. Quod autem

Nullos ex iis erroribus nobis pertimescendos. Facilius observari, quæ accuratius determinanda sint.

autem pertinet ad obſervationes angulorum pertinentium ad triangula poligoni, & altitudinum ſupra horizontem, vel depreſſionum infra, admodum commode illud hìc accidit, quod anguli priores, quorum multo accuratior determinatio requiritur; multo itidem accuratius determinentur, contra vero altitudines illæ, & depreſſiones.

Collocatio quadrantis, ut ejus planum tranſeat per bina objecta. Tab. 2., F. 4. 1.

256. Ad illorum angulorum obſervationem collocandus eſt in primis quadrans ita, ut ejus planum tranſeat per utrumque objectum obſervandum, ut nimirum teleſcopio mobili congruente cum fixo, & prioris axe directo ad primum objectum accuratè, ipſo quadrante interea immoto, & regula mobili per ejus limbum circumducta, axis ipſe teleſcopii mobilis appellat accuratè ad ſecundum objectum. Id ut proximè fieret, mihi quidem facile ſemper contigit, cum per machinam figuræ 4 admodum facile eſſet, pede utcumque conſtituto, quam liberet poſitionem quadranti præbere altero, Obſervatore dirigente ſemper teleſcopium fixum ad alterum objectum, altero teleſcopium mobile ad alterum, dum quivis etiam Ruſticus arcum *KLMI*, & cochleam fig. 4 manu tenens, jam elevaret, jam deprimeret quadrantis molem excurſu arcus ipſius per crenam *D*, donec haberetur proxime quæſita poſitio, cujus accuratior determinatio obtinebatur ope cochlearum *YZ* fulcri figuræ 1, quarum una in unam partem converſa, ut conſtaret, an is motus poſitioni accuratæ faveret, an opponeretur, continuabatur converſio in eandem plagam, vel in oppoſitam, donec primo Obſervatore teleſcopii fixi axem dirigente ſemper ad primum objectum, ſecundus videret ſecundum in axe ſui teleſcopii. Brevi tentamine per unam vel alteram cochleam res feliciſſimè perficiebatur, nec nos in eo illam unquam difficultatem experti ſumus, quam alii alia fulcri forma ſæpe experti ſunt, nec ulla aderat neceſſitas diſponendi pedes fulcri certa quadam lege, quod ab aliis præſcribitur, & in locis montanis, ſaxoſiſque, ac præruptis non raro erat futurum ſatis incommodum.

257. Qua-

257. Quadrantis plano ita constituto facile adducitur regula mobilis ad initium gradus proximi, tum regula eandem respectu quadrantis positionem servante exiguo quadrantis ipsius motu dirigitur telescopium mobile ad secundum objectum a secundo Observatore, quam directionem dum is retinet, primus interea Observator filum mobile micrometri telescopii fixi ita movet, ut ejus intersectio cum fixo sibi perpendiculari adducatur ad primum objectum, quo præstito ita, ut simul bini Observatores sua objecta in suis intersectionibus habeant, regula mobilis ad telescopium fixum adducitur ita, ut primum objectum sit simul in utroque telescopio in intersectione filorum, ac observatur positio lineæ in vitro designatæ respectu transversalium. Hæc omnia facile præstantur, & parum admodum officit hujusmodi observationi tremor quadrantis, qui sæpe habebatur ob ingentem in summis montibus ventorum vim. Nam ii impetu facto in amplam quadrantis molem unico in loco connexam cum fulcro, & æquilibratam, eam semper concutiebant alquantulum, quod quidem aliquando & observationem perturbabat nonnihil, ac reddebat minus accuratam: sed id ipsum in ea quadrantis positione horizontali, & regula respectu limbi immota, multo minus accidebat, quam ubi altitudines, & depressiones capiebantur.

Facilis directio telescopiorũ in objecta, & praxis reliqua, cum exiguo tremoris incommodo.

258. Ejusmodi enim altitudines, & depressiones observantur ope solius telescopii fixi directi ad objectum, & alterius telescopii usum supplet filum penduli e centro suspensum, cujus positio respectu limbi notatur methodo exposita num. 243. Id filum, ubi aer est admodum quietus, demisso in aquam pondere, quiescit. Ubi validior est ventus, agitatur ita, ut nulla arte nos quidem ipsum penitus immotum continere aliquando potuerimus. Aderat quidem instrumentum quoddam, quod innuimus num. 182, & suspendebatur e crena *GH* fig. 2, quod filum includebat, sed quoniam filum ipsum debet

Incommodum tremoris multo majus in altitudinibus observandis.

limbo proximum esse, ut ipsum pene contingat, debet id repagulum e posteriore parte in limbi loco apertum esse: hinc venti vis eo se insinuat. Præterea ventus ipse in quadrantis verticaliter collocati ampliorem faciem incurrens tremorem ipsi communicabat aliquem, quo pendulum etiam commovebatur. Hinc aliquando dum altero Observatore dirigente telescopium fixum ad objectum, alter filum penduli cum divisionibus limbi conferret; oscillabat filum hinc, & inde per plura minuta. Curabamus autem semper, ut ejus positum definiremus, dum ventus intermittebat nonnihil, ac oscillatio vel nulla esset, vel exigua, & in hoc casu assumeretur medium oscillationis punctum. Adhuc tamen altitudinem, vel depressionem ultra etiam minutum primum sæpe incertam fuisse, arbitror, dum primum angulorum genus intra paucorum secundorum limites censeo accuratum extitisse.

Plures errorum fontes recensiti pro angulis poligoni.

259. Plura erroris secunda colligi in primo etiam angulorum genere potuerunt ex pluribus capitibus. Telescopio pedum trium, vel quatuor, duo vel tria secunda vix, aut ne vix quidem discernuntur. Ubi dirigitur telescopium mobile ad objectum, filo utut tenui sena, vel etiam dena secunda intercipiente, in utraque directione ternis secundis errari facile potest, potissimum ubi observatur objectum prope horizontem situm, ac remotum, vaporibus interjectis radios detorquentibus, & inducentibus objecti tremorem. Idem error in directione telescopii fixi committi potest ita, ut ejus positio nonnihil diversa sit in binis telescopii mobilis positionibus. Is autem error augeri potest validiore venti vi quadrantem agitante. Quanquam quod ad hunc tremorem pertinet, & conservationem positionis telescopii fixi, dum mutatur positio telescopii mobilis, evitari sane posset aliis fulcris quadranti suppositis, quæ ipsum constitutum in plano transeunte per bina objecta redderent prorsus immobilem. Sed ea fulcra, quæ ut præ-

ruptis

ruptis montium locis aptari possent, admodum varia deberent esse, vel composita, & diversis motibus prædita, nos quidem nunquam adhibuimus, cum perquam exigui errores, qui eo pacto evitari possent, perquam exiguum errorem inducant in unius gradus mensuram, ut infra patebit.

260. Deinde error aliquis committitur in collocanda regula fixa ita, ut congruat accuratè cum aliqua divisione, ubi licet semper adhibuerimus lentem: tamen unius, aut alterius secundi error etiam ibi timeri potest, & major fortasse, nimirum triplo major, quam ex eodem capite in sectore triplo longiore. Dum æstimatur secundorum numerus in secunda positione quadrantis, aliquis iterum error, & sæpe trium, vel 4 secundorum, vel etiam 5 timeri potest. Horum uterque minui plurimum posset ope mei micrometri figuræ 7 regulam deferentis, cujus ope motu continuo juxta num. 58, & adhibito microscopio, potissimum si foraminula rotunda sint, etiam unius secundi error evitari potest, ut & error in dirigendo telescopio mobili ad objectum ope cochleæ moventis regulam, & telescopium. Repetita observatione quoties liberet, & in singulis appulsibus notato numero micrometri, nullus dubito, quin & unius secundi error evitari posset. Sed nos tum quidem eo caruimus. Alii errorum fontes ibidem.

261. Alius error, & is plurium secundorum irrepere potest in anguli definitione, ex errore divisionum, si rectificatio earundem, de qua tam fuse egimus, intra aliquot secunda incerta sit. Duplex autem est ibi error in duplici positione regulæ mobilis. Alium pariunt refractiones. Nam in primis dum refractio objectum elevat, licet in plano verticali id fiat, & idcirco parum officiat angulo fere horizontali; adhuc tamen est & ibi aliquis error, nec is penitus accurate corrigi potest, cum refractio ipsa prope horizontem admodum varia sit, ut notavimus etiam opusculo 1. Deinde illud etiam fortasse ali- Alii iidem.

aliquando fieri poteſt ob inæqualem poſitionem vaporum intermediorum, ut habeatur aliqua aberratio radii in latus, qua fiat, ut angulus ipſe horizontalis turbetur nonnihil. Ubi de minutis ſecundis agitur, nihil non timendum à rationibus phyſicis, dum eæ ſe geometricis præciſionibus immiſcent.

Eos ſe ex parte corrigere invicem. Quæ omnium fuerit ſumma in ſingulis triangulis.

262. Si ii errores omnes in unicam ſummam coaleſcerent, poſſent quidem excreſcere plurimum; ſed id nunquam accidit. Nobis quidem aliquando ad 10, vel etiam 12 fortaſſe ſecunda minuta devenerunt, quod in majori ventorum agitatione, vel in fortuito errorum rectificationis cumulo quopiam accidere potuit; plerumque tamen eſt, cur nobis perſuadeamus quinque, vel ſex minuta ſecunda non exceſſiſſe. Hinc nimirum in opuſculi ſecundi num. 21 tabula angulorum pro ſingulis triangulis non exhibet gradus 180 accuratè, ſed correctio adhibenda eſt. Habentur autem cum ipſis baſibus *triangula* 11, ubi ſumma trium errorum ſemel in ſecundo triangulo aſſurgit ad ſecunda —28, in ſeptimo ad + 22, in quarto ad + 20, in tertio jam eſt + 17, in nono, & decimo ∓ 16, in primo + 8 in quinto, & undecimo ∓ 6 in octavo + 3 in ſexto demum —2, qui ipſi errores cum in partes ferantur oppoſitas ſine ulla certa lege, ſe itidem corrigunt magna ex parte, & eorum effectus in intervallo meridiani interjecto inter extrema poligoni puncta inde multo minor eſſe debet, quam eſſet ex omnium conſpiratione. Porro ibidem negativi errores poſitivis æquales non ſunt idcirco, quod nos totius quadrantis correctionem ſecundorum 25 eruimus non ex hiſce triangulis tantum juxta num. 236, ſed ex iis, & aliis triangulis, ac aliis itidem obſervationibus medium deſumendo.

Fontes errorum in altitudinibus.

263. Refractio magis turbat altitudinem ſupra horizontem, vel depreſſionem infra, cujus quidem magnitudo prope horizontem minime conſtans id efficit, ut is ipſe error ſatis tuto corrigi nequaquam poſſit. Is autem junctus errori orto ex difficultate obſervandi augetur

multo

multo magis, sed jam videbimus eum, ut supra innui, utut multo major sit, multo minorem effectum secum trahere in mensuram intervalli, licet errorem majorem inducat in absolutam montium altitudinem.

264. Et quidem ut in ipsos errores inquiri possit, satis est considerare, quo pacto ex ejusmodi angulis observatis, ac basibus eruantur, quæ pertinent ad rem nostram. In primis in fig. 2 tab. 1 juxta articulum 5 opusculi 2, & tabellam in eo propositam num. 21 habetur poligonum, in quo basis Ariminensis *aL*, Romana *cb*, stationes *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I* sunt tholus D. Petri, mons Januarius, Sorianus, Fionchus, Tesius, Penninus, Catria, Carpegna, Lurus. In iis omnibus triangulis innotescunt omnes anguli per quadrantem determinati. Et quidem ii immediate per observationem innotescerent accuratè, si observatio institueretur in ipso centro signi erecti in statione, in qua fit observatio. Sed quoniam plerumque commodius est multo, & aliquando pro signi ipsius natura necessarium omnino observationem instituere extra signum ipsum, anguli observati indigent correctiuncula exigua, quæ facile invenitur, si inter observandum definiatur distantia centri quadrantis a loco observationis, & positio, cujus ope innotescat recta perpendicularis, e centro quadrantis ducta in rectam a centro signi stationis, in qua observatio fit, tendentem ad centrum signi stationis cujusvis observatæ.

Anguli poligoni non immediate definiti observatione peracta extra centrum stationis. Tab. 1. Fig. 2.

265. Nam in primis ope angulorum non correctorum, & primæ basis *aL* haberi possunt, si minus accurata, saltem veris proxima, latera omnia prius trianguli *LHa*, tum *LHI*, ope lateris *LH*, tum *HGI* ope lateris *HI*, & ita porro usque ad basim alteram *bc*, factis, ut sinus anguli oppositi lateri dato, ad sinum anguli oppositi lateri quæsito, ita latus datum ad quæsitum. Habitis autem iis lateribus utcumque proxime, habetur angulus, quem in statione observata subtendit distantia centri quadrantis a centro signi ipsi proximi. Sit enim in fig. 12 tab. 3 *A* centrum

Quo pacto reducantur ad id centrum. Tab. 3. Fig. 12

signi,

ſigni, *C* centrum quadrantis, quo obſervantur ſtationes *D*, & *E*, & dato per obſervationem angulo *DCE*, quæratur angulus *DAE*. Habita diſtantia *AC*, & ejus poſitione reſpectu rectarum *AE*, *AD*, inveniuntur facile perpendicula *CI*, *CH*, quæ ſæpe etiam immediate admodum facile metiri licet deſignatis utcumque rectis *AI*, *AH*. Porro habitis etiam proximè *CE*, *CD*, erit, ut *CE*, vel *CD* ad *CI*, vel *CH*, ita radius ad ſinum anguli *CEI*, vel *CDH*.

Quid corrigi debeat per additionem, quid per ſubtractionem.

266. Porro ſi utraque recta *EC*, *DC* jaceat intra angulum *EAD*, jacente *C* intra ipſum, uterque ex iis angulis demendus eſt ab angulo *DCE*, ut habeatur *DAE*: ſi jacente *C'* extra ipſum ad latus alterum, ut *EA*, altera quidem *DC'* ſubeat angulum *DAE*, altera *EC'* cadat extra ipſum, demendus erit prioris angulus *ADC'*, & addendus poſterioris *AEC'*: quod ſi & *DC'* caderet extra ultra *DA*, puncto *A* jacente intra angulum *DC'E*, uterque addendus eſſet. Si enim *EC* occurrat *DA* in *B*, & *EC'* in *B'*, angulus externus *DCE* æquabitur angulo *CBD*, & *CDB* internis, & oppoſitis, angulus autem *CBD* pariter binis *BAE*, *BEA*; adeoque ſublato *CDB* a *DCE*, habetur *DBC*, & ſublato *BEA*, vel *CEA* ab ipſo *DBC*, habetur *DAE*; unde conſtat primum. Pariter ſublato *CD'B'* a *DC'E* externo, habetur *DB'C'* internus, ſed ipſi *DB'C'*, ſive *AB'E* addito *AEB'*, vel *AEC'*, habetur externus *DAE*; unde patet ſecundum. Tertium autem ſponte fluit e primo. Si enim demendi ſunt bini anguli *CDA*, *CEA* ab angulo *DCE*, ut habeatur *DAE*, contra addendi iidem eſſent, ſi foret *C* in *A*, & *A* in *C*.

Facilior determinatio reductionis.

267. Sed nec eſt opus tam proxima menſura rectarum *EC*, *DC*, nec illis ſinubus ad inveniendos angulos ad *E*, vel *D* demendos ab angulo obſervato, vel ipſi addendos; cum illæ diſtantiæ *CI*, *CH* ſemper utique ſatis exiguæ reſpectu ipſarum *CE*, *CD* exiguum ſecundorum numerum requirant. Ut angulus *CEI* ſit unius ſecundi, debet *CE* continere ipſam *CI* vicibus 200000 quamproxime, nimirum, exiſtente *CI* pedis unius, & *CE* 40 milliariorum, habetur unum

unum minutum secundum in angulo illo *CEI*, & eo minus habebitur, vel plus, quo distantia *CE* fuerit e contrario major, vel minor. Quare si numerus pedum inventus in distantia illa perpendiculari *CI* augeatur, vel minuatur in ea ratione, in qua distantia *CE* a statione observata est e contrario minor, vel major milliariis 40, habebitur numerus secundorum demendus ab angulo observato, vel illi addendus, prout centrum *C* jacuerit respectu rectæ *AE* versus alteram stationem *D*, vel ad partes oppositas. Patet igitur, satis esse intra crassiores limites nosse, quot milliariis distet statio observata, & nosse tantummodo numerum pedum, quibus centrum quadrantis distat a recta jungente centrum signi, prope quod fit observatio, cum signo stationis observatæ, ut innotescat, quid auferri debeat, vel addi.

268. Anguli, qui habentur in ea tabula opusculi secundi, sunt anguli ita correcti. Eorum ope patet jam haberi posse omnia latera rectilinea poligoni incipiendo a basi altera usque ad alteram, ope illius notissimi theorematis trigonometrici, *latera sunt, ut sinus angulorum oppositorum*, sed ut a basi altera deveniatur ad alteram, satis est singulorum triangulorum ope definire singula latera, usui futura in sequenti triangulo, quod quidem ibi præstitit Mairius, qui singulis triangulis singula latera definivit, & a prima basi *La* fig. 2 tab. 1 devenit ad secundam *bc* per latera *LH*, *HI*, *HG*, *GF*, *FE*, *FD*, *DC*, *CB*, *BA*; ac eodem pacto ordine retrogrado a secunda *bc* poterat devenire ad primam *La*. Ex basi, & angulis reductis determinatio laterum rectilineorum. Tab. 1. F. 2.

269. Porro ea rectilinea poligoni latera nec jacent in superficie regulari Telluris, nec in directione Meridiani. Hinc duplici reductione est opus, alterâ, quæ lateribus rectilineis, & ad horizontem inclinationes varias habentibus pro varia distantia stationum a superficie illa regulari, substituat arcus superficiei ejusdem ipsis subjectos, sive interjectos punctis, quæ perpendiculariter subjacent ipsis stationibus, alterâ, quæ inventa directione meridiani Duplicis laterum reductionis necessitas, ad superficiem Telluris regularem, & ad meridiani reductionem.

diani

diani *An* transeuntis per alterum poligoni extremum *A*, & ope arcuum, *Bd*, *Ce*, *Df*, *Eg*, *Fh*, *Gi*, *Hl*, *Im*, *Ln*, ipsi meridiano perpendicularium reducat puncta *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*, *L*, ad meridianum in *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *l*, *m*, *n*, unde demum obtineatur intervallum *An* meridiani ipsius interceptum binis extremis punctis totius poligoni.

Primæ reductionis fundamentum precipuum.

270. Prima illa reductio commodissime perficitur methodo, quam ibidem Mairius exponit a num.24. Nimirum omnes anguli reducuntur ad horizontales, sive iis, quos latera rectilinea continent terminata ad stationes, sitis in summis montibus substituuntur ii, quos continent in superficie Telluris regulari arcus interjecti punctis subjectis ad perpendiculum stationibus singulis. In hac reductione assumitur superficies illa regularis Terræ, ut sphærica, atque id quidem sine ullo periculo erroris sensibilis. Cum enim discrimen figuræ Telluris a *sphærica* sit admodum exiguum, discrimen partis usque adeo exiguæ, quæ toti poligono, immo quæ singulis respondet triangulis, omnem omnino sensum debet effugere.

Ejusdem methodus per Trigometriam sphæricam.

271. En autem ejusdem reductionis methodum eidem satis analogam. Referant in fig. 11 tab. 3 rectæ *CD*, *CE* rectas, quæ a statione *C* tendant ad binas stationes, quibus rectis sphæra centro *C* occurrat in *D*, & *E*. In *ipsa* sphæra sit *CP* recta verticalis tendens ad zenith respondens puncto *P*, sint autem *CA*, *CB* intersectiones planorum verticalium *PCD*, *PCE*, cum plano horizontali transeunte per *C*, ut proinde *ACD*, *BCE* sint binæ elevationes observatæ supra horizontem, quarum altera, vel utraque si esset nulla, abiret alterum, vel utrumque e punctis *D*, & *E* in alterum, vel utrumque e punctis *A*, & *B*; si altera, vel utraque esset depressio infra horizontem, abiret alterum, vel utrumque ex iis infra alterum, vel utrumque ex his, contra id, quod schema exhibet. Sed in omnibus ejusmodi casibus habita altitudine supra horizontem, vel depressione infra ipsum, habetur *PD*, &

PE

PE differentia ejus a quadrante, vel summa cum quadrante.

Trianguli sphærici resolutio, quæ rem conficit.

272. Porro intersectiones planorum *PCA*, *PCB* cum superficie regulari Telluris essent bini arcus illi, quos memoravimus, nimirum bina latera poligoni ad ipsam superficiem reducti, & *CA*, *CB* sunt rectæ perpendiculares intersectioni planorum ipsorum arcuum, quarum angulus proinde æquatur angulo sphærico, quem ii arcus continerent; cum ipse angulus *ACB* sit angulus, quem eorum arcuum plana continent juxta num. 57 in meis solidorum Elementis, Elementorum tomo 1, & ille angulus sphæricus sit idem, ac eorum planorum angulus juxta mea Trigonometriæ sphæricæ elementa num. 153 ibidem. Quare invento angulo *ACB*, is angulus invenitur, & ipse angulus *ACB*, quem tangentes in plano horizontali continent, dicitur angulus *DCE* ad horizontem reductus. Porro is habetur resolutione trianguli sphærici *DPE*, in quo ex datis altitudinibus *AD*, *BE*, vel depressionibus, dantur latera *PD*, *PE*, juxta numerum præcedentem, latus autem *DE* est mensura anguli *DCE* observati. Anguli autem sphærici *DPE* mensura est arcus *AB*, qui metitur angulum rectilineum *ACB*, nimirum angulum ad horizontem reductum, sive angulum poligoni ad Telluris superficiem reducti. Quare datis binis altitudinibus, vel depressionibus, & angulo observato *DCE*, adeoque tribus lateribus trianguli sphærici *DPE*, datur angulus *DPE*, sive quæsitus ille angulus reductus.

Facilior ejus solutio indicata; casus simplicior, & expeditior in eo casu solutio.

273. Is quidem angulus communi, & nota Trigonometriæ sphæricæ methodo haud difficulter invenitur, verum ejus inventionem adhuc expeditam magis docet Mairius a num. 26 opusculi secundi. Quod si altera altitudo vel depressio nulla esset, puncto *D* abeunte in *A*, resolvi deberet triangulum *APE*, sed multo facilius triangulum *ABE* resolvi posset, in quo data altitudine, vel depressione *BE*, & data basi observata *AE*, inveniretur latus *AB*, sive angulus ille ad horizontem reductus, nimirum

ope unius trianguli ſphærici rectanguli, quod num. 25 notat Mairius.

Facta ejuſmodi reductione, inventio laterum poligoni reducti per angulos reductos.

Tab. 1, F. 2.

274. Jam vero inventis hoc pacto in fig. 2 tab. 1 omnibus angulis poligoni reducti ad arcus circulorum maximorum deſcriptorum in ſuperficie ſphærica, inveniuntur latera omnia poligoni ejuſdem incipiendo a primo triangulo, ſi fiat in ipſo, ut ſinus anguli *LHa* oppoſiti baſi *La* ad ſinum anguli *HLa*, vel *HaL*, ita baſis *aL* priori oppoſita ad latus *Ha*, vel *HL* oppoſitum poſteriori, & eodem pacto per omnia triangula progrediendo inveniuntur latera omnia poligoni reducti in menſuris iiſdem, in quibus habetur baſis. Nam in triangulo quovis ſphærico ſunt ſinus laterum, ut ſinus angulorum oppoſitorum. Porro ubi latera exigua ſunt, ipſa ſunt proxime, ut ſui ſinus, quod ſatis conſtat ex ipſis ſinuum tabulis; ac primum latus rectilineum *aL*, nimirum baſis inventa per actualem menſuram, ſumi poteſt impune pro arcu, cum ea vix ad 6 minuta aſſurgat. Quamobrem facta illa angulorum reductione eodem prorſus modo definiuntur latera poligoni ad ſphæricam ſuperficiem reducti, ac latera poligoni immediate obſervati, & conſtantis lateribus rectilineis. Hi quidem anguli, & latera inveniuntur in eodem opuſculo 2 apud Mairium num. 28, ſed quoniam non omnes altitudines, & depreſſiones immediatè nobis ſatis accuratè obſervare licuit, quo pacto aliquot ejuſmodi obſervationum defectum ſupplere licuerit, paullo infra videbimus.

Quæ obſervatio ſolaris requiratur ad reductionem ſecundã laterum obliquorum lineæ meridianæ ad ipſam lineam.

275. Interea habitis ea methodo, & angulis omnibus poligoni reducti, & lateribus; reliquum eſt, ut habeantur ſegmenta illa meridiani definita per arcus *Bd*, *Ce* perpendiculares ipſi meridiano; quæ quidem, ut & arcus ipſi inveniuntur per obſervationem ſolarem, quam innuimus etiam ſupra. Id Mairius perſequitur in ipſo opuſculo 2 articulo 6, nimirum a num. 30; ego autem id ipſum hìc paullo uberius exponam. In primis vero ad datam quampiam horam ope quadrantis inveſtigari debet angulus,

angulus, quem continet recta tendens e dato loco ad stationem aliquam, cum recta tendente ad Solis centrum. Invenietur is angulus dirigendo alterum telescopium ad stationem ita, ut statio ipsa sit in intersectione filorum, alterum ad Solem, & notando momentum, quo Solis limbus præcedens appellit ad filum perpendiculare plano quadrantis, & momentum, quo appellit limbus sequens, unde innotescit momentum, quo appellit centrum, & ex numero, quem tum designat regula mobilis, ac ex eo, quem designat, ubi telescopium fixum, & mobile diriguntur ad idem aliquod objectum, obtinetur angulus quæsitus, quem recta ad stationem tendens continet cum recta tendente ad centrum Solis.

276. Quod si Sol incedat itinere non ita satis inclinato ad horizontem, ut utriusque limbi appulsus videri possit, sed dum assurgit, elabatur e campo telescopii, vel non libeat utrumque appulsum expectare; satis erit notare alterius momentum, & angulo ita definito addere semidiametrum Solis, vel demere, prout centrum respectu ejus limbi jacuerit ad partes illi stationi oppositas, vel versus illam. Diameter enim apparens Solis vel observari tum facile potest, vel satis tuto ex astronomicis tabulis erui. Et id quidem prope æquatorem est maxime necessarium, ubi nimirum Sol maxime ad horizontem erectus assurgit. Necessaria potissimũ prope æquatorem cognitio semidiametri Solis.

277. Porro data hora observationis, datur ex astronomicis tabulis declinatio Solis, & per eam distantia Solis a polo. Cumque in triangulo sphærico habente angulos in polo, in zenith, in Sole, innotescat præterea distantia poli a zenith complementum polaris altitudinis, & angulus in polo ob horam datam: dabitur etiam distantia Solis a zenith, & angulus in ipso zenith, nimirum azimuthus Solis. Habitâ distantiâ Solis a zenith, eâque imminutâ per refractionem e tabulis erutam, cum præterea haberi possit elevatio supra horizontem stationis observatæ, vel depressio infra ipsam, habetur quid- Resolutio trianguli sphærici ad rem necessaria. Angulus positionis inde deductus. Tab. 3, F. 11.

quid requiritur ad reducendum ad horizontem methodo superius tradita angulum observatum. Si enim in fig. 11 tab. 3 *CE* tendat ad Solem, *CD* ad stationem, dabuntur *PE*, *PD*, & angulus *DCE* observatus, adeoque & angulus *APB*, sive *ACB*. Quoniam autem innotuit Solis azimuthus, sive angulus, quem circulus verticalis *PEB* transiens per Solem continet cum meridiano; innotescet etiam angulus, quem cum eodem meridiano continet verticalis *PDA* transiens per stationem *D*, nimirum innotescet, quantum in horizonte distet punctum *B* a cardine boreali, procedendo inde ortum versus, donec deveniatur ad ipsum, quem in eo articulo Mairius angulum positionis appellavit.

Exemplum ejus perquisitionis in positione montis Sorianensis visi e Collegio Romano.

278. Exemplum totius perquisitionis hujusmodi habetur in eodem articulo. Nos e boreali parte solarii Collegii Romani observavimus Solem die 14 Septembris anni 1753, paullo ante occasum, & Solem contulimus cum arbore in monte Soriani extante. Tres habentur observationes num. 31 ipsius, pro quibus singulis notatur prius angulus observatus, tum idem ad horizontem reductus. Tum numero 32 habentur 3 declinationes Solis a meridiano, nimirum tres distantiæ puncti *B* ejusdem figuræ 11 a cardine australi, quæ sunt complementa ad angulos rectos anguli sphærici, quem habet in zenith triangulum terminatum ad ipsum zenith, ad Solem, & polum. Quoniam eæ declinationes a cardine australi in Occidentem tendunt, & Sorianensis montis arbor in eadem directione jacebat nobis ab Occidente Boream versus, addendæ fuerunt tres illæ declinationes tribus distantiis Solis ab arbore inventis numero illo ejus 31, & prodierunt tres declinationes arboris Sorianensis a cardine australi, quarum media est ibidem 158°, 2′, 35″. Quoniam autem hæc a meridie jacet Occidentem versus eadem directione, quæ a Borea tendit Orientem versus ad dexteram, si ipsi addantur gradus 180, qui in ea directione sunt a boreali cardine ad australem; oritur ille, quem ibi angulum

lum positionis appellari diximus graduum 338, 2', 35".

279. Si hæc observatio non in Collegio Romano habita fuisset, sed in ipso initio poligoni, nimirum in medio D. Petri tholo; nulla alia reductione opus esset. Verum ea quidem est opus, ut habeatur angulus positionis, quem cum meridiano tholi D. Petri continet eadem arbor ex eodem tholo observata; nimirum in fig. 2 tab. 1, arcus *AC* cum arcu *Ae* numerando ab *Ae* ad dexteram, sive complementum anguli *eAC* ad 4 rectos; ut inde reliquorum laterum habeantur inclinationes respectu meridiani ejusdem, & earum ope illa omnia perpendicula in ipsum demissa, & illa ipsius segmenta, quæ num. 269. proposuimus.

Necessaria reductio ab ea positione ad positionem ejusdem motis visi e tholo D. Petri. Tab. 1, F. 2.

280. Ea reductio fit ibidem num. 34 opusculi 2, & ad eam habendam requiruntur duo. Primo quidem parallaxis loci, in quo observatio instituitur respectu loci, ad quem reductio facienda est, secundo verò convergentia meridianorum pertinentium ad ea bina loca. Exprimat in fig. 13 *A* tholum D. Petri, *C* arborem Sorianensem, *M* solarium Collegii Romani, *MP* meridianum ipsius collegii, *AP* meridianum ejus tholi: & concipiatur *AN* perpendicularis ad *MP*, ac *An* ad *MC*, & arcus exiguus *AD* ad partes *P* parallelus *EN*. Angulus *ACn*, sive *ACE* dicitur ibi a Mairio parallaxis montis Soriani, *DAP* convergentia meridianorum, & ille quidem invenitur facile ope perpendiculi *An*, hic ope perpendiculi *AN*, quorum utrumque ex cognita distantia *AM*, & observatis angulis *AMC*, *AMP* cognoscitur, factis, ut radius ad sinum ejus anguli, ita *AM* ad *An*, vel *AN*.

Plura ad eam reductionem necessaria. Tab. 3, F. 13.

281. Primum igitur si fiat, ut *AC* ad *An*, ita radius ad sinum anguli *ACn*, is obtinebitur; deberet enim fieri, ut sinus *AC* ad sinum *An*, & sunt arcus exigui, ut sui sinus. Innotescit igitur parallaxis illa, quæ Mairio ibi obvenit 1°, 53", 28". Convergentia autem meridianorum pluribus methodis facile itidem inveniri potest. En unam admodum expeditam. In primis dato arcu quovis, ut *AN* in

Determinatio parallaxeos, & cõvergentiæ meridianorum.

in mensuris cujuscumque magnitudinis, facile est invenire, quis arcus minutis, & secundis circuli maximi respondeat, si minus accuratè, saltem ita proximè, ut nullus inde error timeri possit. Nam & ex aliorum mensuris innotescit magnitudo gradus circuli Terræ maximi, satis ad rem præsentem proxima veræ, & derivari potest ex ipso poligono reducto crassius sine consideratione ulla ejus convergentiæ. Hinc fieri poterit, ut numerus passuum, vel hexapedarum in uno gradu ad eundem in *AN*, ita minuta 60′ ad quartum. Jam in triangulo sphærico *PNA* rectangulo ad *N*, data basi *PA* complemento altitudinis poli, & latere *AN*, invenitur angulus *PAN*, qui ob parallelismum *DA*, *MN*, & proinde angulum *DAN* æqualem recto *ANM*, est complementum quæsitæ convergentiæ *DAN*. Hanc ibi Mairius invenit 1°. 7″.

Bina theoremata pertinentia ad convergentiam ejusmodi.

282. Circa hujusmodi convergentiam plurima haberi possunt theoremata sane elegantia. Ex Trigonometria sphærica, ubi detur basis cum latere adjacente, & quæratur angulus, habetur hujusmodi canon: Radius ad cosinum anguli, ut tangens basis ad tangentem lateris adjacentis. Cum igitur sit sinus quæsitæ convergentiæ *PAD* idem, ac cosinus anguli *PAN*, tangens autem *AP* sit cotangens altitudinis poli, seu latitudinis loci, substitutis iis nominibus, & alternando primum, tum invertendo, habebitur sequens theorema. *Cotangens latitudinis loci ad radium, ut tangens* AN *ad sinum quæsitæ convergentiæ* *PAD*. Vel quoniam in quovis arcu est radius ad tangentem, ut cotangens ad radium, reducta *AN* in partes circuli maximi, habebitur hoc theorema. *Est radius ad tangentem latitudinis loci* A, *ut est tangens* AN *ad sinum convergentiæ quæsitæ* PAD. Quod si libeat uti differentia longitudinum *APM*, erit ex can. 6 meæ Trigonometriæ sphæricæ alternando, radius ad cosinum basis *AP*, sive sinum latitudinis loci *A*, ut est tangens anguli *P* ad cotangentem anguli *PAN*, sive tangentem anguli *PAD*. Quare habetur hujusmodi theorema. *Radius ad sinum latitu-*

titudinis, ut tangens differentiæ longitudinum, ad tangentem convergentiæ meridianorum. Hoc quidem theorema pro angulis exiguis fieri poteſt ſimplicius, ponendo pro tangentibus angulorum angulos ipſos; cum nimirum arcus exigui, qui eorum angulorum menſuræ ſunt, ſint ad ſenſum æquales ſuis ſinubus, & tangentibus. Erit nimirum, ut radius ad ſinum latitudinis loci, ita differentia longitudinum exigua, ad convergentiam meridianorum.

283. Hoc poſtremum theorema facile etiam immediate demonſtratur pro exigua longitudinum differentia: eſt autem generaliter verum hoc aliud pro binis directionibus arcuum meridianorum pertinentium ad bina puncta habentia eandem latitudinem, & longitudinem utcumque diverſam, *eſſe, ut radium ad ſinum latitudinis, ita ſinum dimidiæ differentiæ longitudinum ad ſinum dimidii anguli, quo illæ directiones a ſe invicem divergunt.* Sed de hujuſmodi theorematis jam ſatis. Illud notandum tantummodo pro hiſce methodis, quæ adhibent longitudinum differentiam, ut numerus hexapedarum, vel paſſuum reducatur ad partes paralleli, faciendum eſſe primo, ut radius ad coſinum latitudinis ita numerus earum menſurarum in gradu circuli maximi ad eum in gradu paralleli, tum ut hic ad numerum propoſitum, ita minuta 60 ad numerum partium quæſitum. Nec in hoc numero, ubi exiguus ſit, committetur error ſenſibilis, licet gradus circuli maximi ſatis craſſo modo fuerit definitus, vel aſſumptus.

Aliud theorema generalius: reductio diſtantiæ datæ ad partes paralleli circuli.

284. Ut autem eo unde digreſſi ſumus redeamus; inventis hiſce duobus angulis parallaxeos, & convergentiæ, jam facile eſt invenire poſitionem *AC* reſpectu meridiani *AP*. Si enim ducatur *AE* parallela *MC*, erit angulus *EAD* æqualis *AEP*. Prius ad inveniendam poſitionem *MA* reſpectu *MP* demebatur *AMP*, ſive hic *EAD* a 4 rectis, nunc demi debet *CAP* ab iiſdem, adeoque ei, quod demitur, accedit convergentia *DAP*, & deeſt parallaxis *CAE*. Hinc ipſi angulo poſitionis accedit ea paralaxis, & deeſt convergentia. Idcirco ibidem a paralaxi 1°, 53′, 28′ demitur a Mairio convergentia 1′, 7″, & reſiduum

Poſitionis inventio per cognitam jam parallaxim, & convergentiam definita pro uno monte.

1°,

1°, 52', 21" additur angulo positionis prioris 338°, 2', 35", & evadit novus positionis angulus montis Soriani visi e tholo D. Petri 339°, 54', 56".

Data positione unius loci visi ex alio, inventio positionis illius visi ex hoc. Tab. 1. F. 2.

285. Eo angulo invento, facile jam invenietur angulus quem in fig. 2, tab. 1 continebit cum arcu eodem *An* recta *AB* tendens ad montem Januarium, cum in tabula num. 28, opusc. 2 innotescat angulus *CAB* 78°, 59', 11", a quo si dematur *CAn* complementum ad 4 rectos anguli positionis puncti *C*, nimirum 20°, 5', 4", remanet *nAB* angulus positionis puncti *B* visi ab *A*, 58°, 54', 7". Si jam concipiatur in *C* arcus *Cp* parallelus ipsi arcui *An*; angulos, quos rectæ *CF*, *CD*, *CB*, *CA* continent cum *Cp* tendendo a Borea Orientem versus ad dexteram, appellat Mairius angulos positionis punctorum *F*, *D*, *B*, *A* visorum a *C*, nulla habita ratione convergentiæ meridianorum. Et quidem facile patet, quo pacto ex angulo positionis puncti *C* visi ab *A* erui possit viceversa angulus positionis puncti *A* visi e *C*. Nam ubi, ut hic, punctum posterius jacet ad Occidentem, quo casu angulus positionis ipsius a præcedenti est major duobus rectis; habito, quod hic licet, arcu circuli pro recta, satis est ab eo demere gradus 180: contra ubi id ad Orientem jacet, ut hic *B*, quo casu angulus positionis est minor duobus rectis, satis est ipsi addere gradus 180, quod quidem admodum facile demonstratur ex natura parallelismi.

Positionis ejusmodi inveniendæ exempla, & progressus ad alias.

286. In casu præsenti cum angulus positionis *C* ab *A* sit 339°, 54', 56", erit *A* a *C* 159°, 54', 56", cum vero sit *B* ab *A*, 58°, 54', 7", esset *A* a *B* 238°, 54', 7". Porro invento in *C* angulo positionis unius puncti *A* inde visi, & datis angulis, quos cum *CA* continent reliquæ rectæ *CB*, *CD*, *CF*, dabuntur & earum anguli positionis ablatis inde iis angulis, si tendunt sinistrorsum respectu *C*, additis, si dextrorsum. Quoniam ex tabula Mairij num. 28 est angulus *ACB* 32°, 12', 14", ac tendit sinistrorsum, eo ablato a 159°, 54', 56", habetur positio *B* visi a *C* 127°, 42', 42". Dempto autem itidem inde angulo *BCD*, qui in eadem tabula est 70°, 10', 19", relinquitur positio *D* a *C*

57°,

57°, 32′, 23″, ac demum ablato angulo *DCF*, qui ibidem est 49°, 27′, 33″, relinquitur angulus positionis *F* visi a *C* 8°, 4′, 50″.

287. Eodem pacto licet etiam pro puncto *B* eruere omnes angulos positionum punctorum omnium inde visorum, ac ex utrolibet eorum facto gradu ad *D*, ut ab *A* factus est ad *C*, & *B*, eruere omnes punctorum inde visorum, donec deveniatur ad postremam poligoni stationem *L*, & eo pacto computati sunt omnes anguli positionum, qui in secudo opusculo habentur num. 34. Sed ibi omissa est positio tholi D. Petri a monte Soriano, cum eadem habeatur e superiore Soriani ab eodem tholo abjectis ut diximus 180°. Pariter in iis, quæ habentur ibi pro monte Fioncho, omittitur positio montis Soriani, a quo habita fuerat illius positio, & in sequentibus omnibus hæ præcedentium, ut ita dicam, reciprocæ omittuntur, cum ex illis haberi possint demptis, vel additis 180°, prout habebatur plus, vel minus eo numero, & eadem de causa omittuntur omnes pro monte Januario *B*, cujus positio habetur ibi a tholo *A*, a monte Soriano *C*, & a Fioncho *D*, omnes pro Pennino *E*, cujus positio habetur ibi a Fioncho *D*, a Tesio *F*, & a Catria *G*, omnes demum pro monte Luro *I*, cujus positio habetur ibi a Catria *G*, a Carpegna *H*, & ab Aprusa *L*. Accedit autem, quod ad ea, quæ occurrent imposterum, abunde sunt ea sola, quæ ibi expressa sunt.

Progressus ad reliquas omnes. Cur aliquæ in tabula omissæ.

288. Ex hisce positionis angulis duo consequuntur. Primo quidem, ut liceat inde, & ex omnium triangulorum lateribus jam supra cognitis derivare illa perpendicula *Ce*, *Fh* &c. *Bd*, *Df* &c., & segmenta meridiani *Ae*, *Ah* &c. *Ad*, *Af* &c. Deinde vero, ut liceat conferre Romanas observationes positionis poligoni cum Ariminensibus. Quo id pacto obtineri possit, pergam exponere.

Bina angulorum positionis consectaria. Reductio poligoni ad meridianũ, & comparatio observationis Romanæ cum Ariminensi.

289. In primis in triangulo rectangulo *AeC*, in quo angulus *CAe* est complementum ad quatuor rectos anguli posi-

Prioris determinatio in uno casu.

Ejusdem in reliquis omnibus.

Unde is prior fructus collectus sit.

positionis montis Soriani a Tholo D. Petri, adeoque datur, dato præterea latere *AC* ex tabula numer. 38, per regulas Trigonometriæ sphæricæ, quæ hìc in arcubus exiguis, qui suis sinibus proportionales sunt, congruunt cum regulis planæ, inveniuntur *Ae*, & *eC*. Et quidem ex ipso schemate constat, quo eæ vergant, sed & hìc, & in sequentibus omnibus triangulorum rectangulorum resolutionibus, angulus, quem linea ducta ex quavis statione ad aliam quamvis continet cum arcu *An*, vel ipsi parallelo, obtinetur ex positione posterioris stationis visæ a priori, sumendo ipsam positionem, si sit minor quadrante; ejus complementum ad duos rectos, si eum excedat, sed sit semicirculo minor; excessum supra semicirculum, si eum excedat, & sit minor tribus quadrantibus; complementum ad 4 rectos, si excedat etiam tres quadrantes. Eo autem triangulo resoluto latus parallelum meridiano *An* tendet respectu stationis prioris in Boream in casu primo, & quarto, in Austrum in secundo, & tertio; latus autem perpendiculare tendet respectu ejusdem in Ortum in prioribus binis casibus, in Occasum in posterioribus.

Ejusdem in reliquis omnibus.

290. Eodem pacto in triangulo rectangulo *AdB* ex data positione montis Januarii *B* a tholo *A*, dabuntur *Ad*, *dB*. Occurrant *Df*, *hF* arcui ex *C* parallelo *An* in *p*, *q*, qui haberi poterit pro arcu circuli maximi, cui tam proximus magnitudine est, & positione, vel uterque pro recta linea; & in triangulis *CpD*, *CqF* dabitur angulus in *C* ex positione montis Fionchi *D*, & Tesii *F* a Soriano *C*. Quare dabuntur *Cp*, *Cq* parallelæ, & æquales *ef*, *eh*, quæ additæ *Ae* exhibent *Af*, *Ah*, & itidem dabuntur *pD*, *qF*, a quarum priore dempta *pf* æquali *Ce*, relinquitur *Df*, & posterior dempta a *qh*, sive a *Ce* relinquit *Fh*. Pariter si perpendicula *Eg*, *Gi*, *Hl* occurrant arcui ducto per montem Tesium *F* parallelo *An* in *r*, *s*, *t*, in triangulis *FrE*, *FsG*, *FtH*, habentur anguli in *F* ex tribus positionibus Pennini *E*, Catriæ *G*, & Carpegnæ *H*, adeoque latus

latus *Fr*, sive *hg*, quod ablatum ab *Ah*, relinquit *Ag*; latus *Fs*, sive *hi*, quod additum *Ah* exhibet *Ai*; latus *Ft*, sive *hl*, quod additum *Ah* exhibet *Al*, latera *ER*, *Gs*, *Ht*, a quorum prioribus demendo *rg*, *si*, sive *Fh*, & postremo addendo *tl*, sive itidem *Fh*, habentur *Eg*, *Gi*, *Hl*. Demum si *Im*, & *Ln* occurrant arcui parallelo *An* ducto per montem Carpegnam *H* in *u*, & *x*; ex positione montis Luri *I*, & ostii Aprusæ *L*, habebuntur *Hu*, *Hx*, sive *lm*, *ln*, & inde *Am*, *An*, ac *uI*, *xL*, & inde ob *um*, *xn* æquales *Hl*, invenientur *Im*, *Ln*.

291. Patet inde, ex iis solis positionibus, quæ exprimuntur in eo numero 34, haberi omnia, quæ necessaria sunt, ad primum illum percipiendum fructum, immo & eæ, quæ a Fioncho sunt, & positio montis Januarii a monte Soriano omitti possunt in hac investigandi methodo, licet eædem, operatione aliter instituta, usui esse possint. Is quidem fructus in ipso secundo opusculo habetur num. 39 sub finem ejus articuli. Inde autem, & ad secundum fructum percipiendum progrediemur. Unde priore fructibus collectus fit.

292. In primis angulus positionis montis Luri *I* ab ostio Aprusæ *L* inventus methodo num. 287 hujus opusculi, juxta finem num. 34 opusculi 2, est 137°, 53', 58". Is quidem est non respectu meridiani transeuntis per *L*, sed respectu circuli paralleli meridiano *An*. Porro ex resolutione omnium illorum triangulorum eruitur *nL* 7139. 8, juxta tabulam num. 39 opusculi 2, sive, ut ibidem habetur, proxime milliarium 7.$\frac{1}{5}$. Huic distantiæ methodo numeri 281 hujus opusc. 4, convenit convergentia meridianorum 5', 34", qua meridianus loci *L* inclinatur versus meridianum *An* productum. Quare linea *LI* adhuc magis ab eo meridiano distat ad dexteram per eum angulum, quo addito priori positioni habetur positio montis Luri *I* visi ab ostio Aprusæ respectu meridiani ipsius ostii Aprusæ 137°, 59', 32". Nonnulla pro secundo fructu.

293. Jam vero eundem angulum ex Ariminensibus observationibus habemus expositis opusculo 2 num. 36, ubi Is ipse deductus.

eâdem methodo, quam hìc expoſui ſuperius num. 284 eadem eruitur. Nam per 3 obſervationes Solis orientis e mari factas in ædibus Garampianis eruitur ibidem angulus poſitionis montis Luri *l* ab ipſis ædibus 135°, 21′, 51″. Ex illarum ædium diſtantia ab oſtio Apruſæ, & poſitione reſpectu ipſius ibi expoſita eruitur methodo num. 280 hujus opuſculi cum parallaxis montis Luri 2°, 35′, 34″ ab ipſo monte obſervata, qua recta eo tendens ab ædibus Garampianis inclinatur ad rectam eodem tendentem ab oſtio Apruſæ, addenda poſitioni montis Luri viſi ab iis ædibus, tum convergentia meridianorum, qua meridianus oſtii Apruſæ occidentalioris inclinatur ad levam ad meridianum ædium Garampianarum 39″ quod reſpondet paſſibus 835 occidentalioris poſitionis, itidem addenda. Quare utriuſque ſummâ additâ poſitioni viſæ ex ædibus Garampianis habetur 137°, 58′, 4″. Is quidem ab eo, qui ex Romana obſervatione erutus fuerat 137°, 59′, 32″ differt fere per ſeſquiminutum; ſed, unde id diſcrimen proveniat, dicam paullo inferius, ubi & illud patebit, nihil ad ſenſum inde turbari longitudinem unius meridiani gradus, in cujus gratiam hæc omnis inveſtigatio inſtituitur. Interea hujus ipſius inveſtigationis ductum abſolvam, quod pertinet ad uſum obſervationum quadrante inſtitutarum, de quibus hìc agimus.

Correctio ex diſtantia arcus circuli maximi perpendicularis, & circuli paralleli.

294. Ex tabula num. 39 opuſculi 2 eſt *An* 161127. 9, & punctum *n* definitur per lineam *Ln* æquivalentem rectæ perpendiculari ductæ ex *L* in *An*: circulus autem parallelus tranſiens per *L*, qui polum habet in ipſo meridiano *An* producto ultra *n* per gradus 46 quamproximè, occurrit ipſi meridiano citra *n*, & inveſtigandum eſt id intervallum inter eum arcum, & perpendiculum *Ln* demendum ab intervallo *An*, ut habeatur intervallum inter parallelos tholi *A*, & oſtii Apruſæ *L*. Ea inveſtigatio fieri poteſt prorſus eadem methodo, qua uſi ſumus hujus opuſculi 4 num. 140 pro inveſtigando in fig. 19 tab. 2 errore ſectoris ex inclinatione axis teleſcopii. Si enim

enim ibi *P* sit polus, & *L'* referat punctum itidem *L* fig. 2 tab. 2, nempe ostium Aprusæ, referet hujus *L'M* perpendiculum *Ln* illius, & *L'O* arcum paralleli, ac quantitas demenda erit *OM*. Est autem ex num. 141 sinus *PL'* ad cosinum, sive ejus tangens ad radium, vel radius ad ejus cotangentem, nempe ut radius ad tangentem latitudinis loci *L'*, ita sinus versus arcus *L'M* ad *MO*.. Porro est *PL'* complementum declinationis loci *L'*, & sinus versus arcus *L'M* est tertius post diametrum, & ejus chordam. Quare cum innotescat *L'M*, nimirum 7139. 8, & diameter Terræ, quam satis est nosse intra limites admodum crassos, sit passuum circiter 8544000, habebitur sinus versus arcus *L'M* 5. 9, atque inde ex theoremate proposito arcus *MO*, qui evadit passuum 5. 7.

295. Demptis jam hisce passibus 5. 7 ex intervallo *An* fig. 2 tab. 1, nempe ex 161127. 9; & additis passibus 269, quibus cubiculum musæi Collegii Romani est australius Tholo D. Petri, ac ablatis passibus 139. 1, quibus Garampianæ ædes sunt itidem australiores ostio Aprusæ, habebitur demum intervallum parallelorum transeuntium per loca, in quibus observationes astronomicæ institutæ sunt, passuum 161252. 1. Hic numerus corrigi debet per observationem Ariminensem, positionis poligoni, quæ tamen, ut infra videbimus, vix ipsum tribus passibus auget, & reduci ad numerum hexapedarum, contentarum eodem illo intervallo, quem videbimus sequenti capite, inventa ratione passus ad hæxapedam. Ex eo numero, & ex arcu cælesti determinato juxta caput præcedens eruitur demum magnitudo gradus meridiani quæsita. Intervallum parallelorum definitum. Tab. 1. Fig. 2.

296. Et hæc quidem est tota series operationis, qua observationes per quadrantem institutæ reducuntur ad usum pro invenienda magnitudine gradus, quas ego quidem aliquanto diligentius persecutus sum idcirco etiam, ut si alii hæc ipsa tentare voluerint alibi, sint autem in hujusmodi operationibus minus exercitati, hic ea inveniant Cur hæc fusius pertractata.

omnia,

omnia, quæ iis usui futura sunt. Id ipsum autem necessarium itidem erat, ut in errores, qui committi possint, inquirere liceat aliquanto subtilius, & ipsas nostras observationes, ac earum consectaria ad trutinam revocare, quod jam præstabimus.

Unde discrimen inter Romanas & Ariminenses observatione solares.

297. Ut autem ordiamur a positione poligoni respectu meridiani, quæ nobis juxta num. 293 Arimini, & Romæ per sesquiminutum diversa obvenit, id discrimen a pluribus capitibus ortum duxit. In primis dum ex observatione Romana eruitur positio lateris postremi poligoni, progressus fit juxta num. 287 per omnes intermedios poligoni angulos, in quibus singulis error etiam 10 secundorum committi potest. Hisce erroribus accedit aberratio aliqua in reductione lateris jungentis primum montem cum musæo Collegii Romani, ad latus jungens ipsum cum tholo D. Petri, & similis aliqua aberratio in ædibus Garampianis reducendis ad ostium Aprusæ. Accedit error aliquis in æstimatione anguli in ipsis observationibus Astronomicis, & quod caput est, error aliquis in horologio notante momentum observationis, a quo pendet azimuthus Solis. Et quidem hic postremus error, nisi horologium sit accuratissimum, vel etiam si ingens caloris mutatio interea fiat, facile potest admodum ingentem effectum secum trahere. Nam singulis secundis horariis Sol percurrit 15 secunda sui paralleli, quæ errorem 10 secundorum in azimutho facile secum trahunt. Et quidem est mihi ratio suspicandi in Ariminensi horologio aliquot secundorum inæqualitatem in tot horis a meridie ad illam matutinam Solis observationem. Omnes ii errores in unam summam collecti facile pariunt sesquiminutum, cum singuli æquari possint secundis, postremus multo pluribus, licet etiam se magna ex parte corrigant.

Prima methodus inveniendi errorem inde ortū

298. Verum illud commodum accidit, quod non is tantum, sed & multo major error in positione poligoni perquam exiguum errorem secum trahit in illo meridiani segmento intercepto inter parallelos pertinente ad ex-

trema

trema puncta *A*, & *L* fig.2 tab.1. Quem errorem secum trahat id sesquiminutum, facile patet, inveniri posse, assumendo primam positionem montis Soriani a tholo D. Petri minorem sesquiminuto, & instaurando totum calculum, ut innotescat ibidem methodo exposita a num. 288 nova *An* mulctata per intervallum inter *Ln*, & circulum parallelum transeuntem per *L*. Sed multo facilior habetur methodus facta priore determinatione inveniendi eam correctionem, ubi discrimen exiguum est, ut hic. Eam hic exponam.

299. Sint in fig. 14 tab. 3 puncta *AnL* eadem, ac in fig.2 tab. 1, & concipiatur alia directio meridiani *An'* propior puncto *L*, in quam demittatur perpendiculum *Ln'*. Cum habeatur ex prima determinatione *An*, & *nL* in passibus, nota utcumque in iisdem magnitudine unius gradus, innotescent in partibus circuli maximi ambæ eæ lineæ. Quare innotescet in triangulo sphærico *AnL* rectangulo ad *n* basis *AL*, & angulus *nAL*, a quo si dematur angulus *nAn'*, relinquitur *n'AL*, quo dato, & data basi *AL*, dabitur latus *An'*, ut & distantia *Ln'* in partibus circuli maximi, quæ facile reducentur ad passus. Secunda multo expeditior. Tab. 1 F. 2 3 14

300. Ea methodus generalis est pro quavis magnitudine eorum laterum, sed ubi exiguus est tractus unius, vel alterius gradus, res multo facilius perficitur per Trigonometriam planam. Nam ex lateribus *An*, *nL* datis in passibus, habebitur angulus *nAL* faciendo, ut *An* ad *nL*, ita radius ad tangentem ejus anguli. Eo invento, habebitur & angulus *LAn'*, demendo inde angulum *nAn'*. Tum factis, ut cosinus anguli *nAL* ad cosinum anguli *n'AL* communi radio *AL*, ita *An* ad *An'*, habebitur ipsa *An'*. Alia expeditior ubi discrimen latitudinum exiguum sit.

301. Quod si & angulus *nAn'* exiguus fuerit, res multo adhuc facilius perficietur hoc pacto. Occurrat recta *An'* rectæ *Ln* in *I*, & *An*, *AI* haberi poterunt pro æqualibus, habita *nI* pro arcu circuli descripti centro *A*. Erit autem angulus *n'LI* æqualis ipsi *nAI*, & *Ln'*, *Ln* proximè æquales. Quare erit, ut radius ad sinum anguli *n'LI*, sive Alia adhuc expeditior, ubi & error positionis meridiani exiguus sit.

nAI,

nAI, ita *Ln'*, sive *Ln* ad *In'*. Erit autem *In* differentia inter *An*, *An'*, & quoniam lineola inter arcum circuli paralleli, & perpendiculum *Ln*, vel *Ln'* intercepta, de qua egimus num. 294 erit ad sensum eadem respectu puncti *n*, & *n'*, ut facile deducitur ex ipso theoremate ibi exposito, erit illa eadem lineola *In'* differentia inter binos meridiani arcus interceptos binis extremis punctis poligoni in binis diversis illis inclinationibus meridiani ad rectam *AL*.

Theorema generale, & erroris determinatio.

302. Habebitur autem ex praecedenti determinatione hoc theorema. *Ut radius ad sinum differentiae inclinationum meridiani observatarum, ita distantia postremi puncti poligoni a meridiano per primam positionem definito ad differentiam arcuum meridiani in iis diversis suppositionibus interceptorum inter parallelos transeuntes per puncta extrema, addendam illi, quae respondet angulo majori ipsius meridiani cum recta jungente bina poligoni extrema*. In casu nostro differentia inclinationum meridiani ex observationibus Romana, & Ariminensi est 1'. 28", cujus sinus ad radium 10000000 est 4266, & distantia illa *Ln* per num. 292 est passuum 7139. 8. Quare factis, ut 1000000 ad 4266, ita 7139. 8 ad quartum, prodit 3. 0, cujus si ratio habenda sit, ut id addatur illi arcui *Ln* fig. 2 tab. 1 definitae ex Romanis observationibus num. 294 passuum 161127. 9, fiet is arcus ex Ariminensibus observationibus 161130. 9, prorsus ut habetur opusc. 2 num. 37, quorum medium erit 161129. 4; unde numeri 295 methodo arcus meridiani interceptus inter bina loca observationum astronomicarum fiet passuum 161253. 6, major priore per sesquipassum, quae differentia gradus mensuram auget minus, quam per dimidiam hexapedam, nimirum nihil ad sensum, ut supra affirmavi.

Transitus ad errores ex angulis poligoni.

303. Videamus jam, quid erroris in hoc ipsum intervallum possit irrepere ex angulis poligoni, quorum ope & latera rectilinea ad horizontem inclinata, & latera ipsa reducta ad superficiem Telluris regularem, sed adhuc incli-

inclinata ad meridiani directionem, & ipsa ad eandem reducta, nempe totus ille meridiani arcus interceptus parallelis per loca observationum astronomicarum transeuntibus definiuntur. Ac primo quidem videamus, quid timeri possit in reductione poligoni ad superficiem regularem Telluris ab errore in altitudinibus, vel depressionibus observatis.

304. Sint in fig. 15 tab. 3 puncta *ADPEB* eadem, ac in fig. 11 juxta num. 271, nimirum *PD*, *PE* complementa distantiarum ab horizonte binarum stationum *D*, & *E*, arcus *DE* mensura anguli observati, *AB* mensura anguli reducti ad superficiem regularem Telluris. Erit angulus *DPE* mensura lateris *DE* reducti ad superficiem regularem Telluris, ut vidimus ibidem. Sit jam aliquis error admissus in observanda distantia ab horizonte, ut pro triangulo *DPE* habeatur triangulum *DPE'*, in quo maneat *PD*, sit *DE'* æqualis *DE*, & *PE'* differat a *PE* per *IE*, arcu *E'I* habente pro polo punctum *P*, qui arcus hic haberi poterit pro perpendiculari ipsi *EI* ob nimis exiguum ejus tractum. Quoniam autem arcus *DE*, *DE'* sunt æquales, habebit & arcus *EE'* pro polo punctum *D*, & proinde assumi poterit pro perpendiculari arcui *DE*. Quare angulus *IEE'* erit complementum anguli *DEP*. Erit autem *EI* error commissus in observanda altitudine, vel depressione, & *BB'* error inde profluens in angulum reductum. Porro in triangulo rectangulo *EIE'* est, ut radius ad tangentem anguli *IEE'*, sive ad cotangentem anguli *DEP*, ita *EI* ad *IE'*. Rursus ut sinus *PE'* ad sinum *PB'*, sive ad radium, ita *IE'* ad *BB'*. Quare ex æquo perturbate erit, ut sinus *PE'*, vel proxime *PE* ad cotangentem anguli *DEP*, ita *EI* ad *BB'*, quæ quidem determinatio est Cotesii in opusculo, quod inscripsit *Æstimatio errorum in mixta mathesi*.

Theorema Cotesii pro eo errore.

Tab. 3. Fig. 15.

305. Datis igitur lateribus trianguli *DPE*, facile dabitur ratio inter *EI* errorem commissum in latere *PE*, sive in elevatione supra horizontem, vel depressione in-

Inde facilis ejus inventio.

 fra,

fra, & BB' errorem anguli reducti inde derivatum. Invento enim eo angulo, invenitur facile & angulus DEP, cum sit, ut sinus DE ad sinum DP, ita sinus anguli DPE jam inventi ad sinum ipsius DEP, quo angulo invento habebitur ejus cotangens, & ratio sinus PE ad ipsam cotangentem.

Eum errorem exiguũ esse debere.

306. Ubi angulus DEP sit rectus, patet, errorem evanescere, cum ejus anguli cotangens evanescat. Quoniam autem, ob AD, BE exiguas, angulus DEP parum potest differre a recto ABP, patet itidem, perquam exiguum esse posse errorem anguli reducti. Nimirum quoniam sinus PE erit semper radio quamproximus, si angulus DEP differat a recto per unum gradum, erit cotangens ipsius tangens unius gradus, & cum radius ad tangentem unius gradus sit proxime, ut 57 ad 1, pro quovis minuto erroris in altitudine observata vix habebitur error unius secundi in angulo reducto.

Exiguum esse aliunde etiam deduci.

307. Sed quam exiguus sit is error, patebit etiam hoc pacto. Conferendo tabulam expositam opusculo 2, n. 28, in qua sunt anguli reducti, cum tabula proposita ibidem num. 21, in qua sunt anguli observati, constat, eos quidem in ea reductione parum admodum mutari ita, ut in primis tribus triangulis vix unum minutum reductio superet, semel ad duo minuta perveniat; in reliquis autem fere omnibus minuto primo sit minor, & vero etiam sæpissime paucorum admodum secundorum. Porro consulendo tabulam appositam in fine ejusdem opusculi patebit, altitudines, vel depressiones sæpe gradum excedere, sæpissime dimidium gradum, & plerumque esse multorum minutorum, ubi autem paucorum sint, ibi etiam reductione mutari angulum paucis admodum secundis. Constat igitur, duorum etiam, vel trium minutorum errorem in altitudine observanda, sæpe ne unius quidem secundi errorem parere in angulo reducto, fere semper duorum, vel trium secundorum errorem nequaquam inducere; ut adeo, licet hæ distantiæ ab horizonte aliquanto

minus

minus accuratæ sint, quam anguli poligoni, adhuc tamen nullus notabilis error inde timeri possit in iis, quæ ad gradum inde deducendum pertinent.

308. Porro in ea tabula habentur pleræque ex altitudinum, ac depressionum observationibus, non omnes. Desunt tamen admodum paucæ ex iis, quarum in reductione est usus. Nimirum a monte Soriano distantia ab Horizonte montis Tesii, & tholi D. Petri: A fioncho itidem Tesii; a monte Tesio Soriani, & Fionchi: a monte Catria mentis Luri. Cur hæ observari non potuerint, in causa fuit vel nebula superveniens, quæ montis verticem obduxerat, vel nox. Quoniam enim altitudinum observationes facile suppleri poterant, & minus intererat, ut perquam exactissimæ essent; ubi montes conscenderamus, primum angulos poligoni definiebamus, tum altitudines. Sæpe autem accidit, ut montes reliqui inde prospectandi nubibus jacerent obruti, quam ob causam, ut in primo narravi opusculo, aliquando etiam decies frustra summos montium apices conscenderamus. Inde fiebat, ut ubi demum se opportuna præberet rei bene gerendæ occasio, aliquando per intervalla tantummodo stationem aliquam e nubibus emergentem ægre conspicaremur, aliquando non nubes, sed crassior nebula prospectum surriperet, vel reliquæ observationes in noctem productæ has impedirent. Quoniam autem, ut monui, harum defectus facile admodum suppleri poterat ex observationibus vel jam habitis, vel habendis impostrerum ita proxime, ut nullus inde error, qui sensu percipi posset in gradus determinatione temeri inde posset, supervacaneum censuimus eo regredi iterum cum incerto exitu, & tempus terere, ac inanes labores subire.

Quæ observationes altitudinum, aut depressionum desint.

309. Posse autem suppleri, est admodum manifestum. Nam in primis, ubi ex una statione alterius distantia ab horizonte definita est, hujus prioris visæ ab illa posteriori distantia ipsa facile invenitur. Sint enim in fig. 16 Tab. 5. Fig. 16. binæ

Quo pacto suppleri possint, ubi e binis mutuis habetur altera.

binæ stationes *A*, & *B*, & binæ lineæ verticales coeant in centro *C* superficiei regularis illius tractus Telluris, cujus arcus rectis *CA*,*CB* occurrat in *D*,& *E*.Si in poligono non reducto habeatur distantia *AB*, quæ erit proximè æqualis arcui *DE*, & cognoscatur mensura alicujus gradus;proximè innotescet numerus minutorum debitus arcui *DE*, sive angulo *ACB*. Si vero observetur ex *A* elevatio supra horizontem stationis *B*, vel depressio; ea addita, vel ablata gradibus 90, habebitur angulus *CAB*, qui quidem a refractione liberabitur satis proximè, si anguli *ACB* pars decima octava dematur. Nam ut Mairius notavit opusculo 2 num. 56, effectus conjunctus refractionis utriusque solet esse circiter pars nona anguli ipsius *ACB*, ut ex aliorum pluribus, & nostris observationibus constat. Demuntur anguli *CAB*, & *ACB* a gradibus 180, & habebitur angulus *CBA* correctus, cui si addatur illa pars decima octava anguli *ACB*, habebitur angulus *CBA* ejusmodi, cujusmodi ab observatione prodiisset, cujus differentia a gradibus 90 illam ipsam elevationem, vel depressionem exhibebit stationis *A*, quam immediata observatio in *B* præbuisset. Atque hac methodo suppleri potest defectus distantiæ ab horizonte tholi D. Petri a monte Soriano, & montis Luri a Catria, cum habeatur observatio montis Soriani a tholo D. Petri, & montis Soriani a monte Luro.

Per bina problemata suppleri etiam, ubi neutra sit cognita. Solutio primi.

310. Remanent mutuæ observationes montis Soriani, & Tesii, ac Tesii, & Fionchi, quarum neutra ibi habetur. Hæ facile supplentur ope duorum problematum, quorum alterum est alterius inversum. Primum autem est hujusmodi. Data binarum stationum *A*, & *B* distantia, & angulo *CAB*, invenire differentiam altitudinum *DA*, *EB*. Solvitur facile, si cognoscatur proxime, si minus accurate unus gradus meridiani, ex quo, ut supra n. 294 deducitur semidiameter *CD*, sive *CA*, quam satis est nosse utcumque proximam veræ. Tum in triangulo *CAB* datis lateribus *CA*, *AB*, & angulo *A*, invenietur latus *CB*, cujus

cujus differentia a latere *CA* exhibebit, quæsitam altitudinum differentiam, & facile demonstratur errorem etiam satis magnum in semidiametro *CD*, vel *CA*, nullum sensibilem errorem secum trahere in illa altitudine.

311. Facilior esset solutio, si ex noto gradu utcumque, & nota distantia *AB* deduceretur angulus *C*, ex quo, & ex angulo *A* deducto angulo *B*, fieret, ut sinus anguli *B* ad ejus differentiam a sinu *A* ita semidiameter Terræ proximè cognita, nimirum *CD*, vel *CA* ad differentiam laterum *CA*, *CB* quæsitam. Alia expeditior.

312. Alterum problema est hujusmodi. Data differentia altitudinum earundem *A*, & *B* præter distantiam *AB*, invenire angulos *A*, & *B*. Capiatur *CA* veræ proxima, & illi addatur, vel dematur differentia illa, ut habeatur *CB*. In triangulo *CAB* datis jam tribus lateribus, invenientur anguli ad *A*, & *B* quæsiti; vel definito angulo *ACB* ex distantia *AB*, & datis jam binis lateribus *CA*, *CB* cum angulo intercepto *C* invenientur anguli *A*, & *B*. Problematis alterius solutio.

313. Ope horum problematum res admodum expeditè perficitur. Nam incipiendo ab ostio Aprusæ, ex observationibus ibi habitis in superficie maris, habetur ope primi problematis altitudo Carpegnæ, & montis Luri, quæ itidem habentur ex Aprusa inde observata, & differentia altitudinum montis Luri, & Carpegnæ ex eorum mutuis observationibus. E monte Luro, & Carpegna differentia altitudinis Catriæ, ut & e Carpegna observato a Catria, adeoque ejus absoluta altitudo ter. E Carpegna, & Catria differentia altitudinis montis Tesii, & eadem e Catria observato a Carpegna. Quare & ejus altitudo ter. E Catria, & Tesio Penninus eodem modo bis, ac itidem bis a Catria, & Tesio inde observatis. E Pennino Fionchus, & idem a Pennino ipso inde observato. E Fioncho Sorianus, & Januarius, ac iidem itidem a Fioncho ex iis observato. E Soriano iterum Januarius, & ex hoc tholus D. Petri, cujus itidem altitudo eruitur Altitudines omnium montium rectilineæ ope primi problematis.

ex

ex Januario, & Soriano inde observatis, ac postrema haec altitudo loci, in quo a nobis observatio est habita, satis congruit, cum ejus altitudine supra pavimentum D. Petri, quod quantum supra Tiberim, & Tiberis supra mare assurgat, proxime novimus. Progressu hujusmodi, ex hisce observationibus pluribus inter se collatis praeferendo eas, quae maximè certae visae nobis fuerant, eruta est tabula, quae habetur opusculo 2 num. 57.

Inde altitudines, & depressiones opticae suppletae.

314. Cognitis altitudinibus, jam ope secundi problematis suppleri facile possunt illae altitudines, & depressiones etiam mutuae non observatae, nimirum illae Tesii, ac Fionchi, ut & illae Tesii, ac Soriani, quae quidem posteriores ob ingentem 60 milliariorum distantiam, adeoque ingentem, & maxime irregularem refractionem, multo minus certo determinatae fuissent immediata observatione. Cognitis enim altitudinibus rectilineis *A*, & *B*, cognoscitur earum differentia, qua data, & dato latere *AB* poligoni non reducti, cognoscitur uterque angulus *A*, & *B*, cujus refractione aucti differentia a recto exhibet illam ipsam altitudinem, vel depressionem immediate observandum.

Ex ejusmodi supplemento constare, non necessariam fuisse immediatam observationem.

315. Atque hoc quidem pacto & inventa sunt haec ipsa elementa reductionis, quae deerant, & correcta etiam caetera, quae habebantur, ut plures determinationes conspirarent, quod quidem abunde omnino est pro angulis, qui ubi etiam per erroneas altitudines reducti fuissent, vix uno, aut altero secundo aberrassent; ut evidenter constet, non fuisse, cur & tempus tereremus, & labore nos improbo torqueremus, donec nobis haec omnia observationes immediatae exhiberent.

Investigatio errorum, qui oriuntur ex erroribus angulorum poligoni. Quid pariat error lateris in latere.

316. Expositis aliquanto fusius hisce, quae pertinent ad reductionem angulorum poligoni, & poligoni ipsius ad regularem Telluris superficiem, dicendum superest de errore, quem secum trahunt ipsi errores angulorum reducendorum, quos num. 262 vidimus decem etiam secundis aliquando erroneos extitisse. In primis in quovis trian-

triangulo, in quo datur unum latus cum omnibus angulis, definitur aliud latus quodvis, factis ut sinus anguli oppositi lateri dato ad sinum anguli oppositi lateri quæsito, ita latus datum ad quæsitum. Quare in latus quæsitum potest induci error e tribus capitibus, ex errore lateris dati, ex errore anguli oppositi lateri quæsito, & ex errore anguli oppositi lateri dato. Et quoniam manentibus cæteris, & mutato solo latere dato, vel solo angulo priore, mutatur latus quæsitum in eorum ratione directa, & mutato angulo posteriore in ejus ratione inversa; erit latus, quæsitum ad suam mutationem in prioribus binis semper accuratè, in postremo, mutatione existente exigua, proximè, ut quodvis ex iis ad suam mutationem.

Error ex quovis angulo adhibito ad eruendum latus aliquod in ipso latere.

317. Porro si angulus mutetur secundis 10, & sit proximus recto, in sinu ipsius nulla sensibilis mutatio fiet, ut ex ipsis sinuum tabulis patet. Quo autem fuerit minor, eo majorem habebit rationem mutatio sinus ad sinum ipsum. Si fuerit graduum 60, mutatio erit minor quam $\frac{1}{36000}$ ipsius, si vero fuerit graduum 30, mutatio erit $\frac{1}{12000}$; si graduum 19, mutatio erit $\frac{1}{7000}$. Generaliter autem facile demonstratur solo schemate delineato, in exiguis arcuum mutationibus esse mutationem sinus ad sinum, ut est chorda mutationis arcus, pro qua sumi potest vel arcus ipse, vel ejus sinus, ad ejus tangentem; unde fit, ut inventa semel ea ratione pro uno casu, habeatur pro reliquis omnibus, & error in quovis latere inde ortus habeatur factis, ut tangens anguli ad sinum ejus erroris ita latus illud ad errorem ipsius, qui error proinde erit directe, ut error anguli, & ut ipsum latus, ac reciproce, ut anguli ipsius tangens, ac posito eodem anguli errore, in eodem latere error tantum reciproce, ut ea tangens, vel directe, ut ejus anguli cotangens.

Angulos minores evitari debere, & quidem posse, atque hic evitatos esse.

318. Hinc jam patet, minores angulos evitandos esse in triangulis poligoni quantum licet, ne ejus tangens nimis decrescat, & error ipsi reciproce proportionalis crescat

crescat. Licet autem id plerumque, præter angulos oppositos basibus, qui, ne basis nimis excrescat, minores esse debent. Porro in tabulis numeri 21, & 28 opusculi 2, ii quidem anguli continentur inter gradus 19, & 20, reliqui omnes assurgunt ultra 30, & plerique superant 60, quod errores plurimum minuit. Illos autem minores, basibus oppositos, cum multo majore cura definivimus, pluribus nimirum vicibus tum nos, tum in illo, qui opponitur basi Ariminensi, accuratius definitæ, Garampius etiam præsens testis, & telescopia direximus in bina objecta, & angulum denotatum æstimavimus, conspirantibus observationibus. Quare in iis duplo etiam minorem possumus errorem supponere.

Quæ sit errorum summa in quovis latere.

319. Adhuc tamen si ejusmodi errorem in reliquis omnibus angulis supponamus, posset error in lateribus augeri magis, cum errores etiam laterum præcedentium in latera sequentia eorum ope definita errorem novum inducant. *Facile autem pro exiguis mutationibus eruitur hoc theorema. Habito pro nullo errore prima basis, cujus error sensibilis esse non potest, mutatio lateris cujusvis invenietur, si fiat, ut tangens cujusvis ex angulis adhibitis in præcedentibus omnibus triangulis pro eo eruendo ad sinum sui erroris, ita id latus ad suum, & omnium ejusmodi errorum capiatur summa*. Si enim unicus præcedens concipiatur anguli error, is in primum latus inducet errorem, qui ad ipsum latus erit, ut is ad sinum, tum ejus lateris error in secundum latus, qui erit ad ipsum, ut est primi lateris error ad primum latus, nempe ut est error illius sinus ad illum sinum. Cum igitur in sequentibus omnibus triangulis idem accidat, patet, in postremo latere fore ipsius errorem ad ipsum latus, ut est error sinus illius anguli ad sinum, nimirum, ut est chorda, vel sinus erroris anguli ad ipsius anguli tangentem. Cumque idem accidat si concipiamus alios post alios mutari angulos; patet, in eo latere haberi debere mutationum ejusmodi omnium summam.

320. Quo-

320. Quoniam postrema basis *bc* eruitur e prima basi *La* in tabula num. 21 opusculi 2 per seriem triangulorum 11, in quorum singulis adhibentur bini anguli, si omnes errores coalescerent ibi, haberentur errores 22. Si ex eorum angulorum aliquo eruatur error pro ea basi, ex theoremate num. 317., ac pro reliquis posito cæterorum angulorum errore æquali sumatur error, qui ab ipsum sit, ut posterioris anguli tangens ad tangentem prioris, vel ut cotangens prioris ad cotangentem posterioris, habebitur error ortus ex illo posteriore, ac eo pacto si errores omnes conspirarent, eorum summa errorem totum exhiberet. Porro maxime commodum est semel invenire errorem ex angulo grad. 45, cujus cotangens æquatur radio. Is multiplicatus per summam cotangentium reliquorum angulorum ad radium 1 assumptarum exhibebit errorum reliquorum summam. Est autem is in basi 8 milliariorum pro errore 10 secundorum proxime 0. 388. Contractior methodus pro errorum summa.

321. Inito calculo pro reliquis angulis, & assumpto errore pro angulis, qui basi opponuntur, secundorum 5 pro reliquis 10, conspirantibus omnibus erroribus, error in basi postrema *bc* esset passuum $6.\frac{1}{3}$. Is tamen unum passum vix excessit, ut constat ex num. 22 opusculi 2. Id quidem idcirco accidit, quia errores omnes non conspirant, sed alii aliter agunt, & se maxima ex parte corrigunt, ut etiam supra innuimus.

322. Posset eodem pacto inquiri in errores laterum *LH*, *HF*, *FC*, *CA*, & in *LH* haberetur duplex: in *HF* invento per 4 triangula *LHa*, *LHI*, *IHG*, *HGF* octuplex: in *FC* invento per triangula septem errores 14: in *CA* invento per triangula novem ejusmodi error committeretur, qui ex 20 erroribus constaret. In eorundem laterum reductione ad meridianum committerentur præterea etiam errores alii, sed ii ob angulum alterum rectum, alterum recto proximum tam exigui essent, ut sensum fere omnem omnino effugerent. Priores illi errores satis magni essent, sed minui possent, deveniendo ad latus *HF* a basi Ariminensi Errores pro quovis latere: quo pacto minuantur Tab. 1, F. 2

Is hic inutilis.

326. Sed ea methodus est maxime fallax. Nam error 4 secundorum in tempore ecclipseos, secum trahit errorem unius minuti circuli paralleli, qui distantiam *Ln* in parallelo montis Luri *L* uno circiter milliari mutat, dum error 4 secundorum in determinatione momenti, quo Sol ad datum azimuthum devenit, angulum *LAn* mutat multo minus, quam uno minuto, & distantiam *Ln* minus, quam passibus 41, quod facile colligitur ex num. 302 hujus opusculi, ut adeo evidentissimum sit, observationes ecclipsium ad hoc negotium prorsus irritas, & supervacaneas omnino esse.

Quadrans pro mappę correctione, & observandi ratio. Qui propositus fuerit ea in re scopus.

327. Expositis iis, quæ pertinent ad majoris quadrantis constructionem, & usum, ac observationes per eum habitas pro mensura gradus meridiani, superesset dicendum aliquid de minori quadrante, & observationibus habitis per ipsum ad correctionem mappæ geographicæ. Sed in primis nihil in eo erat peculiare, quod aliqua explicatione indigeat. Habebat & is bina telescopia, alterum fixum duplex, alterum mobile cum regula, & per transversales lineas facile in eo singula minuta prima dignoscebantur, quod ad mapparum correctionem abunde est. Ejus ope anguli eodem modo definiebantur, quo anguli poligoni ope quadrantis majoris, & eodem modo, quo ibi a tholo D. Petri Ariminum usque progressi sumus continua triangulorum serie, ita hic per universam Pontificiam ditionem perreximus, & urbes fere omnes, ac præcipua oppida, & multa etiam minora oppidula, ac vicos, pagosque cum poligono nostro coniunximus. De iis autem, quæ nobis proposuimus, atque præstitimus, nonnulla jam in primo opusculo exposui, plura Mairius in tertio, ubi quæ a nobis præstita sunt, innuit tantummodo, quæ omissa, diligentius persequitur. Sed qui animo reputaverit, quid nobis commissum fuerit, correctio nimirum Geographicæ mappæ, non efformatio topographicæ, quæ ad communes pertinet Agrimensores; si ea omnia

nia diligenter perpenderit; videbit ſane, noſtro nos munere non infeliciter functos eſſe.

Omiſſa hic multa, quæ eo pertinent.

328. De methodis quibuſdam ſubſidiariis, quæ in ea re adhibitæ a nobis ſunt, vel quæ adhiberi poſſunt in ejuſmodi provincia, adeſſent dicenda aliqua, quæ tamen omnia prætermitto, cum hoc caput, quod contractius ſperaveram futurum eſſe, & mihi animo propoſueram, jam plus æquo excreverit. Innuam hoc in genere tantummodo unum, atque alterum.

Determinatio loci incogniti per tria cognita ex eo obſervata.

329. In primis Mairius opuſculo 3 a nũm. 17 docet, quo pacto definiri poſſit poſitio loci, ex quo videantur tria loca jam cognita, licet ille locus prior ex nullo eorum coſpectus ſit. Præter calculum multo facilius per conſtructionem id problema ſolvitur, cuius conſtructionis uſus in coſtructione mapparum ſummus eſſe poteſt; poſſunt enim ejus etiam ope evitari facile errores omnes, qui ſub ſenſum cadant. Quoniam innoteſcunt illa tria loca, quæ inde conſpecta ſunt, ſi medium connectatur cum extremis, & ſuper eas binas rectas deſcribantur bina ſegmenta circuli, quæ contineant angulos ſub quibus e loco obſervationis viſæ ſunt illæ rectæ eædem; in ipſo concurſu eorum ſegmentorum peripheriæ erit locus obſervationis, qui idcirco innoteſcet in ipſa conſtructione, ex qua facile transferri poteſt in mappam.

Quando ea methodus maxime utilis.

330. Ea methodus ſummo eſt uſui, ubi obſervatio inſtituitur e monte aliquo, in quo nullus ſit certus limes, nulla certa arbor reliquis multo inſignior, in quam aliis e locis collineare liceat. Tum enim hac methodo definiri poteſt locus ipſe, in quo obſervatio inſtituitur, ac ex eo ductæ rectæ lineæ ad loca inde viſa, unam ipſorum locorum directionem exhibebunt, qua conjuncta cum alia aliqua ex alio loco quopiam cognito ducta ad eundem locum determinabitur locus ipſe.

Determinatio poſitus loci viſi e binis cognitis.

331. Communis locorum determinatio conformis progreſſui poligoni eſt, cum locus adhuc ignotus cernitur e binis locis jam cognitis, ex quibus determinentur

rectæ

rectæ per ipsa illa loca transeuntes. Ibi etiam constructio est expeditior, calculus autem numericus accuratior multo: nec difficile est positionem ad meridianam lineam definire ex binis ejusmodi observationibus, sive quæratur distantia a data quapiam meridiana linea accurata, quod longitudinis differentiam exhibet, sive quæratur punctum meridianæ ipsius lineæ, e regione cuius ea loca sita sunt, & cui respondent, quod determinat differentiam latitudinis ejus loci ab aliis cognitis. Id quidem præstari potest eadem methodo, qua in poligono singula puncta referuntur ex angulis cognitis ad lineam meridianam, & reductio angulorum ad planum horizontale, si satis exigua sit vel altitudo objectorum, vel saltem altitudinis inæqualitas, omitti potest, quæ nimirum angulos, ut in poligono, secundis aliquot mutat, raro admodum aliquot minutis, aut gradibus.

Supplementum directionis ejusmodi per acum magneticam fallax.

332. Hujusmodi directionis defectum supplere licet variis methodis. Supplere solent communiter ope acus magneticæ, quæ gradus indicet, & minuta, quibus directio unius loci ab alterius directione quantum declinet, definiatur. Verum communibus Agrimensoribus ea quidem methodus sæpe imponit plurimum. Nam acus magneticæ declinatio mutatur non annis tantummodo procedentibus, & mensibus, sed & in dies singulos quandoque, & in horas. Sæpe enim intra eundem diem directio mutatur acus magneticæ per plura minuta, quod quidem observationem turbat, & erroneam determinationem reddit potissimum, ubi nonnisi post longum intervallum temporis aliud latus definitur post aliud. Idcirco autem nos ab acus magneticæ usu abstinuimus, & semper illud curavimus, ut rectas lineas quadrantis ope dirigeremus e binis locis ad eundem locum determinandum.

Aliud tutius per Solis occasum, vel umbram hora data.

333. Sed aliud sæpe habuimus supplementum binorum locorum, ex quibus observatio instituta sit, ut nimirum, ubi vel in *Solis* occasu; vel data quapiam hora, qua

qua azimuthus Solis est cognitus, ex loco, cujus determinatio requiritur, definitur angulus, quem cum recta ad Solem tendente, vel ad partem Soli oppositam denotatam ab umbra, continet recta tendens ad locum aliquem jam cognitum. Statim enim inde eruitur etiam angulus positionis objecti jam cogniti visi ab incognito, quæ exhibet methodo exposita num.277. angulum positionis loci quæsiti spectati e cognito, adeoque lineam rectam a loco cognito eo tendentem, cujusmodi binæ rectæ, ubi se intersecant, ibi ipsius loci positionem determinant.

Aliud pro alterius directionis defectu, per loca cognita observata e loco quæsito.

334. Sæpe alterius loci, ex quo locus determinandus videri deberet, vices supplet locus jam cognitus visus a loco incognito. Si enim concipiatur triangulum, quod efformant bina loca cognita, & unus locus positionis nondum cognitæ, & observetur angulus habens verticem in altero e locis cognitis, tum alter angulus ipsum habens in loco incognito, jam habebitur, & tertius in altero loco jam cognito, & ejus ope secunda directio, cujus intersectio cum priore loci situm determinat. Hoc sane pacto vertex montis utcumque asperi, & inaccessi summo usui esse potest, tanquam si ex ipso inaccesso illo monte observatio institueretur, gyrando nimirum circa ipsum, & conjungendo alia loca post alia cum ipso, & cum aliquo præcedentium aliquo conjungendo.

Aliud per 2 loca inaccessa visa bis a binis locis jam determinatis inde a binis determinandis.

335. Sæpe autem, ubi ingens montium jugum binas regiones ampliores etiam a se invicem dirimit, ut Maritimam oram Latii a Campania editissimum, & asperum dirimit jugum; licet binas seligere cuspides ex utroque loco conspicuas, tum bina loca ex altera ejus parte cum binis illis verticibus conjungere per observationes in ipsis locis institutas, ac itidem alia bina jacentia ex parte altera, quibus præstitis, etiam priora bina respectu posteriorum binorum facile connectuntur; ac multa alia ejusmodi compendia usus ipse suppeditat. Sed hæc innuisse sit satis.

CAPUT LII.

De instrumentis, quæ pertinent ad mensuram basis.

Argumentũ hujus capitis.

336. Agam hoc capite de apparatu, & usu instrumentorum, quæ pertinent ad mensuram basis. Ea plura quidem sunt, sed multo breviorem tractationem requirunt. Multa, quæ ad hæc ipsa instrumenta pertinent, & ad eorum usum, ac observationes eorum ope habitas fusius aliquanto exposui opusculo I a n. 110. Hìc eorum, quæ schematis indigent, schemata ipsa proponam, & quæ notatu digna erunt diligenter, ut in superioribus etiam binis capitibus præstiti, explicabo.

Tripodum descriptio. Tab. 3, F. 17

337. Primo quidem figura 17 tab. 3 (quem ipsum numerum bis apposui in initio, & fine longissimi schematis) exhibet tripodes, & tigilla in basi dimetienda adhibita. Tripodum, quæ opusculo I memoravimus, num. 111, constructio per se patet. Regula in primo tripode crassior quadrata *CD* transit per bina quadrata, & sibi fere æqualia foramina *A*, & *B* in binis mensis horizontalibus excavata per quæ liberè possit excurrere, & elevari, vel deprimi, ut libet. Ea sustinet in *E* mensam horizontalem *Ee*. Adest in *A* ad latus ferrea cochlea, qua regula quadrata illa *CD* apprimi possit ad latus oppositum foraminis *A*, & concludi inter id latus, ac cochleam, quæ, ut appressa maneret immota, præstabatur a foraminis *B* lateribus, quam nimirum ob causam binæ illæ tabulæ horizontales paratæ sunt in basi ipsa, ut nimirum major firmitas haberetur in regulâ, & impositâ mensâ, debitam semel positionem adeptis.

Mensura partiũ eorundem.

338. Mensæ *Ee*, quam regula sustinet latus alterum est circiter pedis unius, alterum aliquanto brevius, mensæ ipsius crassitudo unius circiter pollicis. Altitudo regulæ *CD* eadem, ac tripodis totius pedum circiter

citer trium, distantia *AB* dimidii pedis, ut nimirum mensa *Ee* supra planum *B* elevari possit plus, quam per pedes duos, & adhuc adstringi in *A*, ea autem elevata, posset nostrum uterque, vel alter altior tigilli impositi superiorem superficiem videre; crassitudo aliquanto binis pollicibus major; sed eæ mensuræ arbitrariæ sunt. Imi pedes cuspidem habent ferream longiorem, quod in maris littore potissimum est opportunum, ut facilius premendo pedem quempiam, ea cuspide in arenam immissa magis, mensa *E e* ad planum horizontale redigatur. Id vero extra littus facile præstabatur in basi Romana, ubi saxosum occurreret solum, cuneo cuspidi supposito magis, vel minus procul ab acie sua, ut ad rem esset opportunum.

339. *FG* est unum e tigillis, de quibus opusculo 1 n. 110. Tigilli altitudo pollicum fere 3, crassitudo duum, longitudo palmorum 27. Quatuor lamellæ ex aurichalcho, quas ibidem innui, sunt *F, H, I, G*. In mediis *I*, & *H* aderant foraminula tenuissima, quæ a se invicem, & a lamellarum *F, G* extremis punctis distabant intervallo palmorum 9. Constitueramus initio ita tigilla admovere ad se invicem, ut se capita *G*, & *F'* contingerent ad *C'*. Verum illud constitit in primo tentamine domi habito, plurimum temporis insumi in admovendis tigillis ita levi manu usque ad contactum, ut nullus in altero tigillo motus timeri posset. Hinc in ipsis lamellis *G*, & *F* puncta notavimus, & ab iis in lamellas *H*, *I* transtulimus intervalla eadem palmorum 9. Intervallum autem binorum ejusmodi punctorum pluribus vicibus diligentissime dimensi sumus, lente etiam adhibita, ut de eorum magnitudine nullum superesse dubium posset, ne tenuissimæ quidem particulæ, quæ sub sensus caderet.

Tigilla cum suis lamellis.

340. Collocatis tigillis cum ea diligentia, quam fuse exposui opusculo 1 num. 112, ut nimirum jacerent in directione basis, & in plano horizontali (quod quidem posterius cuneis capiti anteriori *F* suppositis, si opus esset,

Collocatio tigillorum.

set,

ſet, facilius præſtabatur, ut ibi innui) circino habente cuſpides tenuiſſimas capiebamus intervallum inter puncta lamellarum *G*, & *F'*, quod in minutiſſimam transferebamus ſcalam, ac ex eo detrahebamus intervalla binorum punctorum lamellæ *I*, & binorum lamellæ *H'*, quæ in eadem ſcala definita fuerant, quæ nimirum intervalla erant complementa intervallorum inter punctum exterius lamellæ *I*, & punctum lamellæ *G*, & inter punctum itidem exterius lamellæ *H'*, & punctum lamellæ *F'*, quo quidem pacto tres erant ſummæ eorum intervallorum detrahendæ ab intervallo *GF*, pro tribus combinationibus ternorum tigillorum, quorum alterius idem anterius caput ſemper cum eodem alterius poſteriore capite combinabatur. Reſiduum autem referebamus in eam tabellam, cujus mentionem feci ibi n. 116. Hujuſmodi reſidua omnia erant exceſſus intervalli *IH* ſupra binas menſuras palmorum 9, & eorum omnium exceſſuum ſumma toti menſuræ baſis collectæ ex omni menſurarum numero addenda fuit in fine dimenſionis.

Nota pro tigillorum intervallis.

341. Qui adducat tigilla ad ſe invicem, evitabit laborem conſcribendi tot numeros, & ſubducendi ſummas, & id quidem omnino præſtare debet, qui ſoleat in numeris conſcribendis errare, ſed is ne ſe ad hujuſmodi obſervationes accingat, quæ plurimos ſane requirunt numeros. Nos autem id maxime cavimus, ne quis eo error vel in conſcribendo, vel in ſummando ſubreperet. Qui autem hæc intervalla notare velit, & ſe citius a moleſtiſſimo baſeos dimetiendæ labore expedire, is potius tigilla nonnihil longiora paret, ut punctis in *G*, & *H* non geminatis, nec adhibita correctione illa, habeat in ſingulis lamellis ſingula puncta notata ad eandem diſtantiam. Nam diſtantia quidem inter puncta tenuia in ſuperficie lamellæ ſuperiori notata multo evidentius, & expeditius per tenues circini cuſpides deſumuntur, quam intervalla inter extrema lamellarum deſinentium puncta. Id quidem experti ſumus ſæpe, & idcirco illa puncta notavimus

mus in lamellis G, & F, ac eorum intervalla desumpsimus, non vero hiatum inter postremas lamellas. Nec vero lamellis jam infixis ita, ut extremum lamellæ G a puncto medio lamellæ I distaret per 9 palmorum intervallum accuratum, licuit jam nobis hujusmodi puncta notare in lamellis G, & F in ea distantia a punctis lamellarum I, & H.

342. Ubi solum inæquale esset, adhuc mensæ Ee, E'e', E''e'' erant in eodem plano horizontali, intervallis nimirum CB inæqualibus ita, ut mensa ipsa eo ibi magis elevaretur respectu tripodis, quo solum humilius esset, ut in ipso schemate, ubi solum ad dexteram descendit, magis elevatur in tertio tripode, quam in secundo, & in hoc magis, quam in primo. Ubi autem solum humilius esset, quam regula illa mensam sustinens ferre posset, ibi caput tigilli, ut I, non mediæ mensæ imponebatur, sed ultra eam procurrebat, ut exhibet ipsum schema. Tum vero alterius tripodis mensa N multo minus elevabatur, & sequentis tigilli caput L collocabatur inferius. Suspendebatur autem pondusculum K filo tenuissimo IL, quod in I perraderet lamellam in capite posteriore tigilli prioris, & adducebatur tigillum recens ad filum I, ut ipsum contingeret, quo casu in tabella scribebatur o, vel potius ad molestiam evitandam adducendi ita, ut tantummodo contingeret, capiebatur distantia puncti prope L notati in lamella a fili L latere priori tripodi propiore, ut etiam fili crassitudo illa tenuissima includeretur, & excessus intervalli ita inventi supra distantiam punctorum in lamella Z notatorum consignabatur in tabella. Ubi autem solum e contrario assurgeret, novi tripodis mensa elevabatur, tanquam si in eodem schemate pergeretur a leva ad dexteram. Quid, ubi solum inæquale.

343. Quo pacto & directionem, & horizontalem positionem obtinuerimus, id quidem accurate expositum est opusculo primo, agendum hic superest de erroribus, qui ex iis neglectis oriri possent. Sed prius dicam, quod per- Tigillorum contractiones, & productiones mutato cælo.

pertinet ad rectificationem tigillorum, & primo quidem longitudinis mensurarum terminatarum inter lamellas, quarum singulæ 9 palmos æquabant, & quarum ternæ singulis continebantur. Initio quidem curavimus, ut singula intervalla æquarentur novem palmis Romanis, quos e Capitolino lapideo modulo palmorum decem desumpsimus, ut monui opusculo primo, & in ferrea virga crassiore ad eam distantiam notavimus bina tenuissima puncta, quam virgam nobiscum habebamus semper cum sibi proximo thermometro Reaumuriano. Interea calor, vel frigus, & humor intervalla illa mutabant, cum tigilla e ligno essent, utut vetustissimo, quod quidem etiam diu navigaverat adhibitum pro malo, & ego quidem ægrè admodum adducor, ut credam, esse ligna, quæ nec calore, nec humore mutationem ullam acquirant. Quamobrem singulis diebus ter, vel etiam quater explorabamus tigillorum statum.

Quo pacto definiri possent aliis instrumentis

344. Circinum habebamus eum, quem fidelem hìc dicunt, qui nimirum virga constat, & binis cuspidibus, altera mobili. Si habuisset hìc circinus cochleam, qua mobilis cuspis promoveretur, cum indice, qui motum definiret, hæc observatio fuisset admodum facilis. Dispositis cuspidibus ita, ut earum distantia æquaretur distantiæ punctorum notatorum in virga illa ferrea, & cuspide immota applicata ad alterum e punctis extremis intervalli *FH*, vel *HI*, vel *IG*, motu cochleæ adducenda erat cuspis altera ad alterum eorundem punctorum, & motus indicis differentiam prodidisset. Quod si in virga ipsa ferrea adfuisset hinc, & inde ab altero eorundem punctorum scala cum transversalibus rectis, potuisset quodvis ex intervallis tigilli cujusvis assumi eo circino, & in regulam transferri, ac ope ejus scalæ notari discrimen. At quoniam nec circinum habuimus cum ejusmodi cochlea, & indice, nec ejusmodi scalam in virga, ego eam rectificationem alio quodam modo disposui, quo & nihilo minus expedita, & itidem nihilo minus accurata evaderet.

345. Re-

345. Referat in fig. 18. *TV* lamellam, & sint *HI* puncta eadem, ac in fig. 17. Centro *I* intervallo *IH* descripsi in lamella arcum *RQ*. Tum circini cuspide in medio eo arcu stante in *H*, assumpsi punctum *i* altera cuspide, quod dato intervallo distabat ab *I*, & centro *i* descripsi eadem apertura arcum *rHq*. Id autem præstiti circa aliarum etiam lamellarum puncta. Jam vero capiebamus circino eodem intervallum 9 palmorum e virga illa ferrea, quod quidem semel assumptum diu perstabat, cum & virga mensuram continens, & circinus essent ex eodem metallo, ut æque a calore immutaretur utrumque: tum altera ejus cuspide applicata ad alterum extremum intervalli explorandi, ut ad *I*, si intervallum illud nihil fuerat immutatum, cuspis altera debebat terminari ad quodvis punctum arcus *RHQ*. Sin id fuisset contractum, vel productum debebat ea cuspis procurrere nonnihil ultra eum arcum, vel contineri citra ita, ut ea cuspis circumducta circa centrum *I* appelleret ad aliquod punctum *s*, vel *s'* arcus *rHq* ad partes easdem, ad quas est *i*, vel ad opsitas. Definiebatur autem intervallum *Hs* ope circini, & scalæ tenuis, ac ex eo facile deducebatur decrementum, vel incrementum intervalli *IH* sequenti methodo. Quo a nobis definitæ. Tab. 3, F. 17 18

346. In primis si recta *Is*, vel *Is'* occurrat arcui *RHQ* in *S*, vel *S'*, decrementum, vel incrementum ejus intervalli erit *Ss*, vel *S's'*. Porro tangentes arcuum *RHQ*, *rHq* perpendiculares radiis *HI*, *Hi* debent ad se invicem inclinari æquè, ac ii radii. Quoniam autem chordæ arcuum *HS*, *Hs*, vel *HS'*, *Hs'* parum admodum inter se differunt, eæ cum tangentibus eosdem continebunt angulos, & proinde & ipsæ ad se invicem æque inclinabuntur, ac ipsæ tangentes, sive æque, ac radii. Quare anguli *SHs*, *S'Hs'* poterunt haberi pro æqualibus angulo *IHi*, ac triangula *SHs*, *S'Hs'* pro similibus triangulo isoscelio *IHi*. Erit igitur *IH* ad *Ii*, ut *Hs* vel *Hs'* ad *Ss*, vel *S's'*. Inde autem fit primo, ut datis prioribus tribus terminis, detur & quartus ille quæsitus: secundo, ut assum- Mensura ipsarũ accurata, unde habita.

pta

pta *Ii* admodum exigua respectu *HI*, etiam quæsita *Ss*, vel *S's'* sit admodum exigua respectu *Hs*, vel *Hs'*, adeoque minimarum mutationum maxima habeatur scala: tertio ut constantibus *HI*, & *Ii*, remaneat *Ss*, vel *S's'* in ratione simplici *Hs*, vel *Hs'*; adeoque inventa *Ss*, vel *S's'* pro data quadam distantia ab *H*, facile inveniatur pro alia quavis, & construi possit tabella, quæ pro ea distantia id intervallum determinet. Id ipsum nos quidem præstitimus, & eo pacto admodum facile, & cito omnium 9 intervallorum statum cognoscebamus, ut quid addi deberet ex eo capite, quid toti mensuræ demi, constaret.

Contractio aliarum partium ejusdem tigilli dum aliæ dilatabantur.

347. Hic autem accidit illud, quod opusculo 1 exposui num. 156, ut quandoque ejusdem tigilli pars aliqua eodem tempore produceretur, dum alia contraheretur. Sit exemplum in nostris observationibus ejusmodi productionum, & contractionum diei Dec: 15 in basi Ariminensi. Eas hic indicabo numeris exprimentibus distantias *Hs* vel *Hs'* proportionales contractionibus ipsis, vel productionibus ita, ut numeri quidem positivi has, negativi exprimant illas: Ipsæ autem distantiæ ex tenui quadam scala desumptæ sunt. In prima primi tigilli rectificatione inventa sunt tria ejus intervalla + 8, 0, + 4; in secunda 0, — 8, + 1 Huc usque omnia decreverant, quanquam tertium prioribus minus; at in tertia habetur + 4, — 11. $\frac{1}{2}$, + 1. En primum intervallum contra crescit, secundum decrescit adhuc magis, tertium manet. In secundo autem tigillo in prima habetur + 7, + 4, + 8, in secunda + 4, + 3 — 7 in tertia + 2, 0, + 5. Prius quidem omnia intervalla decreverunt, sed admodum inæqualiter, deinde vero priora duo decreverunt, sed itidem admodum inæqualiter, tertium autem eodem tempore crevit plurimum, & id quidem in tertio quoque tigillo eo die accidit, ut & aliis diebus sæpe in pluribus tigillorum intervallis.

48. Agen-

348. Agendum jam de rectificatione curvaturæ tigillorum ipsorum. Ad eam cognoscendam tendebamus filum ab *F* ad *G* in fig. 17, & notabamus punctorum *H*, & *I* distantias horizontales a plano verticali transeunte per tigillum, & distantias verticales fili a plano tigilli. Sint in fig. 19 puncta *F*, *H*, *I*, *G* eadem ac in fig. 17, & referat *FG* filum tensum, cui in incurvata superficie tigilli ad perpendiculum subsint puncta *T*, *V*, & inde horizontaliter distent puncta *HI*. Imposita horizontaliter scala quadam superficiei superiori tigilli, & oculo elevato alte supra filum in O, notabamus intervallum horizontale *HT*, tum eâdem scala ad perpendiculum erectâ notabamus distantiam fili *Tb* a superficie ipsa. Eodem autem pacto definiebamus & *IV*, *iV*. Inde autem deducebamus excessum rectarum *FT*, *TV*, *VG* supra *Fb*, *bi*, *iG*, & rectarum *FH*, *HI*, *IG*, supra *FT*, *TV*, *VG* hoc pacto. Rectificatio curvaturæ tigillorum. Tab. 3, F. 17 19

349. In primis habetur hujusmodi theorema, quod pertinet ad elementa Geometriæ infinitesimorum, & in exiguis etiam finitis quantitatibus tuto adhibetur, nimirum: *In quovis triangulo rectangulo, in quo unus angulus est infinitesimus, differentia basis a latere illi angulo adjacente habetur, dividendo quadratum lateris illi oppositi per duplam basim*. Demonstratur id facile in fig. 20. Si enim in triangulo *FTb* angulus ad *T* sit rectus infinitesimus, vel perquam exiguus, & circulus centro *F*, radio *Fb* occurrat lateri *FT* in *X*, & *x*; erit *TX* differentia basis *Fb*, seu *FX* a latere *FT*, & erit *xT* ad *Tb*, ut hæc ad *TX*. Quare *TX* habebitur dividendo quadratum *Tb* per *xT*, sive æquipollenter, vel proximè per *xX* duplam *TX*, sive *Tb*. Theorema generale solutioni inserviens.

350. Posito hoc theoremate ad habendam differentiam inter *FT*, & *Fb* satis est quadratum *Tb* dividere per duplam *FT* sive proximè per duplam *FH*, nimirum in casu nostro per palmos 18. Eodem pacto ad habendam differentiam *FH* ab *FT*, satis est quadratum *HT* per ean- Ejus usus pro correctione adhibenda.

eandem quantitatem dividere, & eodem pacto quadrata *VI*, *Vi* divisa per palmos 18 exhibent differentiam *GV* a *Gi*, & *GI* a *GV*, ac si rectæ ipsis *HI*, *hi* parallelæ ductæ ex *T* occurrant rectis *Vi*, *VI* in *b*, *a*, ut sit *va* differentia ipsarum *vi*, *Th*, & *Vb* differentia, ut figura exhibet, vel summa *VI*, *TH*, prout jacuerint ad eandem partem, vel ad oppositas; ipsarum *Va*, *Vb* quadrata eodem pacto divisa exhibent differentiam *TV* a *Ta*, sive *hi*, & *Tb*, sive *HI* a *TV*.

Correctionum summa, methodus alia facilior, cur minus apta.

351. Satis est igitur summam quadratorum omnium *TH*, *Tb*, *VI*, *Vi*, *Vb*; *Va* ad omnia tigilla pertinentium dividere per palmos 18, ut habeatur omnium simul tigillorum contractio orta ex curvatura. Satius autem est tabellam construere pro contractione respondente diversis magnitudinibus lineolarum *TH*, *Tb* &c, quæ facile construitur, inveniendo tertiam proportionalem post palmos 18, & determinatam mensuram quamvis majorem maxima, quæ timeri possit, tum pro reliquis id minuendo in duplicata ratione ipsarum linearum, Et id quidem nos præstitimus. Duplo autem facilior evasisset res pro intervallis *FH*, *GI* si immediate determinata fuisset distantia punctorum *H*, *L* a filo *FG*, & utriusque distantiæ quadratum per palmos 18 fuisset divisum Si enim ea perpendicula terminarentur ad quædam puncta *h*, *i*, triangula *FhH*, *GiI* essent ipsa quoque rectangula. Verum pro intervallo *HI* ea methodus rem non perfecisset, quia non jacentibus *Hh*, *Ii* in eodem plano, sed potissimum ubi *H*, *I* jaceant ad partes oppositas, earum directionibus plurimum a se invicem discrepantibus, recta ex *H* parallela *hi* non occurrisset ipsi *Ii*.

Quanti extiterint hi omnes effectus simul.

352. Porro prioris rectificationis effectus medius tribuebatur mensuris inter utramque habitis, & prior quidem admodum varius singulis etiam diebus fuit, ac aliquanto major, posterior magis constans, & minor. In Ariminensis basis priore mensurâ summa omnium contra-

ctionum

ctionum addenda vix palmum excessit, summa productionum demenda superavit nonihil palmum cum triente. In mensura posteriore summa contractionum fuit tantillo etiam major binis palmis, sine productione. Effectus secundæ rectificationis in Ariminensis basis mensurâ utrâque dimidium palmum excessit nonnihil, in priore quidem partium ejusdem centesimarum fuit 51, in posteriore 57, quæ correctio demenda est e numero invento, cum modulus brevior justo exhibeat justo majorem numerum mensurarum in dato intervallo.

353. Prioris rectificationis habita est ratio etiam in Romana basi, sed posteriorem negleximus, quam nimis exiguam fore censebamus, ut est revera, cum dimidius palmus, qui Arimini prodiit, gradum minus, quam decuplo longiorem basi, minus mutet, quam palmis 5, sive minus, quam $\frac{1}{7}$ unius hexapedæ. Fuit autem aliqua curvatura etiam ibi, sed sane perquam exigua. Rectificationis alterius ratio habita in utraque basi, alterius neglecta in basi Romana.

354. Adest & alia correctio ob caloris gradum diversum diversis anni diebus, quæ multo majorem effectum præstat, quam curvatura, vel productio, & contractio tigillorum. Calore enim dilatatur, frigore contrahitur virga illa, cum qua comparantur tigillorum intervalla. Inde autem fit, ut numerus mensurarum ad eandem ferream virgam exactarum minor, vel major inveniri debeat in eadem basi, prout calor fuerit major, vel minor. Optimum autem factu est assumere certum caloris gradum, ut in Reaumuriano thermometro gradum 14 qui & ad temperiem quandam pertinet, & is est, quem Cassinus de Thurry invenit fere semper, cum ad eruendos Galliæ gradus eandem præcipuam basim quinquies dimensus est, summo mensurarum consensu, & cui fere æqualis esse solet circa Quitensem urbem, ubi alteram e suis basibus Bouguerius, & Condaminius dimensi sunt. Porro correctio quædam respondens differentiæ graduum a numero 14 addenda erit, vel subtrahenda, prout gradus fuerit major, vel minor, quam 14. De erroribus ex virgæ cōtractione & dilatatione orbis.

Quantus sit caloris & frigoris effectus in virga prædicta.

355. Jam vero Condaminius ipse ingeniosissima sane, & accuratissima methodo determinavit effectum caloris in ferrea virga, quæ unius hexapedæ longitudinem habeat, eandem suspendendo, & observando numerum oscillationum intervallo unius diei respondentem diversis gradibus Reaumuriani thermometri, unde facile deducitur descensus centri oscillationis, & productio totius hexapedæ. Invenit autem respondere singulis gradibus thermometri $\frac{1}{87}$ lineæ, sive cum hexapeda contineat lineas 6×144, sive 864, respondere $\frac{1}{87 \times 864}$, sive $\frac{1}{75168}$ totius. Hinc si sumatur numerus graduum medius inter binos observatos eodem die, & fiat, ut 75168 ad eum graduum numerum, ita numerus mensurarum cujuscumque generis adhibitarum inventus eo temporis intervallo ad quartum, habebitur correctio: toti mensurarum numero addenda, vel demenda, prout fuerint gradus pauciores, vel plures quam 14. Nos in nostra basi Romana habuimus verno tempore fere semper gradus plures, quam 14, & medius gradus fuit 17 in Ariminensi in ipsa hyeme semper pauciores multo, & gradus medius fuit 5, atque hic quidem ita constans, ut vix unquam binis hinc, & inde ab eo gradibus discessum sit. Summa correctionum basi Romanæ debitarum additiva vix quidquam excessit palmos 2, debita autem Ariminensi negativa vix quidquam palmos 6.

Examen errorum, qui committi potuerunt. Quid ex rectificatione longitudinis, & directionis tigillorũ, & caloris.

356. His expositis videamus jam, quid erroris timeri possit in hujusmodi basium dimensione, per hæc instrumenta. In primis autem notandum illud, in prima basi Romana nos invenisse post correctiones omnes pass. 8034. 67, in secunda Ariminensi passus 7901. 14, adhibitis in priore mensuris constantibus e ternis tigillis, sive e 9 intervallis 9 palmorum 656. $\frac{2}{3}$, in secunda 646. $\frac{1}{3}$, nimirum utrobique minus, quam bis mille tigillis. Porro error aliquis timeri potest in primis ex illa rectificatione longitudinis, & directionis. Sed is est perquam exiguus, cum definiatur ea rectificatio non immediate, sed per

par-

partes multo, ac multo majores, in quibus error exiguus, qui observationem effugiat, tanto minorem errorem secum trahit, ut facile sit demonstrare totam eorum collectionem in toto intervallo fere omnino insensibilem esse. Minimus itidem error timeri potest in correctione calori debita, cum tota correctio exigua sit, & facile observetur caloris gradus. Accedit, quod errores ii in partes oppositas agentes se mutuo debent corrigere, adeoque in immensum adhuc magis decrescit eorum summa.

357. Ex notatione intervallorum inter puncta notata in laminis extremis tigillorum timeri posset error, qui colligeretur e summa errorum in singulis admissorum. Porro in singulis per circini cuspides satis acutas, & scalam satis tenuem, ac distinctam, facile evitatur error unius ducentesimæ partis unciæ, & multo magis bismillesimæ palmi. Sunt autem in eo tigillorum numero ejusmodi intervalla minus, quam bis mille, tot scilicet, quot tigilla, uno dempto. Quare licet etiam omnes errores conspirarent, evitari facile posset error unius palmi. Cum vero, & hi errores æque in utramque partem committi possint, debent omnino se maxima ex parte corrigere, ut idcirco nullus inde satis sensibilis error timeri possit. Quid ex notatione intervallorũ.

358. Ubi pendulum adhibetur vel ad elevanda, & deprimenda tigilla, vel ad abrumpendum, & resumendum opus, vento flante, errores aliqui timeri possunt. Sed & eorum singuli, diligentia adhibita, & patientia, plurimum minuuntur, & pauci admodum numero sunt, ac se invicem corrigunt maxima ex parte. Ego quidem ei errorum fonti ne unum quidem digitum in tota basi tribuerim. Quid ex penduli agitatione in collocandis tigillis.

359. Error, qui magis timendus videtur esse, est is, qui oritur ex prava collocatione tigillorum, sive ea non collocentur in plano horizontali, sive non in directum. Nam errores inde orti, omnes in eandem partem agunt, augentes mensurarum numerum, cum nimirum tigillum inclinatum ad basim rectilineam longius sit semper illo segmento ipsius basis, quod ei respondet. Videamus igitur, Quid ex prava collocatione tigillorum.

tur, quantus is error in ſingulis obſervationibus eſſe poſſit. Sit in fig.20 tigillum oblique collocatum *Fb*, & diſtantia a recta poſitione *bT*. Erit *TX* etiam hic, ut ſupra num. 349 tertia poſt *xT* duplam ad ſenſum ipſius *Tb*, & hanc diſtantiam *Tb*. Porro in quovis tigillo cum ſint palmi 27, erunt unciæ 324. Jam vero tertia unciæ pars ejuſmodi eſt, ut in poſitione tigilli debeat omnino ſenſibilis eſſe, adeoque ſi fiat, ut 648 duplus earum unciarum numerus ad $\frac{1}{3}$ ita $\frac{1}{3}$, ad errorem, prodit $\frac{1}{5832}$ unciæ. Poſitiones tigillorum ſunt minus, quam 2000, & cum in ſingulis poſitionibus duplex committi error poſſit, errores committuntur minus, quam 4000. Quare eorum ſumma minor erit uno palmo, quæ igitur baſim erroneam reddere poterit minus, quam per unum palmum, & menſuram gradus minus, quam decuplam baſis ipſius, minus, quam 10 palmis, & vero etiam minus, quam una hexapeda.

Is error gradum cõtraheret. Cur tantus in menſuris conſenſus.

360. Conſtat igitur & hunc errorem eſſe admodum exiguum. Accedit, quod hic error menſuram producit intervalli ad gradum determinandum adhibiti, quo correcto adhuc noſter gradus minueretur nonnihil, qui quidem jam minor eſt per ſeſe Caſſiniano in Auſtrali Gallia definito in eadem latitudine. Et quidem illud in primis congruit cum iis, quæ diximus opuſculo 1 num. 157 conſenſum binarum ejuſdem baſeos dimenſionum extitiſſe, admirabilem ſanè iis omnibus, qui ea non perpenderint, quæ diximus. Nam poſtremus hic quidem error utramque producit baſim, reliqui, quorum mentionem fecimus, iis omiſſis, qui ex oſcitantia nimia orirentur, poſſunt alterius baſis menſuram augere, alterius minuere, ſed ita parum, ut vix ullum diſcrimen inveniri debeat ab Obſervatore ſatis diligenti.

Quid in intervallo interjecti fluvii in baſi Ariminenſi.

361. Eſt alius duplex erroris fons in noſtra baſi Ariminenſi, qui cum æque utramque menſuram afficiat, earum diſſenſu deprehendi non poſſet, licet eſſet utcumque magnus. Primus repeti poteſt a flumine interjecto, cujus ego mentionem feci opuſculo 1 num. 155, & Mairius

rius opuſculo 2 num. 18. Id quidem intervallum immediate metiri non potuimus, ſed determinavimus ope trianguli fere æquialteri, cujus angulos dimenſi ſumus, & latus unum, quæſito intervallo fere æquale. In latere dimetiendo idem error committi potuit, qui potuiſſet, ſi ipſum intervallum immediate obſervaviſſemus. In angulis trianguli error omnino committi non potuit, qui dimidium pollicem, immo nec qui multo minorem pollicis partem ſecum trahat in intervallo definiendo. Nam in tanta vicinia exiguo ipſo minoris quadrantis teleſcopio magnitudo dimidii pollicis apparebat immanis ſane, & ſummam in eo adhibuimus curam, ut centrum, circa quod regula mobilis convertitur, accurate collocaretur ſupra initium, & finem lateris, quod aſſumpſeramus, & menſi fueramus ad ipſum intervallum deducendum.

362. Porro menſuram ejuſmodi diligenter inſtituimus in ipſo itu, angulis ſæpius captis cum ſummo conſenſu, & ſigna reliquimus defoſſa altius, quæ in reditu illæſa invenimus; prioribus tum etiam illis determinationibus uſi utrobique. Cura in eo intervallo determinando.

363. Alter erroris fons videri poſſet flexus illæ noſtræ baſeos, de quo & ego in opuſculo 1 egi num. 155, & Mairius in opuſculo 2 num. 18, quem quidem flexum exprimit tabulæ 1 figura 1. At ne is quidem ejuſmodi eſſe potuit, ut ejus ratio habenda ſit. Nam in primis angulum *A*, & *C* majori quadrante diligentiſſime definivimus. Erexeramus autem tres trabes in punctis *A*, *B*, *C* prorſus ad perpendiculum, & iis impoſueramus latiores tranſverſas verticales tabellas calce illitas, in quarum medium collineabatur, notabaturque diligenter diſtantia, & poſitio centri quadrantis reſpectu punctorum *A*, & *C*, ad correctiunculam adhibendam. Invenimus autem eos angulos apprime reſpondentes lateribus *BC*, *AB* menſura actuali definitis; quibus nimirum eorum ſinus proportionales ſunt, & factis, ut radius ad coſinum anguli *B*, vel *C*, ita *AB*, vel *BC* ad *AD*, vel *CD*. Quid ex flexu, ſive angulo baſis Ariminenſis. Tab. 1, F. 1

464. Con-

Is error ad sensum nullus posito etiam nō exiguo errore anguli.

364. Concipiamus jam in angulis *BAD* commissum fuisse errorem maximum quendam 20 etiam secundorum, cujusmodi omnino esse non potuit. Segmentum *AD* invenitur factis, ut radius ad sinum anguli *ABD* ita *AB* ad *AD*. Quare stante radio, ac latere *AB*, & mutato *ABD* iisdem 20 secundis, quibus mutatur *A*, erit ex n. 317, ut tangens ipsius *ABD*, sive cotangens *A*, ad sinum secundorum 20, ita *AD* ad errorem, qui in eo segmento committi potuerit. Porro angulus *ABD* erat complementum *A*, sive 4°, 10′, 45″ juxta n. 18 opusc. 2, cujus cotangens minor, quam 1378206 ad eundem radium 100000, ad quem sinus 20″ est 10. Quare error in eo segmento est minor quam $\frac{10}{1378206}$ totius. Id autem calculo inito inventum est eodem numero palmorum 28569. 6; Error igitur minor, quam $\frac{285696}{1378206}$, sive multo minor, quam $\frac{1}{4}$ palmi unius, & idem fere in segmento *BD* error committi potuit, qui idcirco in totam basim inducit errorem multo minorem dimidio palmo, adeoque in gradu multo minus, quam 5 palmorum, minus, quam dimidiæ hexapedæ error committi inde potest, qui quidem, errore anguli adhuc imminuto magis, adhuc magis decrescit in ratione ad sensum eadem; ac proinde fere penitus evanescit. Hinc autem omnino evidentissimum est, nihil quod sensu percipi possit ex ejusmodi flexu timeri posse, qui quidem nobis utilissimus extitit, & laborem nostrum contraxit mirum in modum.

Quid ex diversa elevatione partium baseos Romanæ supra horizontem.

365. In Romana basi est alius quidam errorculus, sed admodum exiguus & penitus contemnendus. Is provenit ex eo, quod non omnis ea basis in directum jacet, nec in plano horizontali, sed alibi assurgit nonnihil, alibi subsidit. Nos quidem mensi sumus basim ipsam semper in directione horizontali, quod ut fieri posset, tigillum identidem ope fili penduli collocavimus inferius, aliquando superius, & nec intervallum inter bina pendulorum fila in majore altitudine supra superficiem maris est idem, ac in minore. Is quidem error in multo

etiam

etiam majore soli inæqualitate insensibilis omnino esset, in nostro casu, in quo inæqualitas ejusmodi erat perquam exigua tam exiguus esse potest, ut pro nullo penitus haberi debeat.

366. Nullus etiam censeri debet error, qui forte committi potuit in reductione basis definitæ mensura semper horizontali ad mensuram rectilineam obliquam, quæ ab uno extremo tendit in alterum. Arimini quidem ejusmodi reductio fuit omnino nulla, ubi nimirum utrumque basis extremum fuit in eodem maris littore, adeoque in eadem horizontali superficie. Romæ fuit aliqua, erat enim alterum extremum altius medio gradu. Hinc ut basis horizontaliter definita reducatur ad illam obliquam, fieri debet, ut sinus complementi anguli dimidii gradus ad radium, sive ut radius ad secantem anguli dimidii gradus, ita basis horizontalis ad obliquam; adeoque ut radius ad excessum ejus secantis supra radium, nimirum ut 1000000 ad 38, ita basis horizontalis, quæ juxta n. 19 opusc. 2 est passuum 8034.37, ad quantitatem, qua ea augenda est, ut reducatur ad obliquam, nimirum ad 0. 30, quo numero aucta illa basis evadit 8034.67 juxta eundem numerum opusculi ejusdem. Porro si in eo angulo etiam trium minutorum error committeretur, ne una quidam decima passus parte aberraret basis inventa a vera. Nam si is angulus fuisset minutorum 27, excessus secantis esset 31, & ejus reductio 0. 25 discrepans a priore per 0. 05. Unde patet, omnino nihil ab ejus generis erroribus timeri posse. Quid ex reductione ejus baseos ab horizontali ad inclinatam.

367. Et hoc quidem pacto habetur quidquid pentinet ad determinationem utriusque baseos in iis mensuris, quas nos adhibuimus, nimirum in palmis Romanis, quorum 9 e Capitolino modulo desumpsimus, & qui admodum facile reducuntur ad passus. Nam singuli quidem passus quinos pedes continent, singuli autem pedes ii, quibus nunc utimur ad milliaria Romana definienda, & disponendos in viis publicis lapides ea denotantes, Quæ mensura adhibita dd advenires hexapeda, & cur.

tes,

tes, continent 16 uncias ejusdem palmi duodecimas ita, ut unum milliare contineat palmos 6666 $\frac{2}{3}$. Porro cum nondum Parisiis accepissemus hexapedam, ejusmodi mensuram 9 palmorum desumpsimus, ut certam aliquam, atque hic saltem usitatam, haberemus mensuram, quæ ab hexapeda Parisiensi parum abesset; ut hæc quidem parum abest, cum singuli Parisienses pedes fere contineant palmum cum dimidio.

Comparatio hexapedæ cum nostra mensura, hujus excessus.

368. Recepta hexapeda illa a Mairanio ad nos transmissa, ut exposui opusculo 1 num. 75, conferenda fuit mensura hæc nostra cum hexapeda illa, quod quidem pluribus vicibus admodum diligenter præstitimus. In primis fideli circino, qui virga, & binis cuspidibus sibi perpendicularibus constat, assumpsimus hexapedam integram, & in nostram ferream virgam transtulimus, in qua binis tenuissimis punctis notata erat mensura illa nostra palmorum 9; alteram nimirum cuspidem alteri ex iis punctis inseruimus, alterâ punctum notavimus tenue in papyro levi, qua ferreæ nostræ virgæ superficiem inter illa duo puncta obduxeramus, in directum cum altero puncto intervalli palmorum novem extremo, directionis teste filo tenui per totam virgam extenso. Hexapeda novem hisce palmis brevior evasit. A ratione ejus differentiæ ad hexapedam res tota pendet. Hanc pluribus modis investigavimus.

Determinatio duplex ejusdem excessus, & ratio hexapedæ ad mensuram nostram.

369. In primis hunc excessum transtulimus in *scalam* a Langletio incisam hexapedæ Parisiis transmissæ, & invenimus repetita observatione pluribus vicibus summo consensu pollices 2 lin. 3. 31. Deinde eundem excessum transtulimus in directum in nostram mensuram, & invenimus eam contineri vicibus 32, ac superesse segmentum, quod in eandem scalam translatum, inventum est pollicis 1 lin. 6. 06. Hanc itidem observationem sæpe iteravimus eodem successu. Ex prima determinatione cum hexapeda contineat pollices 72, adeoque lineas 864, nostra autem mensura hexapedam, & præterea lineas 27.31, con-

continebit lineas tota nostra mensura 891.31. Ex secunda determinatione calculum sic instituo. Ex tota hexapeda linearum 864 ablata postrema parte linearum 18.06, relinquitur 845.94 pro 31 partibus aequalibus, quarum trigesima secunda erat ipse excessus. Diviso igitur residuo illo 845.94 per 31 habetur 27.29, Quare excessus ille, qui immediatè obvenerat 27.31, jam evasit 27.29, ob errorem scilicet aliquem perquam exiguum observationis cum exiguo aliquo errore divisionis Langletianae. Sumpto medio de more, nostra mensura palmorum 9 erit linearum 891.30, eritque hexapeda ad nostram mensuram, ut 86400 ad 89130, sive ut 8640 ad 8913.

370. Ea ratione usi sumus in primo, & secundo opusculo, quam censemus non posse aberrare a vera magis, quam per $\frac{1}{86400}$ totius, tum quia illae binae determinationes a media nihilo plus distabant, tum quia & aliae methodi ad eam comparationem adhibitae idem ad sensum exhibebant. Ejusmodi autem error, ne unius quidem hexapedae errorem in toto gradu secum trahit, qui nimirum haexapedis 57000 brevior est. Inde autem eruuntur facile rationes, quae usui sunt. Qui error in ea timeri possit.

371. In primis palmus Romanus continebit lineas pedis Parisiensis $\frac{891.30}{9}$, sive 99. $\frac{1}{30}$. Quoniam autem pes Romanus recens continet uncias palmi 16, factis, ut 3 ad 4, ita 99. $\frac{1}{30}$ ad quartum, prodit 132. $\frac{2}{45}$. Ea mensura excedit per unam lineam circiter mensuram pedis Romani antiqui. Ejus 4 modulos habemus nunc in Capitolio, Statilianum, Colotianum, Ebuzianum, Capponianum. Eos ad pedem Parisiensem accuratissime exegit P. Ab. Revillas, ut videre est in Dissertationibus Cortonensibus tom. 3, differt. 4. Eos ipse diligentissime dimensus invenit decimarum lineae partum 1310. $\frac{5}{6}$, 1307. $\frac{1}{2}$, 1314. $\frac{1}{2}$, 1309. $\frac{5}{12}$. Medius est 1310. $\frac{1}{2}$. Itidem in epistola Stuartii adjecta ad calcem operis Bandiniani de Obelisco Campi Martii recens eruto, quam quidem epi- Comparatio pedis recentis, & antiqui cum pede Parisiensi.

 stolam

stolam ex ipsius Stuartii adversariis quibusdam, dum in Græciam navigaret, hìc relictis, ego digessi, & italicè, ac latine conscripsi, adjectis pluribus, quæ præclarissima sagacissimi viri inventa vel comprobarent, vel illustrarent, habetur mensura Romani pedis eruta ex ejus obelisci dimensione, & ex Pliniano loco, qui ejus nobis altitudinem litteris consignavit, quæ nimirum cum iis congruit fere accuratissime, & est itidem linearum 131 quam proxime.

Comparatio nostri pedis, & palmi cum iis Patris Revillas. Cur pes recens vetere longior.

372. Hinc pes hìc noster ad veterem illum quamproxime accedit, eo tantillo longior. Longior vetere obvenit hic recens etiam Patri Revillas, qui tamen recens milliare constituit palmis 6680, adeoque $3.\frac{1}{5}$ longius quam nos. Consentit tamen mirum in modum apud ipsum relatio palmi ad Parisiensem pedem desumpta ex integro Capitolino modulo palmorum 10, cum ipsi sit palmus decimarum lineæ partium $990.\frac{1}{10}$, nobis $990.\frac{1}{5}$, sive illi linearum $99.\frac{1}{100}$ nobis $99.\frac{1}{50}$, quod in illis moduli crassioribus aliquanto limitibus, & divisionibus mirum videri possit; discrimen enim est $\frac{1}{100}$ lineæ vix observabile. Porro quod pes antiquus sit recenti longior nihil mirum. Jamdiu notatum est mensurarum modulos paullatim crescere, dum alii ex aliis deducuntur, tum quod rubigo cutem quandam metallis, ex quibus plerumque constant, superaddat, tum quod opifices modulos ipsos potius longiores efficiunt, quam breviores, qui ubi longiores evaserint, contrahi possunt limando, ubi breviores justo, produci omnino non possunt.

Nostræ mensuræ ad Parisiensem hexapedã relatio definita certo, & accuratè. Plures mensurarum plurium rationes.

373. Sed quidquid de eo sit, id quidem nostram perquisitionem nihil turbat. Nos enim, ut mensuram nostri gradus conferre possimus cum reliquis, debemus nostram illam mensuram reducere ad hexapedam Parisiensem, qua reliqui gradus definiti sunt, sive ea cum vera Romani palmi, Romani pedis magnitudine congruat, sive minus. Id autem accuratissimè, & tutissimè est præstitum, habito hexapedæ modulo, quem tanta cum diligen-

gentia Mairanius contulit cum ſuo, ex quo idem Artifex reliquos deſumpſerat, quos Academici in reliquorum graduum dimenſione adhibuerunt, & eo ita collato cum menſura noſtra, ut error committi non potuerit, qui in toto gradu unius hexapedæ errorem induceret. Porro hoc noſtro palmo aſſumpto, qui, ut vidimus, continet lineas 99 . $\frac{2}{30}$, & pede, qui continet 132 . $\frac{2}{45}$ calculo inito, erit.

Noſter	ad pedem Pariſienſem	ad hexapedam
Palmus	ut 2971 ad 4320.	ut 2971 ad 25920
Pes	ut 2971 ad 3240.	ut 2971 ad 19440
Paſſus	ut 2971 ad 648.	ut 2971 ad 3888

Menſuræ plures e paſſibus ad hexapedas reductæ, baſium in primis

374. Hinc jam, vel per numeros, vel per logarithmos facile eſt menſuras omnes opuſculi 2 vel paſſuum, vel palmorum reducere ad hexapedas. Atque in primis binæ baſes hìc facile reduci poſſunt. Eſt baſis Ariminenſis juxta num. 19 opuſculi 2, palmorum 52674. 3. Eo numero ducto in $\frac{5}{4}$ habetur numerus pedum, ducto autem in $\frac{3}{4 \times 5}$, ſive in $\frac{3}{20}$, vel in 0. 15, habetur numerus paſſuum 7901. 14, factis autem ut 3888 ad 2971, ita 7901. 14 ad quartum, habetur numerus hexapedarum in ea baſi 6037. 62. Baſis autem Romana inventa eſt paſſuum 8034. 67; adeoque eſt hexapedarum 6139. 66

Latera ex baſibus deducta, & baſis Romana deducta ex Ariminenſi minor, quæ ex dimenſione. Quæ inde correctio.

375. Ex baſibus hoc modo definitis definiuntur omnia poligoni latera, & per ea, ac per ipſius poligoni poſitionem intervallum inter parallelum tranſeuntem per bina loca, in quibus aſtronomicæ obſervationes inſtitutæ ſunt, nimirum inter conclave muſæi Collegii Romani, & ædes Garampianas Ariminenſes. Id quidem præſtitimus capite 2, & numero quidem 268 oſtendimus, quo pacto inde rectilinea poligoni latera determinentur. Porro Mairius opuſculo 2 hæc ipſa latera expoſuit in tabula numeri 21, prout ab Ariminenſi baſi proveniunt, ubi Ro-

mana basis in fine tabulæ provenit passuum 8033. 4, pro 8034. 67, uno circiter passu minor justo. Si ab hac secunda basi calculus initus fuisset, omnia latera, & quivis tractus Meridiani, ille in primis, qui post omnes reductiones obvenit interceptus tholo D. Petri, & ostio Aprusæ, obvenissent majora, quam ex priore basi in ratione 8034. 67 ad 8033. 4. Quamobrem ut innotescat, quid ex hac basi Romana provenisset, satis est intervallum illud post omnes reductiones augere in ea ratione.

Intervallum inter parallelos ductos per bina extrema poligoni.

376. Porro intervallum illud post bina reductionum genera ibidem facta, ex num. 294, adhibitis Romanis observationibus positionis poligoni est, excessus numeri passuum 161127. 9 supra 5. 7, adeoque est 161122. 2. Idem intervallum ex observationibus Ariminensibus ejusdem positionis poligoni est longius passibus 3. 0 juxta num. 302, adeoque passuum 161125. 2; quorum si libeat assumere medium habebitur 161123. 7. Atque hoc quidem intervallum prodiisset majus a basi Romana in ratione 803467 ad 803340.

Intervallum inter parallelos per bina loca observantiorum Astronomicarum transeuntes.

377. Id intervallum num. 295 reducitur ad intervallum inter parallelos Musæi Collegii Romani, & ædium Garampianarum additis passibus 269, ac ablatis 139. 1, sive addita eorum differentia 129.9, ac illud quidem quod Ariminensis basis prodidit 161123. 7, evadit 161253. 6. Is passuum numerus ex hac ipsa proportione reducitur ad hexapedas 123221. 3, ut etiam opusculo 1 posuimus num. 204. Ex Romana basi prodiisset major in eadem ratione basium, non quidem accuratè, ob illas 130 hexepedas adjectas, quæ ab iis basibus non pendent, sed tamen quamproxime, cum ipsi passus 130 ex illa differentia basis deductæ, & immediata observatione definitæ ne decima quidem sui parte mutentur. Quam ipsam ob causam multo magis invento demum gradu ex basi Ariminensi, ut is innotescat, qui ex Romana prodiisset, satis est ipsum in eadem ratione augere.

378 Jam vero ex hujus opusculi num. 166, habetur inter

inter sex medias determinationes arcus cælestis intercepti inter bina zenith musæi Collegii Romani, & ædium Garampianarum apprime consentientes media determinatio vix per 1′ a reliquarum singulis discrepans 2°, 9′, 47″, sive 7787″. Quare factis ut 7787″ ad 3600″, quæ continentur uno gradu, ita hexapedæ illæ 123221, 3 ad quartum, prodit gradus ejus intervalli medius 56966. 3, ut eum inde derivavimus ipso num. 204 opusculi 1. Inde, & ex arcu cælesti gradus magnitudo definita.

379. Porro hic ipse gradus est aliquanto potius justo major, cum erutus sit ex positione poligoni definita per observationes Solis tam Ariminenses, quam Romanas, sumendo medium. Romanis autem, quæ minus intervallum præbuerant, magis fidendum nobis fuisse diximus in opusculo 2 n. 30, & opusculo 4 n. 297. Sed quoniam num. 302 correctio adhibita Romanæ determinationi ex Ariminensi adjecit toti intervallo majori gradibus duobus passus 1. $\frac{1}{2}$, minus inde in unum gradum derivatur, quam dimidium unius hexapedæ, quod pro nihilo habendum est. Sed eum adhuc aliquanto magis produximus, Mairius opusculo 2 a num. 48, & ego, opusculo 1 num. 204 triplici ex capite ibidem enunciato. Correctiones ipsius plures.

380. Primum est Basis Romana, quæ juxta num. 375 est aliquanto major, quam ea, quæ ex Ariminensi per calculum eruitur. Ex ipsa Romana basi erueretur gradus major, quam ex Ariminensi in ratione 8034. 67 ad 8033. 4. Nimirum factis, ut 8033. 4 ad eorum numerorum differentiam 1.27, ita gradus inventus 56966. 3 ad quartum, prodit excessus hexapedarum 9. 0 Prima ex basi Romana longiore.

381. Secundum est latus poligoni, quod pertinet a tholo D. Petri ad montem Januarium, quod cum juxta num. 324 ex angulorum reductione prodierit passuum 22935. 6, prodiit ex immediata reductione minus passibus 3. 6; in qua eadem ratione si aberrarent a veris reliqua omnia latera, gradus evaderet major in ratione 22935.6 ad 6.3, qui cum obvenerit hexapedarum 56966. 3, inito calculo quartus proportionalis, qui exhibet addi- Secunda ex reductione immediata lateris postremi quæ ipsum exhibet majorem.

additamentum faciendum in ea hypothesi, erit 8. 9

Tertia ex observationibus a Cycni tutioribus.

382. Tertium est, quod in arcu cælesti definiendo videatur maximè fidendum esse observationibus a Cycni Romanis prioribus collatis cum Ariminensibus. Inde juxta num. 165 hujus opusculi erueretur arcus cælestis 2°. 9'. 46". 1, sive 7786". 1, qui ex omnibus simul erat 2°. 9'. 47", adeoque gradus augeretur in ratione 7787 ad 7786. 1, & factis ut 7786. 1 ad differentiam 0. 9, ita gradus hexapedarum 56966. 3 ad quartum, prodirent hexapedæ 6. 6.

Correctionum summa, & inde gradus correctus.

383. Si jam fidere velimus soli huic Fixæ, & retinere totum incrementum 6. 6, ac retinere trientem discriminis a basibus inducti, cum Romana basis definita fuerit semel, Ariminensis bis per actualem mensuram, & trientem discriminis inducti a reductione laterum, nam id latus est postremum, & in prioribus error ex paucioribus erroribus collectus esse debet minor, ut adeo non debeat dimidium sumi, habebimus ex primo capite 3 0, ex secundo 3. 0, ex tertio 6. 6. nimirum 12. 6. Addatur id gradui hexapedarum 56966. 3 superius invento, & jam erit gradus 56979 fere accurate, ut eum Mairius posuit opusculo 2, num. 49, & ego opusculo 1, num. 204.

Creditus potius justo major.

384. Hunc ego gradum aliquot hexapedis omnino censeo majorem justo. Nam & Ariminensi basi multo æquiore solo bis definitæ cum tanto consensu multo magis fido, quam Romanæ, idque magis, quam in ratione 2 ad 1. Est cur nonnihil suspicer de illa ipsa altitudine montis Januarii visi e tholo D. Petri, in quo puto haberi maximam partem causæ ejus discriminis, & quod caput est multo magis fido determinationi arcus cælestis mediæ inter omnes determinationes tam multas, quam unicæ per unicam Fixam, quod si fiat de more, fere 7 hexapedæ correctionis adhibitæ statim concidunt.

Qui errores in eo timeri possint

385. Errorem autem in eo suspicari omnino non possumus ex observationibus Astronomicis majorem eo, quem

quem secum ferat error unius secundi in iis commissus, qui est hexapedarum 7, nec ex basi majorem uno, aut altero pede, cum vix digitis duobus secunda Ariminensis basis a prima distiterit, & ea basis sit major, quam decima pars totius gradus, ut idcirco in eo consequatur error minor, quam decuplus. Ex angulis autem poligoni, errorem itidem timere non possum majorem eo, quem secum trahit discrimen illud basis Romanæ computatæ, & observatæ, quod vidimus secum trahere hexapedas ad summum 8. 5. Demum e poligoni reductione ad planum horizontale majorem timere non licet eo, quem exhibuit immediata illa reductio lateris nimirum 8. 9. Ex positione poligoni non majorem hexapeda una. Mitto autem minora alia, quæ sensum effugiunt, de quibus supra abunde egimus, ut illam Romanæ baseos curvaturam omissam, quæ juxta num. 353 gradum contraheret minus quam $\frac{2}{7}$ unius hexapedæ, atque alias ejusmodi. Quin immo cum e singulis expositis capitibus partes tantummodo quædam erroris timeri debeant, & eorum fere omnium ratio habita sit in correctione supra adhibita, atque ita sit habita, ut gradus potius productior assumptus fuerit, quam par erat, omnino mihi persuasum est, nostrum hunc gradum non excedere hexapedas illas 56979, & huic quidem numero esse satis proximum.

386. Ex proportione exposita supra num. 374 facile hic gradus reducitur ad passus multiplicando ipsum per 3888, & dividendo per 2971, ac habetur 74565; nimirum gradus hic paullo major milliariis 74. $\frac{1}{2}$; unde constat milliaria geographica, quorum 60 concipiuntur in circulo maximo, esse multo majora Romanis hisce nostris ita, ut illorum 4 fere contineant horum 5; leucas autem Gallicas, quarum numerantur 25 in gradu, continere quamproxime terna milliaria Romana. Potest autem inde etiam diameter Terræ veræ proxima inveniri ad eos usus, quos habuimus supra num. 295. Erit enim semiperipheria, ducendo gradum in 180, passuum Gradus in passibus: Inde diameter Terræ veræ proxima.

13428700. Unde factis, ut 355. ad 113, ita hic numerus ad quartum, prodit semidiameter 4272260. & diameter 8544520 vere proxima, sive media quædam ex medio hoc nostro gradu deducta.

Instrumenta & Artifici suo debere multum & fore Astronomis utilia.

387. Atque hæc quidem de mensura gradus dicta sint satis ex occasione agendi de apparatu, & usu instrumentorum a nobis adhibitorum, quorum usus ad hanc ipsam mensuram tendebat totus. Illud addam tantummodo, quod ad instrumenta pertinet, plurima me quidem Artifici Rufo suggessisse, & ideam quandam semper eorum, quæ vellem, multa tamen ipsum in iis potissimum, quæ ad quadrantis fulcrum, & varios motus pertinent pro ingenio suo excogitasse per sese. Spero autem eadem eodem modulo multum etiam perficienda ab aliis imposterum, & summo futura usui Astronomis.

Aliæ bases ad locorum propiorū determinationē, & aliud instrumentum crassius.

488. Addo & illud, ubi locorum pro mappa positiones investigabamus, sæpe nos alibi multo crassius, sed ad rem, quæ tum ageretur abunde accurate dimensos esse bases methodo multo expeditiore, incedendo nimirum passu quodam nec nimis concitato, nec nimis lento, cum citra paucorum admodum passuum errorem constaret nobis bis mille ejusmodi passus uni milliari æquivalere, ac brevi ligneo instrumento captis angulis in utroque extremo baseos ita definitæ, definiebamus satis accurate positus locorum, quæ parum aberant; quod ex occasione basium sit dictum. Sed jam me quintum opusculum ad sese vocat.

OPU-

OPUSCULUM V.

DE FIGURA TELLURIS DETERMINANDA EX ÆQUILIBRIO ET EX MENSURA GRADUUM.

Argumentum opusculi, & argumenti occasio.

Quoniam universi labores nostri ad mensuram gradus meridiani in primis definiendam suscepti sunt, quæ quidem dimensio, ut abunde in opusculo primo exposui, dirigitur ad figuram Telluris determinandam, & ex hac figuræ ipsius investigatione omnis hæc ipsa dimensio graduum ortum duxit, agam hìc de hac ipsa figura, ut ea, vel a fluidorum æquilibrio, vel a graduum dimensione deducitur.

Precipua quæque enodanda hic ope Geometriæ.

2. Amplam hoc quidem argumentum tractationem requireret, & si vel ea tantummodo colligenda mihi essent, quæ ubique prostant a doctissimis viris inventa passim, atque vulgata, nec quidquam de meo adderem, vix uno, & satis illo quidem immani volumine continerentur. Verum ego quidem omissis pluribus, quæ minoris sunt usus, præcipua quædam tantummodo, quæ ad hanc rem pertinent, persequar, in quibus Geometriæ vires experiar, ad quædam, quæ admodum ardua, & sine calculo integrali intractabilia prorsus videri possunt, enodanda, ac penitus evolvenda.

Divisio in duo capita. Proferrī hic quædam etiā olim alibi producta.

3. In duo autem capita totum opusculum partiar. Primo quidem, quæ pertinent ad æquilibrium, expediam, deinde vero, quæ ex graduum dimensionibus consequantur, exponam. Erunt in iis constructiones nonnullæ, atque animadversiones, quas multis ab hinc annis inserui dissertationibus meis aliis, quarum tamen cum admodum pauca exemplaria impressa tum fuerint, atque ex iis ipsis, quæ nimirum occasione publicæ exercitationis sub anni finem distributa fuerant, pars multo maxima perierit, non inutile futurum erit, si eas hic iterum repetam.

Ordo tractandorum capite 1.

4. Porro primo quidem determinabo figuram, quam in Tellure sive immota, sive motu diurno agitata requirit æquilibrium, ubi vires diriguntur ad idem centrum, utcumque variatis distantiis varientur lege quavis data, quo problemate multo generaliori continetur etiam Hugeniana investigatio figuræ in hypothesi Galileana gravitatis seu decrescentis, sive crescentis in quavis ratione sive directa, sive reciproca distantiarum a centro utcumque multiplicata. Innuam hic aliquid de figura, quæ oritur ex gravitate quadam directa ad bina centra, tum ex gravitate directa per certas quasdam lineas ad datum quendam locum terminatas, quibus indicatis potius, quam expositis agam demum de figura, quam requirit gravitas non quidem tendens ad idem centrum, sed coalescens ex mutua gravitate particularum omnium agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum a se invicem, quam gravitatem ex tot inter se usque adeo consentientibus cælestibus phænomenis tam feliciter Newtonus deduxit, & ex qua tam multa alia novis phænomenis apprime consentientia derivavit. Expediam autem, quod ad eam gravitatis legem pertinet, sive Tellus homogenea sit, in quo argumento felicissime sane Mac Laurinus se gessit, sive diversam in diversis distantiis densitatem habeat, de quo casu multo aliter ego quidem sentio, quam summi etiam nostræ ætatis viri senserint, quorum calculos laborare omnino censeo, cum Geometria duce ad conclusiones dela-

delabar prorsus contrarias eorum conclusionibus. Atque ibidem attingam etiam nonnulla, quæ ad irregularem pertinent partium textum.

5. Hæc, quæ ad æquilibrium pertinent, capite primo, tum quod ex graduum mensura deducitur exponam capite secundo. Et primo quidem quid in hypothesi Ellipticæ sphæroidis, ex binis gradibus sive Meridiani, sive paralleli cujuspiam, tum quid si Tellus ita compressa sit, ut & Meridiani, & paralleli a figura circulari recedant, consequi debeat, innuam, ac demum quid sine ulla suppositione, si omnes ejusdem meridiani gradus habeantur, de ipsius figura, & magnitudine definire liceat ostendam. Eorum autem occasione alia nonnulla iis analoga, ubi se occasio commoda præbuerit, evolvam. Sed aggrediamur rem ipsam.

Ordo pro capite secundo.

CAPUT I.

De figura Telluris, quæ oritur ex æquilibrio.

6. SI Tellus tota esset solida, vel ex superficiei ipsius partes, quæ fluidæ sunt, nullam inter se conjunctionem haberent, nulla esset ratio inquirendi in figuram ipsius ex æquilibrio, ex eo nimirum, quod ex solius gravitatis consideratione oritur; nam si omnes considerentur vires generis cujuscumque, quibus particulæ in se invicem agunt, & cohærent, ubique in solidis etiam corporibus æquilibrium habetur semper. At quoniam magna superficiei Terrestris pars fluido tegitur, quod gravitati suæ libere obsecundare potest, & in quamcumque plagam ea determinaverit, libere excurrere, eæ autem fluidæ partes quaquaversum in intima Terrarum se insinuant, & inter se conjunguntur, hujus æquilibrium certam figuram requirit, quam tota Tellus proximè habere debet, cum solidæ partes, quæ extant, ut montes, parum admodum se supra ipsam attollant.

Ob Maris communicationem posse inquiri ex æquilibrio in Terræ figuram.

 7. Por-

Duplex ejus investigationis methodus.

7. Porro duplex est methodus investigandi figuram ab æquilibrio requisitam. Prima est ea, quæ oritur ex directione gravium in superficie fluidi, quæ debet esse perpendicularis ad superficiem ipsam; nam aliter, qua ea directio infra superficiem continuata angulum cum eadem superficie acutum efficeret, in eam partem, ut per declive quoddam planum, deflueret fluidum ipsum: secunda est ea, quæ considerat binos canales intra Tellurem continuatos, fluido plenos, & in æquilibrio positos ita, ut punctum imum æquali utrinque pondere urgeatur.

Quando binæ methodi conspirent, quando secus.

8. Demonstratum jam est illud, esse quasdam gravitatis hypotheses, in quibus licet hac secunda methodo inveniatur æquilibrium, adhuc tamen illud primum æquilibrii genus non habeatur, quo casu fluidum, in quo canales omnes æque in imum punctum ponderent, in æquilibrio non erit, nec consistere poterit. sed perpetuo motu agitabitur, quod quidem accidit in iis hypothesibus tantummodo, in quibus gravitatis vis non a sola distantia pendeat, sed etiam a positione: ubi vero gravia vel ad unicum centrum tendant, vel ad numerum centrorum quemcumque, binæ methodi semper conspirant.

Quæ methodus, & quomodo hic adhibenda sit, ubi gravitas tendit ad datum centrum, vel datam curvam.

9. Id ego quidem theorema hic nequaquam demonstrabo, nec tamen utramque methodum per geometriam simplicem adhibebo, sed unicam illam canalium terminatorum ad centrum pro iis gravitatis hypothesibus, quæ ad unicum centrum dirigunt gravia, vel ad duo, & unicam directionis perpendicularis superficiei, pro hypothesi gravitatis tendentis secundum tangentes datæ cujusdam curvæ. Nam nec in gravitatum genere, quod in Natura nequaquam existit, pluribus hic immorandum esse arbitror, & si forte etiam, quæpiam ex iis hypothesibus in Natura existeret, cum agatur de figura Telluris, quam videmus in æquilibrio perstare (exigui enim quidam motus, ut maris æstus, ut certi in certis locis marium procursus, quos dicimus *le correnti*, parvam admodum æquilibrii perturbationem indicant, cujus etiam ipsius externæ causæ in prom-

in promptu sunt) satis est alteram methodum adhibere solam; si enim æquilibrium habetur, debet & in canalium pondere, & in directione perpendiculari superficiei id æquilibrium haberi, adeoque definito, quid requiratur ad habendum eorum alterum, si id obvenerit determinatum quidpiam, id ipsum in Telluris figura haberi omnino debet. Solum cum pro gravitate tendente ad datum punctum habeatur analytica solutio simplicissima, & quæ cum geometrica ex canalibus deducta conspirat, illam etiam proponam.

Utramque per solam geometriã in gravitate Newtoniana.

10. At ubi de gravitate mutua agendum erit, qua particulæ in se invicem gravitent in ratione reciproca duplicata distantiarum, tum vero generaliter demonstrabo pro casu saltem homogeneitatis, haberi æquilibrium in quovis sensu, & quidem ostendam ad id satis esse, ut generaliter demonstretur, pondus canalium rectilineorum terminatorum ad punctum quodcumque intra omnem massam cum directione quavis exercere in illud punctum vim ponderis æqualem, ut id ipsum accidat in canalibus etiam curvilineis, & ut in superficie sit directio gravitatis ipsi superficiei perpendicularis.

Quo sensu hic accipiatur Telluris motus. Auctoris theoria alibi proposita huc pertinens.

11. Distinguendi jam sunt bini Telluris status, alter quiescentis, alter circa proprium axem circumactæ, & vero etiam, si libet, motu annuo translatæ, ut quam in utroque casu figuram æquilibrium requirit, definiamus. Porro cum dico Tellurem immotam, vel motam, intelligo motum, vel quietem respectivum respectu cujusdam spatii, in quo nos homines includimur cum omnibus corporibus, quæ sub nostros sensus cadunt, respectu cujus spatii concipio in corporibus vim inertiæ, sive determinationem quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, sive id ipsum spatium quiescat, sive moveatur motibus quibuscumque, quod quidem spatium si quiescat, movebitur Tellus, & corpora omnia eo inclusa movebuntur; si moveatur motu contrario & æquali motui vel Telluris, vel Jovis, vel cujuscumque puncti materiæ, stabit Tellus, Juppiter, vel id materiæ

riæ punctum, cætera movebuntur motu composito ex eo, quem habent intra id spatium, & ejus spatii motu; si autem moveatur motu diverso a motibus punctorum omnium eo inclusorum, puncta omnia habebunt motum compositum ex suo intra id spatium, & motu illo ejus spatii, ac in omnibus iis casibus motus respectivi omnes intra id ipsum spatium erunt iidem, nec quisquam intra id spatium constitutus ex ullo aut phænomeno, aut naturali argumento undecunque petito, nosse poterit, quid accidat illi spatio.

Theoriæ ejusmodi fundamentum innuitur.

12. Hujusmodi theoriam protuli primum anno 1748 in dissertatione de Maris Æstu, tum eandem in pluribus aliis locis vel exposui, vel confirmavi, sed nuper luculentissime in supplementis ad librum 1. Philosophiæ versibus traditæ a Benedicto Stay, operis sane immortalis, ubi de vi inertiæ agens theoriam ejusmodi explicavi pluribus, ac illud, ut mihi sane persuadeo, demonstravi, vim inertiæ absolutam, sive quæ omnia materiæ puncta determinet ad quiescendum, vel movendum uniformiter in directum respectu spatii absoluti, infiniti, immobilis, nec a priori, ut ajunt, & ex metphysicis principiis, nec a posteriori, & ex phænomenis demonstrari posse, & solum posse assumi respectivam respectu spatii, quo includimur, atque idipsum idcirco, quod ita omnia phænomena, quæ ad nostram notitiam pervenerunt, optime explicentur, & alia plurima prædicantur in posterum cum successu, quod quidem omnium optimum est pro vera quavis sententia argumentum. Sed hæc innuisse sit satis, & quæcumque dixero imposterum, quin immo etiam ipsæ voces, quas adhibebo, cum communi hujus temporis philosophorum inventis, ac vocibus ad ea exprimenda adhibitis apprime consentient.

Figura Telluris homogeneæ quiescentis sphærica.

13. Porro si Tellus quiescat, sive gravitas dirigatur ad centrum, in quavis ratione mutetur ipsa gravitas mutatis distantiis, sive ad se invicem tendant omnia materiæ

riæ puncta in ratione quacumque directa vel reciproca distantiarum sit autem homogenea; erit omnino in æquilibrio. Nam ob bina quævis hemisphæria prorsus æqualia, & similia, punctum quodvis materiæ, ubicumque positum sit, dirigetur ad centrum etiam in Newtonianæ gravitatis hypothesi, & in distantiis a centro æqualibus æqualiter gravitabit. Quare quodvis punctum in superficie collocatum dirigetur per rectam perpendicularem superficiei; in sphæra enim rectæ omnes, quæ a superficie ad centrum tendunt, ipsi superficiei perpendiculares sunt; acceptis autem æqualibus canalium cruribus in centro coeuntibus cum quacumque directione adveniant, pondus totius cruris erit semper idem, & centrum æqualiter urgebitur, ac binæ fluidi columnæ suo se pondere invicem sustinebunt.

14. Nam ex vi quidem inertiæ pergent quiescere, si semel quieverint, nisi quidpiam eas particulas ad motum sollicitet; nihil autem erit, quod id quidem præstet, cum concipiamus nihil aliud agere præter gravitatis vim, ac ipsa vis gravitatis nisus ibi exerceat contrarios, & æquales, qui proinde se mutuo elident. Porro si in eo æquilibrio constituta sit Tellus, dum tota concipiatur fluida, tum repente quævis ejus pars concrescat; manebit figura, cum nihil sit, quod soliditate illa adjecta reliquas particulas fluidas ad motum sollicitet. Et quidem in casu, in quo gravitas a mutua particularum actione non pendeat, sed dirigatur ad certum centrum, manebit figura etiam, ubi id, quod concrevit, addensetur ubilibet eque hinc, & inde a centro, cum ea addensatio reliquas partes fluidas nihil afficiat, nec ad motum sollicitet.

Itidem ex æquilibrio canalium.

15. Et hæc quidem est notissima demonstratio sphæricitatis Telluris immotæ ex æquilibrio usurpata jam olim ab Archimede, tum ab aliis passim, sed hic a negativo argumento ad positivum traducta, & vero etiam confirmata magis, atque extensa. Porro ea vim habet etiam, ubi Tellus feratur motu uniformi, & parallelo, in quo qui-

Determinatio & demonstratio eadem, si Tellus moveatur motu uniformi parallelo:

quidem motu particulæ omnes pergent moveri uniformiter in directum æqualiter, cum nihil sit, quod novum motum cum priore conjungendum producat, adeoque distantiam a se invicem respectivam nequaquam mutabunt, sine qua mutatione mutatio figuræ nulla fit. Ejusmodi autem fere est annuus Telluris motus, qui motu fere parallelo fit, quanquam exiguum discrimen a parallelismo in motu annuo exiguam quandam aberrationem pariat, de qua fortasse aliquid alibi infra.

Investigatio figuræ, gravitate utcumque tendente ad datum centrum, & Tellure mota circa proprium axem.

16. Interea dicendum, quid debeat consequi, ubi diurna vertigine Tellus circa proprium axem convertatur, gravitas autem tendat ad datum centrum in ratione distantiarum quacumque, vel lege quavis constante, quæ a solis distantiis pendeat. Primum autem præmitti debet illud, quod est notissimum, in quovis circulari motu corpus vi inertiæ conari abire per tangentem, in quo conatu exercetur simul nisus quidam recedendi a centro, qui dicitur vis centrifuga. Bina de eadem vi centrifuga proponam lemmata, tum ad figuræ terrestris determinationem gradum faciam.

Lemma virium centralium elementare.

17. Lemma I. *Ejusmodi vis in circulis eodem tempore descriptis est proportionalis eorundem circulorum radiis*. Est theorema notissimum ab Hugenio olim propositum, & demonstratum passim in elementis Mechanicæ.

Alterum inde deductum. Tab. 4, F. 1.

18. Lemma 2. *Si quadrans circuli* IMD *in fig.* 1. *tab.* 4. *convertatur circa radium* CD, *& vim centrifugam in* I *exprimat* IH, *vim centrifugam in* M, *qua recedit a centro motus* P *secundum directionem* PM, *exprimat recta* MO, *qua vis resolvatur in* ON *normalem ipsi* CM *productæ*, *& in* MN *secundum directionem ejusdem* CM; *erit vis centrifuga in* I *secundum directionem* CI *ad vim centrifugam in* M *secundum directionem* CM, *ut* CM^2 *ad* MP^2. Est enim per lemma 1, ut *IC*, sive *CM* ad *MP*, ita *HI* ad *MO*, & ob triangula *CMP*, *ONM* rectangula similia, iterum ut *CM* ad *MP*, ita *MO* ad *MN*, adeoque compositis rationibus CM^2 ad MP^2, ut *IH* ad *MN*.

19. Hisce

19. Hisce præmissis deveniemus jam ad generalem determinationem curvæ ope canalium. Sit in eadem fig. 1 *FCE* quadrans sectionis Telluris factæ per axem, cujus axis dimidium *CE*, & circa quem axem convertatur ipsa Tellus, quæ tota fluida concipiatur. Sint autem ibidem bini canales, *CF* perpendicularis axi in plano æquatoris, & *CL* utcumque inclinatus. Ut habeatur æquilibrium debet centrum *C* æque urgeri ab utroque ita, ut pondera eorundem canalium æqualia sint. Conditio problematis.

20. Exprimant ordinatæ *KQ* ad curvam *VQG*, quamcumque, vim gravitatis pro quavis distantia *CK* assumpta in semidiametro æquatoris *CF*. Assumpta autem *RF*, quæ sit ad *VF*, qua exprimitur gravitas in æquatore in *F*, ut est vis centrifuga ibidem ad gravitatem ipsam, & facto semicirculo *RBF*, ducatur in eo chorda *RB* parallela *CL*, tum *Br* perpendicularis ad *RF*, ac *rC*, & assumpta *CK* æquali *CL*, rectæ ex *K*, & *I* parallelæ *FV* occurrant lineæ *VG* in *Q*, & *A*, rectæ *CR* in *S*, ac *T*, rectæ *Cr* in *s*, ac *t*. Curva exprimens legem gravitatis cum rectis definientibus vires centrifugas.

21. In primis debet *It* exprimere vim centrifugam in *M* redactam ad directionem *CM*. Est enim per num. 17 vis centrifuga absoluta in *F* ad ejusmodi vim in *I*, ut *FC* ad *CI*, sive ut *FR* ad *IT*. Est autem per num. 18 ea vis absoluta in I ad vim relativam in *M*, ut CM^2 ad MP^2, nimirum ob similia triangula *CPM*, *FBR*, quæ angulos habent æquales in *C*, & *R* ad *CL*, *RB* parallelas, ut FR^2 ad FB^2, sive, ob *FR*, *FB*, *Fr* in semicirculo continue proportionales, ut *FR* ad *Fr*, vel demum ut *IT* ad *It*. Quare cum *FR* exprimat vim centrifugam absolutam in *F*, exprimet *IT* vim eandem absolutam in *I*, ac *It* vim relativam in *M*. Demonstratio eorum, quæ pertinent ad virium cētrifugarum expressionem per eas rectas.

22. Hinc autem vis residua in *M*, sive excessus gravitatis supra vim centrifugam ibidem, exprimetur per *At*, vis autem residua in *I* per *AT*; ac proinde totum pondus canalis *CL* exprimetur per totam aream *QsCG*, totum autem pondus canalis *CF* exprimetur per aream *VRCG*, & Areæ exprimentes pondera canalium, & earum æqualitas ex æquilibrio.

 ob

ob æqualitatem eorum ponderum, areæ quoque illæ æquales erunt.

Curva curvæ virium quadratrix ad solutionem necessaria Tab. 4., F. 1. 2.

23. Ea æqualitas per curvarum quadraturas sic obtinebitur. Maneant in fig. 2 reliqua omnia, quæ in prima, a *CF* versus *V*, & curva *Cqu*, jacens ad partes oppositas vitandæ confusionis gratia, sit quadratrix curvæ *GQV* relatæ ad *CF*, ut nimirum *Fu* æquetur areæ *VFCG*, applicatæ ad *CF*, & itidem *Kq*, *Ia* areæ *QKCG*, *AICG* similiter applicatæ ad eandem CF.

Inventio generalis puncti ad curvam in quavis recta e centro ducta.

24. Hujusmodi curvâ semel præparatâ, ducatur in fig. 1 in quovis angulo recta indefinita *Cl*, & in fig. 2 fiat angulus *FRB* æqualis angulo *ECl* fig. 1, ac demissa *Br* perpendiculari ad *FR*, sumantur *uV'*, *uX* versus *F* dimidiæ *FR*, *Fr*, & in quavis *qK*, *aI* sumantur *qZ*, *aY* versus *KI*, quæ ad *uX* sint, ut quadratum *CK*, *CI* ad quadratum *CF*, & curvæ *CYX* ea lege constructæ occurrat in *Z* recta *V'Z* parallela *FC*, ducaturque *ZK* parallela *FV*. Si jam in fig. 1 in recta *Cl* sumatur *CL* æqualis huic *CK* figuræ 2, dico punctum illud *L* fore ad curvam quæsitam.

Demonstratio ejusdem.

25. Cum enim in fig. 2 triangula *RCF*, *rCF* æquentur dimidiis rectangulis sub *CF*, & *RF*, ac *CF*, & *rF*, eadem applicata ad *CF* æquabuntur dimidiæ *RF*, *rF*, sive rectæ *V'u*, *Xu*. Cumque & triangula *rFC*, *sKC*, ob similitudinem, & rectæ *Xu*, *Zq*, per constructionem sint, ut quadrata *CF*, *CK*, etiam triangulum *sKC* ad eandem *CF* applicatũ æquabitur rectæ *Zq*. Hinc residuæ areæ *VRCG*, *QsCG* applicatæ ad ipsam *CF* æquabuntur rectis residuis *F'V*, *KZ*, quæ cum æquales sint, erunt æquales & areæ *VRCG*, *QsCG*, adeoque in fig. 1 pondera *CF*, *CL* æquabuntur, & habebitur æquilibrium, ut oportebat.

Determinatio semidiametri æquatoris, semiaxis, & eorum differentiæ.

26. Si directio *Cl* fig. 1 abeat in *CF* evanescente angulo *FCl*, adeoque & *RFB* fig. 2; abibit *B*, & *r* in *R*, adeoque *X*, & *Z* in *V'*, & *K* in *F*, nimirum *L* in *F* in fig. 1, ut oportebat. Sed abeunte in fig. 1 *Cl* in *CE*, abit in fig. 2 *B*, & *r* in *F*, ac proinde *X* in *u*, & curva *CYZX* in *Caqu*, ac sine nova constructione curvæ *CYZ* recta *V'Z'* parallela *FC*

oc-

occurrens primæ curvæ Cau in Z' determinabit VZ', vel FK' differentiam semiaxis a semidiametro æquatoris.

27. Hanc ego quidem hujus problematis constructionem exhibui in dissertatione de figura Telluris ann. 1739. Sed ea plurimum contrahitur, si promoveatur analysis geometrica, & investigetur relatio rectæ CL fig. 1 non ad angulum ECl, sed ad ordinatam LY perpendicularem axi CE. Constructa nimirum in fig. 2 sola quadratrice Cqu, & assumpta quavis CK, quæ debeat esse æqualis cuidam CL figuræ primæ ductæ in quodam angulo ECl ibidem adhuc ignoto, ducatur sua QKq in fig. 2, & concipiatur in utraque figura angulus FRB, qui debeat esse æqualis illi ECl fig. 1, utcumque adhuc ignoto. Ducta Br, & sua Csr, debebit area $QsCG$ æqualis esse areæ $VRCG$ ob æquilibrium. Capta jam uV' versus F æquali dimidiæ FR, ductaque illa $V'Z$, quæ occurrat Kq in Z, facile deprehenditur fore Zq æqualem areæ trianguli sKC applicatæ ad CF. Nam Fu per constructionem, & $V'u$ (dimidia RF) ex natura trianguli æquantur areis $VFCG$, RFC applicatis ad eandem CF, adeoque FV', areæ $VRCG$ similiter applicatæ. Cumque & KZ æquetur FV', & area $QsCG$ areæ $VRCG$, erit KZ æqualis areæ $QsCG$, adeoque Zq æqualis areæ sKC applicatæ ad CF.

Constructionis simplicioris prima semina per analysim geometricam.

28. Jam vero in figura 1 erit CF^2 ad CK^2, ut area RFC ad aream SKC, & CK^2, sive CL^2 ad LY^2, ut RF^2 ad FB^2 ob triangula rectangula LYC, FBR similia, adeoque ut RF ad Fr, sive ut SK ad Ks, vel ut triangulum SKC ad sKC. Quare erit ex æqualitate ordinata CF^2 ad LY^2, ut area trianguli RFC ad aream sKC, sive ob applicationem in fig. 2 ad eandem CF, ut in ea $V'u$ ad Zq, & CF in fig. 1 ad LY in ratione subduplicata $V'u$ ad Zq fig. 2.

Finis analyseos geometricæ.

29. Inde igitur multo facilior constructio. Data curva VQG, construatur ejus quadratrix uqC sola, & assumpta uV' versus F dimidia FR, ducatur recta $V'Z$ parallela FC, donec occurrat rectæ Qq in Z. Capiatur jam in fig. 1 recta Cl' versus F, quæ sit ad CF in ratione subduplicata rectæ Zq ad $V'u$ fig. 2, ac ducta indefinita $l'Li'$

Constructio ex ea analysi.

 nor-

normali ad CF, centro C, intervallo illius CK assumptæ in fig. 2 inveniatur in ipsa $I'i'$ punctum L, quod erit ad curvam quæsitam. Nam erit CI' æqualis LY, & habebunt CL, LY inventam relationem ad se invicem.

Determinatio semidiametri æquatoris, & semiaxis.

30. Patet autem curvam ejusmodi ducere originem ex F. Nam abeunte in fig. 2 K in F, abit Zq in $V'u$, & ratio ea evadit æqualitatis, adeoque in fig. 1 evadit CL æqualis CI', & punctum L una cum I' abit in F. Si autem $V'Z$ fig. 2 occurrat quadratrici Cqu in Z', ducaturque $Z'K'$ perpendicularis ad CF, erit huic CK' æqualis semiaxis CE fig. 1. Nam abeunte in fig. 2 K in K' evanescit Zq, abeuntibus punctis Z, q in Z'. Quare ibi in fig. 1 evanescit CI', sive LY, ac angulus LCY, facto FCL recto, & abeunte CL in CE.

Determinatio casuum omnium pertinentium ad distantias majores, minores, & intermedias.

31. In locis K intermediis inter F, & K' fig. 2 habebitur semper in fig. 1 duplex punctum L hinc, & inde a recta CF in distantia æquali, cum circulus radio C intervallo CK debeat occurrere bis rectæ $I'i'$ hinc, & inde ab I' ad eandem distantiam, nisi forte alicubi in fig. 2 ratio subduplicata Zq ad $V'u$ fuerit eadem, ac CK ad CF, vel ipsâ major. Primo enim casu evaderet in fig. 1 CI' æqualis CK, & puncto utroque L abeunte in I', curva ibi ad rectam CF appelleret; in secundo vero casu esset CI' major, quam CK, & recta centro C, intervallo illo CK non pertingeret ad $I'i'$, quæ recta idcirco in infinitum producta curvæ nusquam occurreret. Quare tota ea curva hinc, & inde a CF erit sibi similis, & æqualis. Abeunte K in figura 2 infra K', jam KQ abiens in Ia erit minor ob aream decrescentem versus C, quam $K'Z'$, sive Iy, in quam abibit ibi KZ. Quare Zq mutabit directionem in ya, & proinde negativa fiet, ac idcirco quadratum rectæ LY fig. 1, quod ob $V'u$, & CF fig. 2 constantes est ibi, ut Zq, evadet negativum, & ipsa ordinata fig. 1 imaginaria, adeoque curva non descendet ad distantiam minorem ipsâ CE fig. 1. Supra F vero pro varia indole curvæ GQV, & ejus quadratricis Cqu fig. 2, varias habere poterit vices, sed semper continuata quadratrice Cqu, & recta yZV' supra $V'u$ habebuntur pro quovis puncto rectæ CF productæ

bina

bina puncta curvæ æquilibrii hinc, & inde æquè remota ab ipsa *CF*, vel unicum, curvâ utrinque ad eam appellente, vel nullum, prout in fig. 2 ratio subduplicata rectæ *Zq* ad datam *V'u* fuerit minor, æqualis, vel major respectu rationis *CK* ad *CF*.

32. In omnibus autem hisce casibus patet, pro omni arcu curvæ positæ infra *C* fore figuram semper compressam in polo *E*, & polo ipsi opposito, & differentiam semiaxis *CE* a semidiametro æquatoris *CF* fore æqualem illi *V'Z'* figuræ 2, quæ ab ipsa quadratrice definitur, & cujus expressionem generalem videbimus paullo infra. Generalis compressio figuræ ad polos & compressionis quantitas definita.

33. Ubi gravitas primitiva sit in aliqua ratione directa distantiarum, curva *VQA* figuræ 1, & 2 terminatur in *C*, & quadratrix *aqu* prodit ex *C*, quæ quidem prodit itidem ex *C*, quotiescumque curva gravitatis *VQA* terminatur ad rectam *CG*, alicubi in *G*. Si gravitas sit in aliqua ratione distantiarum reciproca, curva *VQA* abit in infinitum, & rectam *CG* habet pro asymptoto. Tum vero si gravitas, dum ad centrum acceditur in infinitum, crescat, infinities minus, quam in ratione reciproca simplici distantiarum, area asymptotica erit finita, & adhuc quadratrix *aqu* prodibit e *C*. Casus, in quibus quadratrix potest ortum ducere e centro.

34. Quod si gravitas crescat in ratione eadem distantiarum simplici reciproca, vel adhuc magis, areæ ejusmodi erunt infinitæ, nec poterit quadratrix prodire e *C*. In eo casu oportet in fig. 2 quadratricem inchoare e quovis puncto *I* rectæ *CF* ita, ut ordinatæ superiores *Kq* jacentes ad partes *u* exprimant areas *QKIA* jacentes supra ordinatam *IA*, & ordinatæ inferiores jacentes ad partem oppositam exprimant areas positas infra ipsam *IA*. Ipsa autem quadratrix *uqa*, & vero etiam *XZY* ex ea parte abibit itidem in infinitum, & habebit *CG* pro asymptoto. Constructio tamen eadem ope quadratricis ejusdem, unius juxta posteriorem solutionem, vel duplicis juxta priorem, exhibebit constructionem problematis, quæ invenietur semper, habita ratione transformationis locorum Geometricorum, cujus leges fusius aliquanto, & dili- Casus, in quibus ea asymptotica est: ei tamen aptari posse constructionem eandem.

diligentius persecutus sum superiore anno in dissertatione adjecta sectionum Conicarum elementis Elementorum meorum tomo tertio.

De curvis exprimentibus legem gravitatis, ubi ea sit accuratè ut aliqua potentia distantiarum directè, vel reciprocè.

35. Quod si gravitas VQA sit accurate in aliqua ratione directa vel reciproca distantiarum, sive, ut quævis potestas m distantiæ; erit curva VQA semper ex familia parabolarum, si m fuerit numerus positivus, & gravitas in ratione directa distantiarum; ex familia vero hyperbolarum, si fuerit m numerus negativus, & gravitas in ratione distantiarum reciproca, præter casum in quo $m = 0$, & $m = 1$, qui sunt bini casus gravitatis constantis, & gravitatis crescentis in ratione distantiarum directa, de quibus paullo infra, in quorum altero curva VQA abit in rectam parallelam FC, in altero in rectam tendentem ab V ad C.

Earum quadratrices.

36. In eo casu, in quo ordinata IA est, ut CI^m, area terminata per eandem ordinatam generaliter est ad rectangulum sub CI, & IA, ut 1 ad $m+1$, quod quidem etiam per simplicem Geometriam demonstrari potest, & pertinet ad elementa Geometriæ infinitesimalis, & curvarum, quæ brevi in quarto elementorum meorum tomo, ut spero, prodibunt. Hinc erit ea area, $\frac{1}{m+1} \times CI \times IA$, & proinde Ia, quæ ipsi proportionalis est, erit ut $CI \times IA$, sive ut CI^{m+1}, & semper in iis casibus quadratrix uqa erit itidem ex familia parabolarum, vel hyperbolarum, præter casum, quo sit $m = 0$, nimirum gravitas constans, quo casu $m+1 = 1$, ac uqa evadit recta tendens ad F, & casum, quo $m = -1$, quo nimirum gravitas est in ratione reciproca distantiarum, quo quidem casu curva VQA evadit Hyperbola Apolloloniana, & ejus area quadrari non potest, nisi per logarithmos.

Ratio diametri æquatoris ad semiaxem in iis casibus generaliter expressa.

37. Hinc facile determinatur pro hoc casu generaliter quantitas compressionis. Erit enim $K'C^{m+1}$ ad FC^{m+1}, ut $K'Z'$, sive FV' ad Fu, adeoque si inter FV', & Fu capiatur numerus m mediarum geometricè proportionalium, quarum postrema sit FX, erit $K'C$ ad FC, ut FX ad Fu, cum debeat itidem esse FV' ad Fu, ut FX^{m+1} ad

Fu

Fu^{m+1}. Quod si præterea $V'u$ fuerit exigua respectu Fu, differentiæ illarum continuè proportionalium erunt quamproximè æquales inter se, adeoque $Xu = \frac{1}{m+1} V'u$, nimirum ob $V'u = \frac{1}{2} FR$ erit $Xu = \frac{1}{2m+2} FR$. Quoniam autem erit area tota $\frac{1}{m+1} \times FC \times FV$, adeoque ipsa applicata ad FC, sive $Fu = \frac{1}{m+1} FV$; erit Fu ad uX, sive FC ad FK' ut $\frac{1}{m+1}. FV$ ad $\frac{1}{2m+2} \times FR$, sive ut FV ad $\frac{1}{2} FR$. Nimirum erit semidiameter æquatoris ad ejus differentiam a semiaxe, ut est gravitas primitiva sub æquatore ad dimidiam vim centrifugam ibidem.

Eadem generalius, & ratio decrementi distantiæ ab æquatore ad polum.

38. Id autem theorema est generale pro compressione exigua in quavis hypothesi gravitatis tendentis ad datum centrum, & præterea habetur hoc aliud: decrementum distantiæ ab æquatore ad polum est proximè, ut quadratum sinus recti latitudinis, sive ut sinus versus latitudinis duplicatæ. Utrumque demonstratur facile in fig. 2. Cum enim area $VRCG$ debeat esse æqualis areæ $QsCG$, dempta $QSCG$, & addita $RSsr$, erit $VrsQ = RrC$. Si autem sit FR exigua respectu FV, erit area $VrsQ$ proximè æqualis areæ $VFKQ$, & ipsi accuratè æqualis erit, ubi abeunte K in K', abit r in F. Poterit autem area $VFKQ$ considerari, ut rectangulum sub KF, & FV, & triangula RCF, KCr sunt æqualia $\frac{1}{2} RF \times FC$, $\frac{1}{2} Rr \times FC$. Quare abeunte K in K' erit $\frac{1}{2} RF \times FC = FK' \times FV$, & FC ad FK', ut FV ad $\frac{1}{2} FR$, quod erat primum. Erit autem generaliter $FK \times FV = \frac{1}{2} Rr \times FC$, adeoque FK decrementum distantiæ, ut Rr, qui est sinus versus arcus RB, cujus dimidium metitur angulum RFB, sive angulum FCL figuræ primæ, qui est proximè distantia loci ab æquatore, seu latitudo, & constat ex Trigonometria, esse sinum versum arcus cujusvis, ut quadratum chordæ, cujus dimidium est sinus rectus arcus dimidii; unde patet, & secundum.

Binæ leges gravitatis jam olim seorsum pertractatæ, & hic iterum pertractandæ.

39. Hæc quidem hic generalissime e sublimioribus principiis derivantur. Verum in ea dissertatione de Figura Telluris, cujus memini supra num. 27, conformes priori constructioni generali hic propositæ a n. 19 jam tum præmiseram binas constructiones pro binis casibus gravi-

tatis

tatis constantis, & gravitatis crescentis in ratione simplici distantiarum, quarum priorem Galileus consideravit, & vero in hac investigatione Hugenius; posteriorem vero consideravit Hermannus, & pro utroque deduxeram æquationes ad curvam, quarum prior cum Hugeniana congruit, posterior Ellipsim Apollonianam exhibet, quam Hermannus ipse in eo casu invenerat. Eas concinnatas aliquanto elegantius, ut nimirum ex generali illa deducantur, hìc proponam prius, tum elegantiores, simplicioresque alias deducam ex hac nova. Proderit ad Geometriæ contemplationem quandam jucundissimam, alia ex aliis deducere ordine illo, quem ipsa Geometria ex rerum natura derivatum sponte objicit, & ostentat.

Constructio facilior pro casu gravitatis constantis deducta ex generali. Tab. 4, F. 2.

40. Si gravitas fuerit constans, qualem Galileus assumpsit in omni sua Mechanica, & Hugenius in hac perquisitione, constructio illa prima generalis, qnam hìc proposui a num. 19 evadit multo expeditior. In eo casu evadit in fig. 2 *Fu* æqualis *FV*; & *Cau* recta linea, *CYX* parabola Apolloniana, cujus *CG* diameter, *Cu* tangens; & latus rectum ejus diametri tertium post *uX*, *Cu*. Nam *VQAG* esset recta parallela *FC*, & rectangulum *VFCG* applicatum ad *CF* esset ipsa *FV*, areæ autem pertinentes ad abscissas *CK*, *CI*, ut ipsæ, adeoque & *Kq*, *Ia*, ut *CK*, *CI*; & *qZ*, *aY* ad *uX*, quæ sunt ut quadrata *CK*, *CI*, essent ut quadrata abscissarum *Cq*, *Ca*, quorum primum est proprium rectæ, secundum ejus parabolæ. In primis autem differentia semiaxis a semidiametro æquatoris nimirum *V'Z'* perquam facile inveniretur. Esset enim *CF* ad *V'Z'*, ut *Fu* ad *uV'*, sive assumptis æqualibus, ut *FV* ad $\frac{1}{2}$ *FR*, nimirum ut gravitas ad dimidiam vim centrifugam sub æquatore. Deinde & cætera omnia curvæ puncta determinari possent per Geometriam etiam planam, cum per planam Geometriam habeatur concursus rectæ cujusvis cum data quavis sectione conica.

Alia facilior peculiaris pro ipsa. Tab. 4, F. 3

41. Sed sine ulla consideratione parabolæ sic multo facilius rem in ea simplicissima hypothesi expedire licet. Assumptis in fig. 3 rectis *FV*, *FR*, ut prius, facto semicircu-

circulo *FBR*, & ducta *RB* parallela cuicunque *Cl*, ut prius, ac demisso perpendiculo *Br*, compleatur rectangulum *VFCG*, ducaturque *Gr*, cui recta *RX* parallela *FC* occurrat in *X*. Occurrat autem recta *GV* rectæ ductæ per *C*, & *r* in *T*, & rectæ per *X* parallelæ *FV* in *Y*, ac assumpta *TQ* media geometricè proportionali inter *TV*, *TY*, capiatur *CL* æqualis *GQ*, eritque *L* ad curvam quæsitam.

42. Nam erit *Rr* ad *rV*, ut *RX* sive *VY*, ad *VG*, sive *FC*. Quare in triangulis *RCr*, *VYr* bases *Rr*, *rV*, & altitudines *FC*, *VY* reciprocantur, ac proinde areæ æquales sunt. Est autem triangulum *TYr*, ad *TVr*, ut *TY* ad *TV* ob altitudinem *r* communem, sive in ratione duplicata *TQ* ad *TV* ob *TY*, *TQ*, *TV* continue proportionales, vel (recta *QK* parallela *VF* occurrente rectis *CR*, *Cr* in *S*, *s*) ut triangulum *TQs* ad idem illud triangulum *TVr* ob eorundem triangulorum similitudinem. Quare triangula *TYr*, *TQs*, quæ ad idem triangulum *TVr* eandem rationem habent, sunt inter se æqualia, & dempto communi *TVr*, remanebit trapezium *VrsQ* æquale triangulo *VrY*, adeoque triangulo *RCr*, ac dempto communi trapezio *RSsr*, & addito communi *QSCG*, erit area *VRCG*, qua exprimitur pondus *CF*, æqualis areæ *QsCG*, qua exprimitur pondus *CL*, ut oportebat. Constructionis demonstratio.

43. Abeunte *CL* in *CE*, abit punctum *B*, & *r* in *F*, & *T* in infinitum, ac ratio *VQ* ad *QY*, quæ est eadem, ac *TV* ad *TQ*, evadit ratio æqualitatis. Cum vero sit semper *VG* ad *VY*, sive ad *RX*, ut *Vr* ad *rR*, abeunte eo casu *r* in *F*, ea ratio fiet *VF* ad *RF*, sive ratio gravitatis ad vim centrifugam. Quare *GV* ad *VQ*, sive *CF* ad *FK* dimidiam *RX*, nimirum semidiameter æquatoris ad differentiam ipsius a semiaxe erit, ut gravitas *VF* ad dimidiam vim centrifugam *RF*, ut etiam supra num. 27. Determinatio compressionis.

44. Quoniam ea vis centrifuga respectu gravitatis est perquam exigua, ut paullo inferius videbimus, semper erit *FR* admodum exigua respectu *FV*, & punctum *T* re- Determinatio decrementi distantiæ, & incrementi gravi-

 motis-

tatis ab æquatore ad polum.

motissimum, ac VQ proxime dimidia VY, sive RX. Ipsa autem RX, quæ ad Rr habebit rationem VG, ad Vr fere eandem, ac est VG ad VR, erit ad sensum, ut Rr, qui est sinus versus arcus RB, cujus arcus dimidium metitur angulum RFB æqualem angulo FCL, sive proxime latitudini loci, ac est, ut quadratum RB, qui, habita RF pro radio, est sinus anguli RFB, sive proxime latitudinis. In eadem vero hypothesi cum ob RF exiguam haberi possint RS, VG pro parallelis, erit Qs proxime æqualis Vr, & Rr excessus gravitatis residuæ Qs debitæ loco L, supra gravitatem residuam debitam æquatori F. Hinc etiam in hac gravitatis hypothesi habetur hujusmodi theorema. *Distantiarum a centro, & gravitatis, quam experimur, differentiæ sunt proxime, ut sinus versi latitudinis duplicatæ, vel in ratione duplicata sinus latitudinis.*

Casus gravitatis directè proportionalis distantiæ. Tab. 4, F. 1, 2

45. Quod si gravitas sit, directè ut distantia a centro, linea VQG figuræ 1, abibit in rectam tendentem ab V ad C. Evanescet enim recta CG, & erit IA, ut CI. Eo casu, & quadratrix Cau figuræ 2, & CYX evadunt parabolæ Apollonianæ, quarum axis communis recta GC producta, tangens vero CF. Erit enim in ratione duplicata CI tam Ia, quam aY, adeoque & IY, quo casu itidem punctum Z potest definiri per Geometriam planam. Sed eo itidem casu constructio evadit simplicior sine ulla sectionum conicarum consideratione, & fit hoc pacto.

Constructio pro eo casu, & demonstratio. Tab. 4, F. 4.

46. In fig. 4 manentibus reliquis, ut prius, ducatur ex V recta VC, & ex R recta ipsi parallalla, quæ occurrat Cr in P, tum PO parallela RF, ac assumpta CK media geometricè proportionali inter CO, CF, capiatur CL æqualis CK, & punctum L erit ad curvam æquilibrii quæsitam. Erit enim triangulum VrC ad VRC, ut Vr ad VR, ut Cr ad CP, ut CF ad CO, in ratione duplicata CF ad CK, sive Cr ad Cs, vel ejusdem trianguli VrC ad QsC. Quare triangulum VRC, quod exprimit pondus CF, erit æquale triangulo QsC, quod exprimit pondus CL.

47. Quo-

47. Quoniam autem etiam hic est *CF* ad *FO*, ut *Cr* ad *rP*, sive ut *Vr* ad *Rr*, nimirum abeunte *CL* in *CE*, & *r*, *B* in *F*, ut *VF* ad *RF*, nimirum ut gravitas sub æquatore ad vim centrifugam ibidem, & ob *FR* exiguam respectu *FV*, est *FK* ad sensum æqualis *KO*; habebitur hic proximè, quod in Hugeniana curva habetur accurate, ut nimirum sit gravitas sub æquatore ad dimidiam vim centrifugam ibidem, ut est diameter æquatoris ad ejus differentiam a semiaxe, & proinde utraque ad sensum æque comprimitur. Determinatio cõpressionis eadem, ac in gravitate constanti.

48. Cum vero sit *Vr* ad *Rr*, ut *Cr* ad *rP*, ut *CF* ad *FO*, ac alternando *Vr* (proxime constans) ad *CF* (constantem), ut *Rr* ad *FO*, erit ipsa *FO*, & *FK* ejus dimidia proxime, ut *Rr*; ac si *RP* occurrat *QS* in *i*, erit *is* differentia gravitatis *VR* a gravitate *Qs* proxime dimidia *Rr*. Quare etiam hic tam decrementa distantiarum a centro, quam incrementa gravitatis ab æquatore ad polum erunt proximè, ut sinus versus latitudinis duplicatæ, vel in ratione duplicata sinus recti ejusdem latitudinis. Eadem pariter decrementa distantiæ, & incrementa gravitatis.

49. Præterea cum æqualia sint triangula *VCR*, *QCs*, eorum bases *VR*, *Qs* debent esse reciprocè, ut altitudines *CF*, *CK*. Quare cum illæ exprimant gravitates residuas, hæ distantias *CF*, *CL*, in quibus eæ residuæ gravitates habentur, gravitates residuæ erunt accuratè in superficie ejus solidi in ratione reciproca distantiarum a centro, quod sane mirum videri possit, cum gravitates primitivæ ibidem sint in ratione directa distantiarum earundem. Gravitates residuæ in ratione reciproca distãtiarũ, cum primitivæ sint in directa.

50. Curva in hoc posteriore casu est ipsa Ellipsis Apolloniana, & in priore est illa ipsa, quam Hugenius definivit. Hoc posterius sine calculo demonstrari non potest, cum per æquationem analyticam Hugenius ejus curvæ naturam nobis prodiderit. Illud primum posset quidem etiam per synthesim, & puram Geometriam, etiam ex hac prima veteri constructione, sed ambitu multo majore, & complicatiore. Quamobrem primo Quid per geometriam, quid per calculũ tractandum infra.

 quidem

quidem hìc per analyticas formulas utrumque præstabimus, tum ex secunda constructione simpliciore constructiones eruemus pro utraque hac lege, pro prima quidem itidem admodum simpliciorem, pro secunda vero multo aptiorem ad demonstrandum per simplicem Geometriam, haberi ibi accuratè ellipsim Apollonianam.

Æquatio pro gravitate constanti. Tab. 4, F. 3

51. Ponatur pro primo casu in fig. 3 $CF = a$, ductaque LY perpendiculari ad axem CE, sit $CY = x$, $LY = y$, gravitas FV constans $= m$, vis centrifuga in F, sive $FR = n$. Erit $CL^2 = x^2 + y^2$. $LY^2 = y^2 :: FR^2 . FB^2 :: FR = n . Fr = \frac{ny^2}{x^2+y^2}$. Rursus $FC^2 = a^2$. $CK^2 = CL^2 = x^2 + y^2 :: CFr = \frac{1}{2} \times \frac{nay^2}{x^2+y^2}$. $CKs = \frac{ny^2}{2a}$. Cumque sit $CKQG = CK \times FV = m\,(xx+yy)$, erit $QsCG = m\,(xx+yy) - \frac{ny^2}{2a}$. Est autem $GVFC = ma$, $RCF = \frac{1}{2}na$, adeoque $GVRC = ma - \frac{1}{2}na$. Quare, ob areas $VRCG$, $QsCG$ æquales, erit $m\,(xx+yy) - \frac{ny^2}{2a} = ma - \frac{1}{2}na$. Ea æquatio reducta, posito $\frac{ma}{n} = f$, exhibet eam æquationem, quam Hugenius invenit $y^4 + (4af - 4ff - 2aa)\,yy - 4ffxx + 4aaff - 4a^3f + a^4 = 0$.

Æquatio pro gravitate distantiis directè proportionali. Tab. 4, F. 4

52. Pro secundo casu ponantur reliqua in fig. 4, ut prius, ac sit m gravitas non quidem constans, sed quæ debetur distantiæ CF, eritque, ut prius $CKS = \frac{ny^2}{2a}$. Erit autem $CFV = \frac{1}{2}ma : CF^2 = a^2 . CK^2 = x^2 + y^2 :: CFV = \frac{1}{2}ma . CKQ = \frac{mx^2 + my^2}{2a}$. Quare $CsQ = \frac{mx^2+my^2}{2a} - \frac{ny^2}{2a}$, sive posito excessu gravitatis sub æquatore supra vim centrifugam, nimirum $m - n = p$, erit $CsQ = \frac{mx^2+py^2}{2a}$. Est autem $VR = m - n = p$, & $FC = a$. Quare $VCR = \frac{1}{2}ap$, adeo-

adeoque habetur æquatio simplicissima $\frac{mx^2 + py^2}{2a} = \frac{1}{2}ap$, sive $\frac{m}{p}x^2 + y^2 = a^2$, quæ est ad Ellipsim, cujus semiaxis transversus $CF = a$, conjugatus autem ad transversum in ratione subduplicata p ad m, cum nimirum facta $y = 0$, abeat x in ipsum, & sit $\frac{mx^2}{p} = a^2$, adeoque $p . m :: x^2 . a^2$.

53. Data quavis alia lege gravitatis, æquatio ad curvam facile itidem invenitur in figura 1, dummodo detur quadratura curvæ VQG, exprimentis legem ipsam. Nam demendo ab area $QKCG$, quæ dabitur per ejusmodi quadraturam, triangulum KsC, cujus valor est idem, ac is, quem in superioribus numeris invenimus, habebitur area $QsCG$, & ablato itidem ab area $VFCG$ triangulo RFC, habebitur area $VRCG$, quæ posita æqualis priori exhibet æquationem ad curvam. Porro, ubi gravitas sit in ratione distantiarum utcumque multiplicata per numerum rationalem quemcumque positivum, vel negativum, semper habetur algebraica quadratura curvæ exprimentis eam legem, præter unicum casum vis decrescentis in ratione reciproca simplici, in quo casu curva ipsa, quæ generaliter pertinet ad familiam parabolarum, vel hyperbolarum sublimiorum, ut supra vidimus, abit in hyperbolam Apollonianam, & quadratur tantummodo per logarithmos, adeoque in omnibus ejusmodi casibus algebraica erit curva æquilibrii, & in hoc postremo pertinebit ad logarithmos. Methodus eam inveniendi pro alia lege quavis Tab. 4, F. 1

54. Hæc quidem ex prima illa veteri constructione deducuntur exposita a num. 19. Nunc ex illa multo simpliciori posita a num. 27, hoc pacto pro iis binis casibus constructio multo elegantior derivatur. Sit in fig. 5 gravitas constans exposita per rectas KQ perpendiculares FC terminatas ad rectam VG eidem parallelam. Assumpta VV' versus F in ratione dimidiæ vis centrifugæ in æquatore in F ad gravitatem illam constantem, ducatur $V'Z$ parallela FC, quæ occurrat KQ in Z, recta vero VC occurrat rectis Constructio pro gravitate constanti facilior. Tab. 4, F. 5

VZ, QK in Z', q, & fiat $Z'i$ media geometrice proportionalis inter $Z'Z$, $Z'V'$ versus V': tum ducatur recta Vi, quæ rectæ FC occurrat in I', & per I' ducta $I'i'$ parallela CE, centro C intervallo CK, inveniatur in ea punctum L ex utravis parte puncti I, quod erit ad curvam quæsitam.

Demonstratio ipsius. Tab. 4, F. 1, 2, 4

55. Erunt enim FV, & VV' eædem, ac in fig. 2 Fu, uV', recta vero CV erit quadratrix rectæ VG, cum area $VFCG$ applicata ad CF reddat FV, & area $QKCG$ ad $VFCG$ sit ut KC ad FC, sive ut qK ad VF, ac proinde & qK æquetur areæ $QKCG$ applicatæ ad CF. Erunt igitur puncta ZZ' eadem, ac in fig. 2, & sumenda erit CI' ad CF in ratione subduplicata, ut in fig. 1 rectæ qZ ad uV' figuræ 2 juxta num. 29, ita hic ad VV' hujus ipsius, sive rectæ $Z'Z$ ad $Z'V'$. Id autem est præstitum, sumpta $Z'i$ media inter $Z'Z$, & $Z'V'$, & ducta ViI'. Est enim $Z'i$ ad $Z'V$ in ratione illa subduplicata $Z'Z$ ad $Z'V$, & CI' ad CF, ut $Z'i$ ad $Z'V'$.

Constructio pro gravitate distantiis proportionali. Tab. 4, F. 6

56. Pro casu secundo vis crescentis in ratione distantiarum simplici constructio est aliquanto magis composita, sed non ita multum. Sumatur in fig. 6 FV ad arbitrium, tum Fu ejus dimidia, & uV' versus F ad uF in ratione vis centrifugæ ad gravitatem in F, ac ducta quavis KQ, parallela FV, quæ occurrat rectis CV, Cu in Q, Q', capiatur in ea Kq tertia post Fu, KQ', versus Q, & capiatur CI' versus F ac CF in ratione subduplicata qZ ad uV', & ducta $I'i'$ perpendiculari ad CF, punctum L inventum in ea centro C intervallo CK erit ad curvam quæsitam.

Ejus demonstratio.

57. Nam exprimente FV gravitatem in F, exprimet KQ gravitatem in K, cum sit KQ ad FV, ut CK ad CF in simplici distantiarum ratione, adeoque recta VC locus virium. Cum autem sit Fu dimidia FV, æquabitur areæ VFC applicatæ ad FC. Igitur cum sit Fu ad Kq, ut uF^2 ad QK^2, ut VF^2 ad QK^2, ut area VCF ad aream QCK, erit & Kq æqualis areæ QKC applicatæ ad CF, adeoque q ad quadratricem. Quare debuit fieri CI' ad CF, in ratione subduplicata Zq ad $V'u$, uti factum est.

58. Por-

58. Porro quadratrix uqC erit Parabola Apolloniana, cujus axis recta EC producta, tangens autem CF, cum nimirum quævis ejus ordinata KQ' debeat esse, ut area QKC, sive ut quadratum CK. Invenietur autem $V'Z'$ ab V' ad concursum rectæ $V'Z$ cum ipsa sine ulla ejus consideratione. Ibi enim debebit esse $K'Z'$ æqualis FV', & KC^2 ad CF^2, ut $K'Z'$ ad Fu. Quare si capta Ft media geometricè proportionali inter FV', Fu, capiatur CK' ad CF, ut Ft ad Fu, habebitur punctum K'. Erit enim $K'C^2$ ad CF^2, ut FV' ad Fu, ut oportebat. Determinatio compressionis.

59. Quoniam autem si $V'u$ sit satis exigua, debent $V't$, tu ad sensum æquales esse, habebitur etiam hinc hoc theorema: *Differentia semiaxis, & semidiametri æquatoris ad semidiametrum ipsam erit proximè, ut dimidia vis centrifuga sub æquatore ad gravitatem ibi*. Id autem theorema in casu gravitatis Galileanæ constantis erit verum accuratè. Cum enim sit hic CK' ad CF, ut Ft ad Fu, erit dividendo FK' ad CF, ut ut ad Fu, est autem uV' ad Fu, ut ea vis centrifuga ad eam gravitatem, & ut proximè dimidia $V'u$. In figura autem 5, est $V'Z'$ ad FC, ut VV' ad EV, quæ ratio ibi ex constructione est eadem, ac dimidiæ vis centrifugæ ad gravitatem. Quæ quidem omnia congruunt cum iis, quæ a num. 33 generaliter sunt dicta. Theorema pro ipsa congruens cum theoremate casus prioris. Tab. 4, F. 6, 5

60. Porro jam hinc sine ullo calculi subsidio invenitur, curvam FLE in posteriore casu gravitatis crescentis in ratione directa distantiarum esse ellipsim Apollonianam. Sumatur enim Ce æqualis, & contraria CE, & demittatur ordinata LY ipsi CE normalis. Quoniam FK' est differentia CE, CF, erit CK' æqualis CE; sunt autem ipsarum CK', CK, vel CL, & CF quadratis proportionales rectæ $K'Z'$, sive KZ, vel FV', Kq, & Fu. Est igitur differentia quadratorum CF, CE ad differentiam CF, CL, ut $V'u$ ad Zq, sive per constructionem ut FC^2 ad $l'C^2$. Et alternando $CF^2 - CE^2$ ad FC^2, ut $CL^2 - CE^2 . l'C^2$, vel invertendo $FC^2 . CF^2 - CE^2 :: l'C^2 . CL^2 - CE^2$, ac per conversionem rationis $FC^2 . CE^2 :: l'C^2 . l'C^2 - CL^2 + CE^2$. Est Curvam in casu posteriore esse accuratè ellipsim. Tab. 4, F. 6

autem

autem $- CL^2 + I'C^2$ idem, ac $- I'L^2$. Quare demum erit quadratum CF ad quadratum CE, uti quadratum CI', sive YL ad differentiam quadratorum CE, CY, sive ad rectangulum eYE, quæ est natura Ellipseos Apollonianæ habentis pro semiaxe transverso CF, pro conjugato CE.

Plura, quæ possent demonstrari per Geometriam. Quid per calculum hic præstandum.

61. Ex eadem generali constructione posset itidem per puram Geometriam demonstrari & illud, in superficie hujus figuræ gravitatem compositam ex vi centrifuga, & gravitate primitiva dirigi per normalem, immo etiam posset per solam Geometriam ex hypothesi ejus directionis deveniri ad costructionem curvæ, sed res aliquanto esset longior, & minus necessaria, juxta ea, quæ diximus num. 8. Quoniam tamen id ipsum admodum facile præstari potest ope calculi infinitesimalis admodum elementaris, & methodo, qua in illa ipsa mea dissertatione usus fueram, ac inde profluit illa ipsa secunda constructio numeri 29; idcirco hic eam subjiciam.

Ratio solvendi problema per directionem gravitatis perpendicularem superficici. Tab. 4. Fig. 7.

62. Exprimat in fig. 7 LN gravitatem primitivam directam ad centrum C, LO vim centrifugam, & completo parallelogrammo $MOLN$, dirigentur gravia per LM ad punctum P semidiametri CF, non ad centrum C, & ipsa LP erit normalis ad curvam FLE. Problema igitur expedietur per formulam subnormalium. Ducta nimirum LI' perpendiculari ad CF, erit PI' subnormalis, quæ ex formulis elementaribus calculi infinitesimalis, posita, ut prius,

$CY = I'L = x$; $LY = CI' = y$, debet esse $\frac{-xdx}{dy}$.

Æquatio ex integratione cum constanti addita.

63. Ponatur, ut prius, $CF = a$, ac vis centrifuga in $F = n$, ponatur itidem CL, sive $\sqrt{(xx + yy)} = z$, & gravitas LN in distantia CL fiat $= u$, quæ dabitur per distantiam z. Erit per num. 17 $CF = a$. $LY = y :: n$.

$LO = NM = \frac{ny}{a}$. Rursus $LN = u$. $MN = \frac{ny}{a} :: LC = z$.

$CP = \frac{nyz}{au}$. Quare $PI' = y - \frac{nyz}{au} = \frac{-xdx}{dy}$, sive $ydy -$

$\frac{nzydy}{au} = - xdx$, sive $ydy + xdx = \frac{nzydy}{au}$. Porro cum sit $zz = xx + yy$, est $zdz = xdx + ydy$. Erit igitur $zdz = \frac{nzydy}{au}$, & $audz = nydy$, sive demum integrando $aS.udz = \frac{1}{2} nyy + B$ addita constanti, quam natura ipsa problematis determinabit.

64. Nam in fig. 2 CK est ipsa hæc distantia z, & vis u ipsi respondens est KQ. Quare area $GCKQ = S.udz$. Quoniam Kq posita est æqualis huic areæ applicatæ ad $CF = a$, si ipsa KQ dicatur r, erit area illa $= ar$, & æquatio $aar = \frac{1}{2} nyy + B$. Ponatur $Fu = c$, & cum abeunte in fig. 1 puncto L in F, abeat, & CL, & YL in F, fiet ibi tam z, quam $y = a$, ac in fig. 2 abibit K in F, & Kq in Fu. sive r in c. Fiet igitur ibi æquatio $aac = \frac{1}{2} naa + B$, & $B = aac - \frac{1}{2} uan$, ac æquatio ad curvam $aar = \frac{1}{2} nyy + aac - \frac{1}{2} aan$, sive $yy = aa \times \frac{r - c + \frac{1}{2} n}{\frac{1}{2} n}$. Determinatio constantis, & æquatio integra. Tab. 4, F. 1 2

65. Inde autem eruitur hæc expeditissima constructio curvæ quæsitæ. Construatur in figura 2 sola quadratrix Cqu, & sine illis rectis CR, Cr, & semicirculo RBF abscindatur uV' versus F dimidia FR. Tum ex quovis puncto K ducta Kq ordinata quadratricis ducatur $V'y$ parallela FC, donec ipsi Kq occurrat alicubi in Z. In fig. 1 capiatur CI', quæ sit ad CF in ratione subduplicata rectæ Zq ad Vu fig. 2, tum ducta ex I' recta $I'i'$ indefinita, centro C intervallo rectæ CK assumptæ in fig. 2 inveniatur in recta $I'i'$ fig. 1 punctum L, quod erit ad curvam quæsitam. Erit enim in fig. 2 $KZ = FV' = c - \frac{1}{2} n$. Quare $qZ = qK - KZ = r - c + \frac{1}{2} n$, adeoque $V'u = \frac{1}{2} n$. $Zq = r - c + \frac{1}{2} n :: CF^2 = aa$. $I'C^2 = yy = aa \times \frac{r - c + \frac{1}{2} n}{\frac{1}{2} n}$, cui valori cum in fig. 1 sit accepta æqualis CI', patet constructionem rite procedere. Constructio deducta ex ea analysi.

66. Atque hæc quidem est illa ipsa constructio, quam ex æquilibrio canalium per puram geometriam obtinuimus Ejus consensus cum posteriore geometrica. Qua

ratione computari possit compressio.

mus num. 29, quæ conspirat cum priore numero 32, ex quibus, & Hugeniana æquatio, & Hermanniana Ellipsis derivantur, quæ idcirco etiam hic derivarentur. Superest, ut videamus, quanta esset in hisce gravitatis hypothesibus elevatio ad æquatorem, quod quidem obtinebitur ex num 37., si innotescat ratio vis centrifugæ sub æquatore ad vim gravitatis ibidem, & tota semidiameter æquatoris saltem veræ proxima. Licet enim ea non penitus accurate cognoscatur, adhuc tamen in exigua differentia axium curvæ error inde ortus erit & ipse perquam exiguus.

Quo pacto investigāda ratio vis centrifugæ ad gravitatem.

67. Ratio vis centrifugæ sub æquatore ad gravitatem ibidem magis immediate determinatur nunc, posteaquam sub ipso æquatore immediatis observationibus per oscillationes pendulorum definitus est effectus gravitatis ibidem. Hugenius, ac Newtonus pluribus reductionibus indiguerunt ad rem perficiendam, adhibitis pendulorum oscillationibus definitis in Europa, procul ab æquatore. Adhuc tamen cum reductio ipsa exigua sit, nihil ad sensum errarunt in ejusmodi determinatione. Porro primo quidem videndum est, quantum spatium percurreret dato tempusculo grave, quod sine ulla aeris resistentia libere caderet vi suæ gravitatis sub æquatore, tum vero, qui sit ibidem effectus vis centrifugæ. Alterum exhibet longitudo penduli oscillantis ad singula secunda horaria temporis medii, alterum magnitudo Telluris utcumque cognita, & celeritas motus diurni.

Determinatio gravitatis sub æquatore e pendulis ibi oscillantibus.

68. Quod ad primum attinet, Bouguerius e suis observationibus habitis sub æquatore, quæ intra arctissimos limites cohærent cum observationibus Condaminii, & Goudinii, adhibita correctione e calore, & ex aeris gravitate, deduxit longitudinem penduli oscillantis in superficie maris, in vacuo, sub æquatore ita, ut singulis secundis horariis singulas accuratè oscillationes perficiat, pedum 3, lin. 7. $\frac{21}{100}$, sive linearum 439. 21. Est autem ex primis Mechanicæ elementis, quadratum diametri

metri ad quadratum semicircumferentiæ, sive 226×226, ad 355×355, ut dupla penduli longitudo ad spatium, quod libero descensu percurreretur tempore unius oscillationis. Id spatium inito calculo invenitur linearum 2167.41, sive pedum 15 lin. 7.41.

69. Spatium, quod exprimit effectum vis centrifugæ, est quamproximè sinus versus arcus descripti uno minuto secundo temporis, sive arcus 15″. Dolendum sane, quod non habeamus æquatoris gradum certo, & immediate definitum, quem ob irregularem textum Telluris fortasse nunquam satis certo habebimus nec ex observatione, nec ex theoria. At quoniam eo ex quavis theoria assumpto error, qui in ipso committi potest, in sinu verso per quam exiguo, per quam exiguum errorem secum trahit, utar gradu æquatoris, quem ex sua Bouguerius theoria deduxit hexapedarum 57264.

70. Assumpto eo gradu æquatoris, arcus secundorum 15 continebit lineas 206150. Factis igitur, ut diameter 2000000000 ad sinum 15″, nimirum 72722, ita is arcus 15″, nimirum 206150 ad sinum versum, is remanet 7.49. Is quidem esset sinus versus, si Terra converteretur circa proprium axem 24 horis Solaribus, Sed cum ejus diurna conversio absolvatur citius fere 4 minutis, quibus dies sidereus Solari die est brevior, arcus descriptus in æquatore motu diurno erit major proxime in ratione inversa horarum 24, sive minutorum 1440 ad 1436. vel 360 ad 359. Sunt autem sinus versi in ratione duplicata chordarum, adeoque & exiguorum arcuum. Quare factis, ut quadratum numeri 359 ad quadratum 360, sive proxime ut 358 ad 360, ita 7.49 ad quartum, prodit sinus versus quæsitus linearum 7.53.

71. Erit igitur vis centrifuga sub æquatore ad gravitatem residuam ibidem, ut est numerus 7.53 ad 2167.41, sive proximè ut 1 ad 288, ac eadem ad gravitatem integram, ut 1 ad 289, quod consentit cum Hugenii, & Newtoni determinatione. Si gradus æquatoris fuerit

Ratio illa definita utrumque.

 major

major, vel minor, in eadem ratione duplicata major, vel minor erit ſinus verſus arcus ſimilis, adeoque & vis centrifuga, & proinde in eadem ratione duplicata minuendus erit poſterior proportionis numerus.

Abſoluta magnitudo elevationis æquatoris milliariorum ſeptẽ.

72. Hinc autem in quavis hypotheſi gravitatis, directæ ad unicum centrum, ſi vis centrifuga ſit ſatis exigua erit ſemidiameter æquatoris ad ſemiaxem, ut 289 ad 288, ſive differentia ipſorum $\frac{1}{177}$ totius. Id autem calculo initio pro invenienda ſemidiametro æquatoris proximè ex gradu aſſumpto, quæ eſt circiter milliariorum 4300, exhibet differentiam exiguam ſane milliariorum proximè 7.

In aliis hypotheſibus poſſe eſſe utcumque diverſam.
Tab. 4, F. 2

73. In omnibus hiſce hypotheſibus gravitatis figura Telluris quieſcentis debet eſſe ſphærica, figura Telluris circumactæ circa proprium axem debet eſſe compreſſa ad polos, & ſi vis centrifuga ſit ſatis exigua reſpectu gravitatis ſub æquatore compreſſio debet eſſe, quam definivimus, ut elevatio ſub æquatore ſit ad ejus ſemidiametrum in ea ratione, in qua eſt dimidium vis centrifugæ ſub ipſo æquatore ad gravitatem ibidem. Et decrementum diſtantiarum ab æquatore ad polos erit, ut quadratum ſinus latitudinis. Eſſe autem vim centrifugam ſatis exiguam requirit illud, ut *FK'*, quæ per ipſam ita definitur, ſit ſatis exigua, ut area *VFKQ* in fig. 2 ubique, etiam abeunte *K* in *K'* poſſit aſſumi pro rectangulo, ſive ut demiſſa *VD* perpendiculari in *KQ*, ſit trilineum *VQD* admodum exiguum reſpectu areæ *VFKD*. Id quidem pendet a natura curvæ virium *VQG*. Poſſet enim ea eſſe ejuſmodi, ut exiſtente *FR* perquam exigua reſpectu *FV*, & *FK'* reſpectu *FC*, adhuc id trilineum eſſet non ita exiguum reſpectu *VFKD*.

Problematis admodum generalis ſolutio.

74. Et quidem poſſet ſolvi hujuſmodi problema. Invenire legem virium directarum ad centrum unicum, ita ut compreſſio ſub æquatore ſit magnitudinis datæ cujuſcumque, & decrementum diſtantiæ ab æquatore ſit in ratione quacunque, licet vis centrifuga ad gravitatem ſub æquatore

tore sit in ratione quacumque. Assumpta enim Fu, & uV' utcunque in ratione dimidiæ vis centrifugæ ad gravitatem sub æquatore, tum $F'K'$ magnitudinis cujuscumque, & ducta $K'Z'$ parallela Fu, donec occurat rectè $V'y$, parallelæ FC in Z', si ducatur per puncta $CZ'u$ curva, quæcunque, in qua ordinatæ eo majores sint, quo magis recedunt a C, tum fiat curva VdG cujus quadratrix sit $uZ'C$, quod qua ratione fieri generaliter possit per puram Geometriam infinitesimalem ostendam in quarto elementorum meorum tomo, habebitur lex virium expressa per ejusmodi curvam VQG, quæ exhibeat compressionem datam FK'. Assumpta autem FR ad FV, ut $2uV'$ ad uF, facto quovis angulo FRB, & ductis Br, Cr, assumatur quodvis decrementum FK distantiæ CK applicandæ in eo angulo FRB, ac fiat $uX = \frac{1}{2} Fr$, tum ducta KZ parallela Fu assumatur Zq ad Xu in ratione duplicata CK ad CF, habebitur determinatio totius arcus $Z'qu$ quadratricis, ac per eam arcus curvæ virium, quæ ea decrementa distantiarum præstet pro iis angulis, ut satis patet regressu facto per primam constructionem expositam a num. 32.

75. Et hæc quidem satis jam sint de iis, quæ pertinent ad legem virium tendentium ad unicum centrum ita, ut in eadem circumquaque distantia a centro vires ipsæ æquales sint, mutatis vero distantiis mutentur utcumque. Videbimus de eodem virium genere alia quædam etiam inferius, ut illud, posse inveniri ejusmodi legem virium directarum ad idem centrum, ut non decrementa distantiarum, sed incrementa gravitatis residuæ ab æquatore ad polos sint in quacumque ratione data. Sed hic faciemus gradum ad alias gravitatis leges, & primo loco proponam hypothesim notissimam illam quidem, & admodum simplicem, ac elegantem, in qua Telluris vel quiescentis, vel motæ haberi potest etiam productio ad polos ipsos. Dirigatur nimirum gravitas in fig. 8 ad bina puncta E, & F ita, ut ex binis æqualibus gravitatibus componatur, quarum utraque sit constans, & ad idem semper

Transitus ad alias hypotheses. Si gravitas constans feratur ad duo centra, & Terra quiescat, æquilibrium in figura elliptica. Tab. 4, F. 8

pun-

punctum dirigatur. Si fluidum componatur in figuram ellipseos *ABD* habentis ea puncta pro focis, & axem transversum *AD*, semiaxem conjugatum *CB*, ac quiescat; erit in æquilibrio. Nam in quovis puncto *G*, gravitas composita ex binis *GH*, *GI* dirigetur per GK diametrum rhombi *GHKI*, quæ diameter secat bifariam angulum *HGI*, sive *EGF*, adeoque perpendicularis est ad superficiem, quod requiritur ad æquilibrium. Porro in *D*, & *A* gravitas composita æquabitur summæ illarum duarum gravitatum; in quovis puncto *G*, diameter *GK* erit minor binis lateribus *GI*, *GH*, cum sit minor binis *GI*, *IK*. Et quidem eo minor erit iis, ut patet, & admodum facile demonstratur, quo angulus *HGI* est major, qui quidem in ellipsi eo est major, quo punctum *G* magis accedit ad *B*. Habebitur igitur in hac gravitatis hypothesi Telluris etiam quiescentis productio ad polos, & tamen gravitas in polis maxima, in æquatore minima, ac a polis ad æquatorem perpetuo decrescens.

Quomodo ibi habeatur æquilibrium etiam canalium.

76. Id quidem mirum videri posset, cum videatur debere major vis gravitatis, & pondus in *D*, quam in *B* compensari per minorem altitudinem canalis *CD*. Sed ratio discriminis est manifesta. Nam in canali *BC* omnia puncta aliquam gravitatis vim habent versus *C* compositam ex illis binis, utut illæ obliquæ sint, quæ quidem, crescente in accessu ad *C* obliquitate, & oppositione virium, ut demum in *C* sint prorsus contrariæ, decrescit in infinitum; sed semper est aliqua. Contra vero in *FD* quidem gravitas tendens directione *DC* composita ex illis binis est utique semper constans usque ad *F*, sed in *FC* actionibus contrariis elisa nulla jam est, & haud difficulter demonstrari potest summam illam totâ summâ *DF* esse majorem.

Quid ibi, si fluidum gyret circa suum axem.

77. Si jam id solidum gyret circa axem *AD*, patet, ob vim centrifugam in *CB*, debere ibi pondus minui per totum canalem, & proinde amitti æquilibrium; quod

quod quidem recuperari non poterit, nisi assurgente, vel affuso liquore ad *B*, donec compensetur detrimentum acceptum a vi centrifuga. Quod si rotationis celeritas fuerit exigua; figura remanebit adhuc producta, parum assurgente *B*, sed crescente rotatione, quantum est opus, adeoque & vi centrifuga, poterit ad æquilibrium requiri vel æqualitas *CB* cum *CD*, vel etiam excessus.

78. Ingeniosa est itidem methodus Mairanii, & multo magis generalis, qua docet, quo pacto haberi possit, vel quiescentis Telluris, vel motæ figura utcumque vel compressa ad polos, vel producta. Sit curva *FGHI* in fig. 9. constans 4 arcubus similibus, & similiter positis circa centrum *C*, cui convexitatem obvertant, ac ejus evolutione generetur curva *ABDE* ita, ut filum advolutum arcui *GKF*, & procurrens secundum ejus tangentem ex *F* in *A*, dum evolvitur, generet arcum *ALB*, tum advolutum arcui *GH* generet arcum *DB*, ac eodem pacto evolutione arcus *HI* generetur *DE*, & advolutione arcus *IF* generetur *EA*. Si jam fluidum quoddam conformetur in figuram *ABDE*, ac ejusmodi gravitate polleat, ut ea in quavis positione *LK* fili advoluti, vel evoluti dirigatur secundum ejus directionem ad punctum illud *K*, in quo ea evolutam contingit; habebitur directio ubicunque in *L* perpendicularis superficiei. Est enim proprietas generalis curvarum, quæ generantur evolutione aliarum, ut filum, quod evolvitur, evolutam semper contingat, & genitæ perdendiculare sit.

Mairanii lex gravitatis tendentis per tãgentes evolutæ.

Tab. 4, F. 9

79. Habebitur igitur in eo fluido hoc æquilibrii genus; & si præterea intensitas gravitatis ejusmodi fuerit in partibus internis,, ut æqualitas ponderum non turbetur in canalibus communicantibus; habebitur omne æquilibrii genus in ejusmodi fluido.

Æquilibrium directionis perpendicularis superficiei in eo casu.

80. Porro facile demonstratur, fore *AD* longiorem quam *EB*. Quod si jam gyret id fluidum circa *BE* habebitur compressio ad polos, quæ crescet magis ob vim centrifu-

Quid si id fluidum gyret.

trifugam. Si vero gyret circa *DA* habebitur in polis *AD* vel productio, utut minor, quam prius, vel æqualis elevatio, vel etiam compressio, pro diverso gradu velocitatis, qua rotatur, & vis centrifugæ inde ortæ.

Non eas gravitatis leges in natura existere, sed Newtonianā.

81. Hæc quidem de hisce hypothesibus dicta sufficiant selecta ex aliis plurimis, quæ proferri poterant. Et quidem gravitatem non dirigi ad certum centrum, nec vero ad duo puncta, satis jam constat ex gravitate illa generali, qua omnia cœlestia corpora in se invicem gravitant in ratione reciproca duplicata distantiarum vel accurate, vel saltem proximè, qua Newtonus Cœlum ipsum Physicis patefecit, & ex qua una tam multa phænomena pendent, ac per eam ita explicantur, ut iis etiam, quæ in futurum prædicuntur phænomenis satis fiat. Porro ex ea colligitur per analogiam, omnes materiæ particulas in se invicem gravitare vi quadam mutua, quam ego quidem nusquam esse arbitror accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut etiam exposui nuper in dissertatione de lege virium in natura existentium, sed quæ in majoribus distantiis ita ad eam rationem accedit, ut nullum sensibile discrimen deprehendi possit, ac sensu percipi.

Preterea in prioribus compressio, & differentia gravitatis nimis exigua

82. Accedit, quod in prioribus illis hypothesibus gravitatis proportionalis cujuspiam distantiarum potestati & compressio figuræ est nimis exigua, qua nimirum multo majorem præ se ferunt dimensiones graduum, ut 2. capite hujus opusculi videbimus; ut etiam in gravitate constanti haberetur nimis exiguum discrimen gravitatis sub æquatore a gravitate in regionibus borealioribus, quod multo majus pendulorum oscillationes indicant.

Nec illam Mairanii ad figuram determinandam habere usum.

83. Postrema etiam illa Mairanii theoria satis quidem explicat directionem gravitatis primitivæ, nimirum a vi centrifuga non mulctatæ, quæ non dirigitur ad centrum, sed ad curvam quandam; verum directio ipsa non ab illa curva pendet, nec certam quandam curvam

respi-

reſpicit, ſed mutata partium diſpoſitione, quæ accelerato, vel retardato diurno motu mutaretur omnino, mutaret curvam ipſam, per cujus tangentes dirigeretur, ut adeo ex ejuſmodi curva, utique non data ante figuræ determinationem, ſed pendente a determinatione ipſa, non liceat ad ipſam ejuſmodi determinationem devenire.

Inveſtigatio figuræ in hypotheſi gravitatis Newtonianæ. Solutio Mac-Laurini illuſtranda.

84. Quamobrem inveſtigabo jam figuram Telluris motu diurno revolutæ circa proprium axem in hypotheſi gravitatis Newtonianæ, ubi ſolutionem a Mac-Laurino propoſitam in diſſertatione de cauſa phyſica fluxus, & refluxus Maris, quæ anno 1740 præmio donata eſt cum aliis tribus a Pariſienſi Academia, conabor hìc primum illuſtrare, & per Geometriam ſolam, quæ maxime ſcitu digna ſunt evolvam, adjectis nonnullis, mutatis aliis, ut res feret. Ac primo quidem præmittam nonnulla, quæ ad ipſam ſolutionem ſunt neceſſaria.

Theorema pertinens ad binas ellipſes ſimiles, & ſimiliter poſitas. Tab. 4. Fig. 10 11

85. Sint in fig. 10, & 11 *PBIb* binæ Ellipſes ſimiles, & habentes centrum *C* commune, ac communem poſitionem axium homologorum. Si *NVn* ſit ordinata interioris Ellipſeos ad axem *Dd*, & *IDP* perpendicularis Axi *Dd* occurrat Ellipſi exteriori in *IP*, junguntur *DN*, *Dn*, hiſque parallelæ *PM*, *Pm* occurrant Ellipſi exteriori in *M*, & *m*, ducatur *PH* parallela axi *Dd*, in quam ſint perpendiculares *MQ*, & *mq*; ſumma rectarum *PQ*, *Pq* in fig. 1, in qua puncta *M*, *m* jacent ad eaſdem partes rectæ *PI*, vel differentia in fig. 2., in qua jacent ad partes oppoſitas, æquabitur duplæ *DV*.

Initium demonſtrationis.

86. Sit enim chorda *HE* parallela *Pm*, & concipiatur recta *Gg* diameter communis ordinatarum *mP*, *HE* Ellipſeos exterioris, quæ erit etiam diameter chordæ *Dn* interioris; ac proinde eas chordas bifariam ſecabit in *T*, *F*, *L*. Secet eadem alicubi in O rectam *PH*; & triangula *TPO*, *FHO*, *LDC* erunt ſimilia ob latera ſingula ſingulis lateribus parallela. Quare erit *PT* ad *PO*, & *HE* ad *HO*, ut *DL* ad *DC*, & capiendo in fig. 10

summas, in fig. 11 differentias antecedentium, & consequentium, erit ibi quidem summa, hìc autem differentia rectarum *PT*, *HF* ad *PH*, ut *LD* ad *DC*, sive ut *nD* ad *dD*.

Ejus demonstrationis continuatio.

87. Quoniam autem semiordinata Ellipsi exteriori ex *d* ducta debet esse & parallela *DP*, & ipsi æqualis; ac proinde incidere in ipsum concursum *H* rectæ *PH* cum Ellipsi exteriore, erit *PH* æqualis *Dd*. Quare erit & summa *TP*, *HF* in primo casu, ac differentia in secundo æqualis rectæ *Dn*.

Ejusdem continuatio.

88. Jam vero ob *nN* sectam bifariam, & ad angulos rectos in *V*, angulus *NDV* æquatur angulo *VDn*, ac proinde & *MPH* angulo *mPH*, sive alterno *PHE*; unde fit, ut si concipiatur Ellipsis revoluta circa axem axi *Bb* perpendicularem abeunte puncto *H* in locum *P*, & viceversa, debeat abire *PM* in locum *HE*; ac proinde fit ipsi æqualis, & dupla *HF*. Cum igitur etiam *Pm* sit dupla *PT*, erit in primo casu summa *PM*, *Pm*, in secundo differentia æqualis duplæ *Dn*.

Ejusdem conclusio.

89. Cum demum ob similia triangula *mqP*, *MQP*, *nVD*, habentia angulos ad *P*, & *D* æquales, ad *q*, *Q*, *V* rectos, sint *mP*, *MP* ad *qP*, *QP*, ut *Dn* ad *DV*; erit etiam summa ipsarum *Pq*, *PQ* in primo casu, & differentia in secundo æqualis duplæ *DV*. *Q. E. D.*

Ubi hoc apud Mac-Laurinum aliter demõstratum.

90. Hoc est corol. 4. lem. 1. dissertationis Mac-Laurini, in cujus gratiam lemma ipsum cum prioribus corollariis videtur præmissum; saltem hoc solum requiritur ad ea, quæ deinde profert. Hoc ipsum demonstravit analyticè Calandrinus in notis appositis ipsi dissertationi ad calcem partis primæ tomi 3. Commentariorum PP. Jacquier, & Le Seur in Newtoni Principia. Videtur autem hæc mea demonstratio utilissimæ propositionis & simplicior, & elegentior.

Aliud lemma a Mac-Laurino propositum, & ejus demonstratio.

91. Ibidem in lem. 4. Mac-Laurinus demonstrat gravitatem corpusculi siti in vertice pyramidum, vel conorum similium, & homogeneorum compositam ex gravitate

vitate in ſingulas particulas proportionali maſſis directè, & quadratis diſtantiarum reciproce eſſe, ut ſunt longitudines ipſarum pyramidum, vel conorum, vel ut quævis latera homologa. Facilis eſt demonſtratio. Si enim dividantur binæ ejuſmodi pyramides, vel coni in æqualem numerum particularum ſimilium, & ſimiliter poſitarum, erunt ſingularum particularum maſſæ, ut maſſæ totarum, ſive ut cubi laterum homologorum, & diſtantiæ a vertice, ut quadrata eorundem. Quare gravitas puncti in ſingulas ejuſmodi particulas erit in ratione compoſita ex directa triplicata, & reciproca duplicata laterum homologorum, nimirum ex ſimplici directa eorundem.

92. Hinc corol. 1, eruit, gravitatem in punctis ſimiliter ſitis omnium ſolidorum homogeneorum, & ſimilium eſſe, ut latera homologa. Cum nimirum poſſint ea ſolida dividi in æqualem numerum ejuſmodi pyramidum. Conſectarium ipſius.

93. At corol. 2. eruit corpuſculum ſitum intra orbem ellipticum, clauſum binis ſphæroidibus ſimilibus, & ſimiliter collocatis in centro, & axe utrolibet, eſſe in æquilibrio. Id quidem & Newtonus demonſtravit, ac facile deducitur ex præcedenti, cum facile demonſtretur partes pyramidum oppoſitarum ſimilium per punctum ipſum tranſeuntium, & utrinque immerſarum orbibus ipſis æquales eſſe inter ſe. Aliud itidem a Newtono etiam demonſtratum.

94. Præterea ſi fuerint binæ ſphæroides ſimiles Ellipticæ genitæ in fig. 12 a binis ellipſibus *ADBE*, *adbe* ſimilibus habentibus centrum commune axium *AB*, *ab* & *DE*, *de* homologorum poſitione, quas ſecet planum quodcunque *IOL* axi revolutionis *AB* non perpendiculare; binæ ſectiones erunt binæ ellipſes ſimiles habentes centrum commune, & communes axium homologorum poſitiones. Theorema de ſectione binarum ellipſium ſimilium, & ſimiliter poſitarum in centro. Tab. 4. Fig. 12.

95. Ducatur enim per axem *AB* planum *AEBD* perpendiculare plano ſectionis, quod ipſi occurrat in re- Ejus demonſtrationis initium.

cta *IL*, & patet, hanc sectionem *AEBD* cum ipsa sphæroide fore ipsam Ellipsim genitricem. Referat, *IOL*, partem sectionis plani *IOL* jacentem, vel hinc, vel inde a recta *IL*, ac ducta diametro *MN* parallela rectæ *IL*, & per quodvis punctum *H* rectæ *IL* recta *PQ* perpendiculari ad *AB*, concipiatur planum ipsi *AEBD* perpendiculare ductum per ipsam *PQ*, cuius intersectionem cum sphæroide, patet, fore circulum diametro *PQ*, & ejus intersectionem *HO* cum plano *IOL* pariter perpendiculari eidem *IEBD*, patet, fore perpendicularem ipsi plano, ac proinde tam rectæ *PQ*, quam *IL*.

Continuatio. 96. Ex natura circuli erit rectangulum *PHQ* æquale quadrato *HO*. Ex natura Ellipseos juxta tomum tertium meorum Elementorum num. 299, erit rectangulum *IHL* ad rectangulum *PHQ*, ut rectangulum *MCN* ad rectangulum *DCE*, sive ut quadratum *MC* ad quadratum *DC*. Quare erit rectangulum *IHL* ad quadratum rectæ *HO* sibi perpendicularis, & terminatæ ad sectionem *IOL* in constanti ratione quadrati *MC* ad quadratum *CD*, ac proinde sectio *IOL* erit Ellipsis, cuius alter axium *IL*. Eadem ratione substitutis ubique litteris minusculis demonstratur, etiam *iol* esse ellipsim, cujus axis *il*, & rectangulum *ihl* ad ho^2, ut mC^2 ad Cd^2.

Conclusio ipsius. 97. Jam verò ob similem similium Ellipsium *AEBD*, *aebd* positionem patet, diametros diametrorum *MN*, *mn* conjugatas habere eandem positionem, ac proinde suas ordinatas *IL*, *il* in eodem puncto *G* bifariam secare, quod iccirco erit commune centrum Ellipsium *IOL*, *iol*, in quibus si educantur semiaxes *Gf*, *Gf* perpendiculares *IL*, *il*, erunt etiam rectangula *IGL*, *igl*, sive quadrata *IG*, *ig* ad quadrata *GF*, *Gf*, ut quadrata *MC*, *mC* ad quadrata *CD*, *Cd*, quæ rationes ob similitudinem Ellipsium *IOL*, *iol* sunt æquales. Quare erunt semiaxes etiam *GI*, *GF*, & *Gi*, *Gf* in eadem ratione ad se invicem; ac proinde axes *IL*, *il* erunt vel simul transversi, vel simul coniugati, nimirum homologi, & homolo-

mologorum axium directiones congruent *Q. E. D.*

98. Hinc primo, omnes sectiones utriuslibet solidi planis parallelis factæ sunt similes, & habent centra in eadem recta *CG*, & axes homologos parallelos. Patet, quia omnes *IL* intersectiones eorum planorum erunt parallelæ inter se, ac proinde parallelæ eidem *MCN*.

Similitudo sectionum planis parallelis factarum.

99. Secundo erunt *IL*, *il* axes transversi, vel conjugati, prout axis conversionis *AB* fuerit transversus, vel conjugatus, nimirum prout sphæroides fuerint oblongæ, vel oblatæ. Nam in primo casu erunt *CD*, *Cd* semiaxes conjugati minores quibusvis semidiametris *CM*, *Cm*, in secundo transversi, & majores, ac proinde in primo casu semper *GF*, *Gf* minores, in secundo majores quam *GI*, *Gi*.

Positiones axium earundem.

100. Tertio si *AEBD* referat potius planum æquatoris solidi, cujus axis sit ipsi plano perpendicularis, & fiat quæcunque sectio *IL* eidem perpendicularis; eadem in utrolibet solido erit ellipsis similis genitrici solidi ipsius, habens *IL* pro axe transverso, vel conjugato, prout e contrario axis conversionis fuerit axis conjugatus, vel transversus ellipseos genitricis. Nam eo casu sectio solidi facta per *MN* plano transeunte per axem, ac proinde perpendiculari plano æquatoris *AEBD*; erit ipsa ellipsis generans; sectio autem facta per *IL* ipsi parallela debet esse eidem similis per num. 98.

Theorema pro sectione parallela axi, & ejus demonstratio.

101. Quarto si *AEBD* sit quævis vel sectio per axem conversionis, vel æquator ipsi axi perpendicularis, & per verticem *a* axis solidi interioris, vel cujusvis ejus diametri ducatur planum priori perpendiculare, & non transiens per tangentem sectionis *aebd* ductam per *a*; secabit utranque sphæroidem ita, ut idem illud punctum *a*, sit vertex alterius axis sectionis interioris.

Sectiones per verticem axis solidi inferioris obliquæ ad ipsum.

102. Patet primum, quia plana, quæ sphæroidem interiorem tangunt in *a* transeunt per tangentes ductas per *a*, reliquis per ea puncta ductis eandem secantibus; & plana quævis ducta per puncta *a*, jacentia intra sphæroidem *AEBD* ipsam necessario secant. Patet & secundum, quia in eo casu abit punctum *i* in *a*.

Ejus demonstratio.

Theorema pro summa virium, quibus urgetur punctum in superficie solidi elliptici ubicumque positum redactarum ad certam directionem. Tab. 4, F. 10 11

103. Jam vero sit in fig. 10, & 11 punctum P ubicunque in superficie sphæroidis ellipticæ homogeneæ gravitans in singulas ejus æquales particulas in ratione reciproca duplicata distantiarum; & secta ipsa sphæroide per punctum P, & per axem conversionis, sit ejusmodi sectio $PBgb$, ac uterlibet ipsius sectionis axis, nimirum sive axis solidi, sive diameter æquatoris solidi ipsius, sit Bb; ducta autem PDI ipsi perpendiculari, concipiatur sphærois interior priori similis, & similiter posita ut supra, transiens per D, cujus sectio facta ab eodem illo plano sit $DNdn$. Si gravitet eodem pacto punctum D, in particulas sphæroidis internæ, & gravitates omnes in particulas singulas resolvantur in duas, quarum altera sit secundum directionem Bb, altera secundum directionem ipsi perpendicularem, summa omnium quas habet punctum P secundum directionem Bb, æquatur summæ omnium, quas habet punctum D secundum directionem eandem.

Initium demonstrationis.

104. Concipiatur enim sphærois secta per D plano perpendiculari ipsi PI; cujus intersectio cum plano illo $BIbP$ erit ipsa Bb eidem PI perpendicularis. Tum stante PDI, & rectis PQ, DV, concipiatur planum $PBIb$ circa rectam PI converti motu continuo utralibet ex parte, donec deveniat ad positionem plano $QPDV$ perpendicularem. Secabit id planum perpetuo utrunque solidum, per num. 101, & sectiones $BIbP$ erunt semper ellipses similes habentes centrum commune, & communes axium homologorum positiones, per num. 94; ac erit D vertex alterius axis Dd sectionis interioris per num. 101.

Ejusdem continuationis.

105. Sit jam frustum quodcunque solidi utriusque clausum binis ejusmodi planis, & frustum interioris secetur quotcunque binis planis DN, Dn infinite proximis, & perpendicularibus eidem plano $QPDN$, ac transeuntibus per chordas DN, Dn æquè hinc, & inde inclinatas ad axem Dd, frustum vero exterioris sphæroidis totidem planis prioribus parallelis.

106.

106. Patet ipsas *DN*, *Dn* fore & æquales inter se ob æqualem inclinationem ad axem sectionis *Dd*, & æquè etiam inclinatas ad rectam immotam *Dd*. Recta enim *Nn* erit perpendicularis *Dd* parallela *PI*, adeoque perpendicularis plano *dDV*; ac proinde per eam poterit duci planum ipsi *DV* perpendiculare eam secans alicubi in *V*, quo ductis *NV*, *nV* sint anguli *NVD*, *nVD* recti, adeoque triangula, & anguli *NDV*, *nDV* æquabuntur. Continuatio ejusdem.

107. Rectæ autem *PM*, *Pm* erunt ipsis *DN*, *Dn* parallelæ, & æquè inclinatæ ad *PQ*, ac illæ inclinantur ad *DV*; ac proinde per num. 85 erit summa, vel differentia *MP*, *mP* æqualis duplæ *nD*, seu ductis perpendiculis *MQ*, *mq* erit summa, vel differentia *PQ*, *Pq* æqualis duplæ *DV*. Adhuc continuatio.

108. Patet præterea frusta illa ipsa fore divisa eo pacto in æqualem numerum binarum pyramidum terminatarum planis parallelis, ac proinde similium, quarum longitudines *DN*, *Dn*, *PM*, *Pm*; & quarum vires secundum directiones *PM*, *Pm*, *DN*, *Dn*, compositæ ex viribus singularum particularum in puncto *D*, & *P* erunt per num. 91, ut longitudines ipsæ, quarum virium singulæ si resolvantur in binas habentes directionem *DV*, *PQ*, & ipsis perpendicularem *MQ*, *mq*, *nV*, *NV*, erunt illæ gravitates absolutæ ad eas, quæ agunt secundum directiones *PQ*, *DV*, ut illæ longitudines ad has *DQ*, *Dq*, *DV*, *DV*, & proinde gravitates sic reductæ ortæ ex pyramidibus *MP*, *mP* ad ortas ex pyramidibus *DN*, *Dn*, ut *PQ*, *Pq* ad *DV*, *DV*, sive ut summa ipsarum *PQ*, *Pq*, ubi conspirant in fig. 10, & differentia, ubi opponuntur in fig. 11, ad duplam *DV*; nimirum per num. 107 in ratione æqualitatis. Adhuc eadem.

109. Cum igitur idem contingat & binariis omnibus pyramidum cujusvis frusti, & frustis omnibus ortis ex motu plani circa rectam *PI*; summa omnium gravitatum, quas habet punctum *P* secundum directionem *Bb* æquatur summæ omnium, quas habet *D* secundum eandem. *Q. E. D.* Demonstrationis conclusio.

Theorema duplex pro summa virium punctorum omnium æque distantium a dato axe.

110. Hinc vero gravitas secundum directionem axis utriuslibet *Bb* ellipseos genitricis, quam habent puncta æqualiter distantia ab axe ipsi perpendiculari, sive, quod idem est, quæ ita sunt in recta *PDI* ipsi perpendiculari ubicunque in *p*, est æqualis, & est ad gravitatem puncti siti in *B*, ut *CD* ad *CB*.

Demonstratio primæ partis.

111. Si enim concipiatur tertia sphæroïs similis transiens per *p*; gravitas omnis orbis exterioris elisa fit nulla per num. 94, at pro reliqua in eam sphæroidem redit demonstratio prior, quæ ipsam ostendit semper æqualem gravitati in *D*; adeoque ubique eandem. Patet igitur primum.

Demonstratio secundæ partis.

112. Quoniam autem *PBIb*, & *DNdn* sunt corpora similia, & puncta *B*, *D* similiter posita; erunt per n. 91 eorum gravitates, ut *CB*, *CD*. Patet igitur, & secundum.

Theorema generale pro æquilibrio ex binis canalibus rectilineis quibuscumque exeuntibus e puncto quovis intra massam assumpto.

113. His præmissis, quæ ad naturum ellipseos pertinent, præmittam theorema aliud, quod pertinet generaliter ad æquilibrium in curvis quibuscumque: est autem hujusmodi. *Si in massa quadam fluida particulæ omnes ejusmodi viribus animatæ sint, ut assumpto intra eam puncto quocumque, bini quicumque canales rectilinei ducti inde ad superficiem extimam in æquilibrio sint, ea massa erit in æquilibrio.*

Tria, quæ ad id requiruntur.

114. Ut hoc theorema demonstretur oportet, demonstrare hæc tria: primo quidem canales quoscumque etiam curvilineos, vel utcumque compositos e rectilineis, & curvilineis in æquilibrio fore; secundo canalem quemvis per totam massam traductum a superficie ad superficiem, vim nullam exercere in ipsum extremum punctum: tertio vim in superficie esse perpendicularem superficiei ipsi. Primum requiritur, ne particula ulla intra massam fluidam constituta commoveri possit, summâ virium ex aliquo latere prævalente: secundum, ne particula in superficie collocata prosiliat pressionis internæ vi; tertium, ne particula in ipsa superficie pariter collocata sponte defluat, tanquam in plano inclinato.

115. Pri-

115. Primum quidem demonſtratur hoc pacto. Sit in fig.13 ex *C* canalis rectilineus *CA*, tum ex quadam ejus puncto *E* exeat quicumque alius rectilineus *EM*, deinde ex hujus puncto quocumque *F* alius itidem rectilineus *FL*, ex hujus puncto *G* alius *GK*, ex hujus puncto *H* alius *HI*. Concipiatur demum ex *C* alius rectilineus *CS*.

Conſtructio pro canalibus curvilineis, & mixtis, puncto aſſumpto intra maſſam. Tab. 4, F.13.

116. Quoniam ex hypotheſi omnes canales ad idem quodvis punctum terminati ſunt in æquilibrio, erunt in æquilibrio *HI*, & *HK*, ſive uterque eandem preſſionem exercebit in *H*. Quoniam vero fluidorum preſſio quaquaverſum æquè diffunditur, tam preſſio exercita ab *IH*, quam a *KH* æquè urgebit canalem *HG* ſine ullo detrimento orto ex ea flexione. Quare addita, vel ablata actione ipſius *HG*, prout tendit ad *G*, vel ad *H*, preſſio totius canalis ſimplicis *KG* in *G* erit æqualis preſſioni canalis compoſiti *IHG*. Eodem argumento preſſio canalis ſimplicis *LF* erit æqualis preſſioni compoſiti *KGF*, adeoque, & magis compoſiti *IHGF*, ac demum preſſio canalis rectilinei *AC*, quæ æquari debet preſſioni canalis *SC*, æquabitur preſſionis canalis compoſiti *MEC*, vel *LFEC*, vel *KGFEC*, vel *IHGFEC*. Demonſtratio autem eſt generalis, quicumque fuerit numerus flexionum in *E*, *F*, *G*, *H*, & quæcumque flexiones fuerint, ſive in eodem plano, ſive in diverſis, ac eſt etiam ſi is numerus augeatur in infinitum, & flexionum anguli minuantur in infinitum, atque id vel per totum tractum uſque ad ſuperficiem, vel per quotvis, & quoſvis tractus. Porro in primo caſu canalis deſinit in curvilineum ſimplicis, vel duplicis curvaturæ in ſecundo in compoſitum ex quotcumque, & quibuſcumque curvilineis, ac rectilineis. Quare quivis canalis vel curvilineus, vel compoſitus ex rectilineis, & curvilineis, erit in æquilibrio cum canali rectilineo *CS*, adeoque ſi bini quicumque canales rectilinei terminati ad idem quodvis punctum in æquilibrio ſunt, omnes & rectilinei, & curvilinei ad idem quodvis punctum *C* terminati itidem in æquilibrio erunt, quod erat primum.

Demonſtratio æquilibrii eorum omnium.

Reductio ad punctum in superficie collocatum.

117. Quod si jam concipiatur *CS* minui in infinitum, donec penitus evanescat, ejus pressio contra punctum *C* perpetuo decrescet in infinitum, ac demum evanescet: Quare & pressio canalis *AC*, vel *IHGFEC* contra punctum *C* paulatim decrescet, ac demum evanescet, unde fiet, ut abeunte puncto *C* in *S*, evanescat pressio canalis cujuscumque, vel rectilinei, vel curvilinei, adeoque punctum collocatum ubicumque in superficie in *S* nullam pressionem sentiet a quovis canali vel rectilineo, vel utcumque curvilineo, aut mixto, qua inde exeat: quod erat secundum. Patet autem id habere locum in canali etiam, qui jaceat in ipsa superficie extima, ut in canali *SRD*, ad quem nimirum ita potest accedere canalis *CEFGHI*, ut tandem in ipsum desinat.

Reductio ad directioné vis perpendicularem superficiei.

118. Sit jam, si fieri potest, in puncto superficiei *S* directio vis non *SN* perpendicularis ipsi superficiei, sed *SO*, quæ ad *SN* inclinetur in quovis angulo *NSO*. Per aliquem arcum continuum *SD* positum ad partes oppositas respectu normalis *SN* debebit ob geometricæ continuitatis legem vis dirigi per rectam inclinatam ad normalem in aliquo angulo ad easdem partes jacente, qui nimirum in distantia infinitè parva a puncto *S* infinitè parum differet ab illo *NSO*. Sit pro quovis puncto *R* ejus arcus ejusmodi directio *RP*, & vim ipsam exprimat ejus segmentum *RQ*. Ductâ *QT* perpendiculari in tangentem *RT*, vis *QT* urgebit canalis latera, vis *RT* premet fluidum inclusum canali *DRS* versus *S*. Habebitur igitur in *S* summa pressionum omnium provenientium ab ejusmodi viribus contra id, quod præcedenti numero est demonstratum. Igitur si generaliter bini canales rectilinei quicumque ducti e quovis massæ fluidæ puncto ad superficiem extimam sunt in æquilibrio, vis in quovis superficiei puncto debet dirigi perpendiculariter ad superficiem ipsam: quod erat tertium.

Quid hoc theorema præstet supra Hugenium.

119. Atque hoc pacto accuratissime demonstratum est theorema propositum, quod in hujusmodi perquisitionibus

nibus multum laboris demit, & prodest accuratæ determinationi. Hugenius, ac Newtonus contenti fuerunt canalibus ad unicum punctum terminatis, nimirum ad centrum. Mac-Laurinus canales adhibuit rectilineos generaliter terminatos ad punctum quodvis ubicumque assumptum intra massam, & hoc æquilibrii genus conjunxit cum directione vis perpendicularis superficiei, quæ duo seorsum demonstravit haberi in ellipsi a se definita. Clerautius canalibus rectilineis adjecit curvilineos quoscumque. Posito hoc theoremate, satis erit, ad omne genus æquilibrii simul habendum demonstrare, canales quosvis terminatos ad punctum quodvis ubicumque assumptum intra massam in æquilibrio esse. Inde ea tria, quæ proposuimus, sponte fluunt; inde autem & illud facile deduci potest, quod Clerautius adhuc ad æquilibrium requirit, ut quivis canalis curvilineus intra massam in se rediens nullam usquam exerceat pressionem.

Newtonum, Mac-Laurinum, Clerautium.

120. His præmissis proponam jam theorema præcipuum, quod ipsam determinat figuram Telluris in hypothesi gravitatis Newtoniana, quin immo binas etiam alias cum ipso Mac-Laurino determinationes addam, quæ theorema multo generalius reddunt, & usui sunt, ubi agitur de maris æstu. Possem juxta numerum præcedentem, ad evincendum omne æquilibrii genus, uti solo æquilibrio canalium rectilineorum terminatorum ad idem punctum quodcumque assumptum intra massam. Verum quoniam immediata demonstratio vis in superficie perpendicularis ipsi superficiei est admodum elegans etiam ipsa, eam itidem adhibebo, ut eo magis pateant vires Geometriæ, cujus unius ope hæc omnia perfici possunt accuratissimè, & satis etiam expeditè.

Transitus ad theorema præcipuum, quo Figura Telluris determinatur.

121. Constet jam sphærois elliptica *ABab* in fig. 14, cujus axis *Bb*, fluido homogeneo, cujus particulæ æquales gravitent in se invicem viribus in ratione reciproca duplicata distantiarum, & præterea sollicitentur aliis tribus viribus, quarum prima dirigatur ad centrum sphæroidis

Theorema ipsum æquilibrii in Ellipsoide ex gravitate Newtoniana conjuncta cum aliis tribus viribus.

Tab. 4. F. 14.

roidis C, & sit proportionalis distantiis CP ab ipso centro, altera sit perpendicularis axi sphæroidis Bb, & proportionalis distantiis PK ab ipso axe, tertia sit parallela axi ipsi, & proportionalis distantiis a plano æquatoris perpendiculari ipsi axi, & ducto per centrum: & si semiaxes CB, CA ellipseos genitricis sint inverse proportionales viribus totis, quæ agant in particulas æquales sitas in extremis punctis axium A, & A, fluidum erit in æquilibrio.

Demonstrationis binæ partes ex directione vis per normalem, & æquilibrio canalium.

122. Ostendam autem primo juxta num. 120, vim compositam ex viribus omnibus agentibus in particulam positam in superficie solidi agere per rectam ipsi superficiei perpendicularem; tum particulam quamcunque positam intra solidum ipsum premi quaquaversum eâdem vi per canales quoscumque rectilineos cum quacunque directione egressos ex eodem puncto.

Reductio trium virium ad duas communis utrique parti.

123. Sit igitur quævis particula P ubicunque posita vel in superficie, ut figura exhibet, vel intra sphæroidem. Si vires, quibus ea urgetur in reliquas omnes particulas resolvantur in tres vires, quarum prima agat secundum directionem PD parallelam axi Bb, secunda secundum directionem PK perpendicularem ipsi axi, tertia secundum directionem perpendicularem plano KPD; hæ omnes tertiæ mutuo elidentur, cum planum KPD secet sphæroidem in binas partes prorsus æquales, & similes; secunda erit ad vim in a ut CD ad CA, & tertia ad vim in B, ut CK ad CB per num. 110. Pariter prima ex reliquis tribus viribus, quæ dirigebatur ad centrum per PC, & erat ipsi PC proportionalis, resolvi potest in binas agentes secundum PD, PK ipsi proportionales. Quare vires omnes, quibus agitatur particula P, resolvuntur ita, ut evadant binæ ex omnibus compositæ agentes secundum directiones PD, PK, quarum prior est ad vim in B, ut PD ab CB, secunda ad vim in a, ut PK ad Ca.

124. Hinc

124. Hinc erit prima ad secundam, in ratione composita ex ratione distantiarum *PD*, *PK* ab axibus *Aa*, *Bb* simplici, & duplicata eorundem axium, vel semiaxium. Nam est vis agens per *PD* in *P* ad vim in *B*, ut *PD* ad *BC*, hæc ad vim in *a*, ut *Ca* ad *CB* per hypothesim, & vis in *a* ad vim agentem in *P* per *PK*, ut *Ca* ad *KP*; ac proinde compositis rationibus omnibus, est prima vis ad ultimam, ut *PD* ad *PK*, & ut quadratum *Ca* ad quadratum *CB*. Ratio alterius earum virium ad alteram.

125. Sit jam primò punctum *P* in superficie, ut exhibet figura, & sit *PL*, perpendicularis superficiei, quæ normalis erit ellipsi *BabA*, & ita occurret ejus axi *Bb* in *L*, ut ex notissima ellipseos proprietate elementorum meorum tomo 3 num. 462 *KL* ad *KC*, ut quadratum *Ca* ad quadratum *CB*. Erit igitur vis, qua particula *P* urgetur per *PD* ad vim, qua urgetur per *PK*, ut *PD*, seu *CK* ad *PK*, & ut *KL* ad *CK* conjunctim, nimirum ut *KL* ad *PK*. Quare ipsæ *KL*, *PK* poterunt exprimere vires agentes secundum earum directionem, & vis composita ex utraque dirigitur per rectam normalem *PL*. *Q. E. D.* primò. Demonstratio vis se dirigentis per normalem.

126. Sit secundò punctum *P* in fig. 15, & 16 intra sphæroidem ubicunque, & ducto per ipsam, & per axem sphæroidis plano *BAba*, exeat ex eodem *P* usque ad superficiem recta quævis *PQ* vel jacens in eodem illo plano, ut in fig. 15, vel extra ipsum, ut in fig. 16. Ostendendum est, eandem semper pressionem exerceri in punctum *P* a summa omnium virium particularum omnium fluidi existentium in quovis canali rectilineo *QP*. Quid demonstrandum pro puncto intra massam: casus bini.

127. Ductis in fig. 15 per *P* chordis *Gg*, *Rr*, sectionis *BAba*, quæ erit ellipsis genitrici æqualis, parallelis ejusdem axibus *Bb*, *Aa*; concipiatur *PQ* divisa in particulas infinitesimas, quarum una *Ee*, ducanturque per *E*, & *e* chordæ *DT*, *dt* parallelæ axi *Bb* occurrentes axi *Aa* in *N*, *n*, & per *E*, ac *D* rectæ parallelæ axi *Aa* occurrentes chordæ *dt* in *V*, *I*, axi *Bb* in *L*, *F*, superficiei Constructio pro primo casu.

in *S*, *H*,

in *S*, *H*. & ex concursu *M* rectarum *Gg*, *ES* ducatur *Mm* perpendicularis ipsi *PQ*.

Demonstrationis initium.

128. Particulæ fluidi in *Ee* urgentur binis viribus quarum altera agit secundum directionem *Bb*, sive *MP*, altera secundam directionem *Aa*, sive *EM*, & priori æqualis est per num. 110 vis, qua singulæ particulæ in *Ve* urgentur secundum primam directionem, posteriori vis, qua particulæ *EV*, vel *DI* urgentur secundum posteriorem, ob æqualem nimirum distantiam ab axibus. Resolvantur singulæ in alias binas, alteram perpendicularem rectæ *QP*, quæ punctum *P* non premit, sed latus canalis urget perpendiculariter alteram secundum directionem ejusdem *QP* agentem in *P*; & erit prior tota ad hanc ejus partem, ut *PM* ad *Pm*, sive ob similitudinem triangulorum rectangulorum *MmP*, *EVe* habentium angulos ad *Q* & *e* externum, ac internum, & oppositum æquales, ut *Ee* ad *eV*, sive ut numerus particularum in *Ee* habentium hanc partem primæ vis, ad numerum particularum in *eV* habentium vim primam totam. Igitur summa omnium partium primæ vis, quibus particulæ *Ee* urgent *P*, æquatur summæ virium in *Ve* tendentium secundum directionem *Ve*, vel *GP*. Et eodem prorsus argumento ob similitudinem triangulorum *EVe*, *EmM* summa omnium partium secundæ vis, quibus particulæ in *Ee* urgent *P*, æquatur summæ virium in *EV* tendentium secundum directionem *EL*, adeoque & summæ virium in *DI* tendentium per *DF*.

Ejusdem continuatio.

129. Porro summa virium, quibus particulæ in *DI* tendunt per *DF*, æquatur summæ virium, quibus particulæ in *dI* tendunt per *de*. Cum enim ex notissima itidem Conicarum Sectionum proprietate, Elementorum meorum tomo 3 num. 299 rectangulum *DIH* ad rectanctulum *dIt* fit, ut rectangulum *ACa*, sive quadratum *AC*, ad rectangulum *BCb*, sive quadratum *BC*; erit *DI* ad *DI*, adeoque & numerus particularum in *DI* ad numerum particularum in *dI*, ut quadratum *AC* applicatum ad *IH*, ad

ad quadratum *BC* applicatum ad *It*, nimirum ut *It* ad *IH*, & quadratum *AC* ad quadratum *BC*, vel ſumptis æquipollenter dimidiis terminis primæ rationis, ut *dn* ad *DF*, & quadratum *AC* ad quadratum *BC*, nimirum juxta demonſtrata num. 124, ut vis particularum in *dL* tendens per *dn*, ad vim particularum in *DI* tendentem per *DF*. Ac proinde ſumma omnium priorum ſummæ omnium poſteriorum æqualis. Quamobrem ſumma omnium virium in *Ee* urgentium punctum *P* æquatur ſummæ omnium virium, quibus particulæ in *Ve*, & *dI* agunt directione *de* perpendiculari axi *Aa*.

130. Cum autem etiam vires particularum in *DE*, & in *IV* agentes ſecundum directionem perpendicularem axi *Aa* æquentur ob æqualem diſtantiam ab eodem; preſſio puncti *e* facta a particulis *ed* æquè excedet preſſionem puncti *E* factam a particulis *BD*, ac preſſio illius facta a particulis *eQ* preſſionem hujus factam a particulis *EQ*. Cumque id ubique contingat, & in *Q* utraque preſſio ſit nulla; oportet ſemper totam preſſionem puncti *e* factam a particulis *ed* æquari preſſioni ejuſdem factæ a particulis *eQ*, adeoque & abeunte *e* in *P* preſſio puncti *P* facta a particulis *PG* æquabitur preſſioni factæ a particulis *PQ*. Quamobrem cum eadem ſit demonſtratio, ubicunque punctum *Q* capiatur, dummodo rectæ, & vires, quæ forte oppoſitas directiones habeant, habeantur pro negativis; punctum *P* ab omnibus canalibus rectilineis cum quacumque directione exeuntibus ex ipſo in plano tranſeunte per axem, ut in figura 15, æquè urgebitur. Ejuſdem concluſio.

131. Si verò *PQ* jacuerit extra ejuſmodi planum, ut in figura 16; ducta, ut prius, recta *GPg* parallela axi ſphæroidis *Bb*, quæ æquatori ejuſdem *ANan* occurrat in *D*, ſecetur ipſa ſphærois plano *QPG*; ſecante æquatorem *ANan* in recta *Nn*, quod erit perpendiculare ipſi æquatori, & ſectio erit Ellipſis genetrici ſimilis per num. 94, ac *Nn* erit alter ipſius axis, alterum vero *Ff* determi- Conſtructionis pars pro ſecundo caſu.

terminabit planum per *Bb* ductum ipsi sectioni perpendiculare, ipsi occurrens in recta *Ff* parallela *Bb*, & transennte per punctum *H* in quo *CH* hujus plani intersectio cum Aequatore ipso perpendicularis toti sectioni ipsam æquatoris chordam *Nn* secat ad angulis rectos, ac proinde bifariam.

Ejusdem pars altera, & demonstratio.

132. Concipiatur jam in plano sectionis punctum *P* ubicunque, & captis in *CB*, & *HF* segmentis *CK*, *HE* æqualibus *DP*, ductisque *PK*, *KE*, *EP*, eædem erunt parallelæ rectis *DC*, *CH*, *HD*; ac proinde erit *KE* perpendicularis toti plano sectionis, & angulus *KEP* rectus erit. E binis autem viribus quibus particula *P* urgetur per *PD*, & *PK* hic, ut in fig. 14, *PD* quidem parallela axi *Bb* Ellipseos genitricis aget hic etiam intra planum sectionis, & remanebit magnitudinis ejusdem, eritque parallela axi *Ff* sectionis ipsius. At *PK* resolvetur in duas *PE*, *EK*, quarum posterior plano sectionis perpendicularis ipsum urgebit, prior *PE* agens intra ipsum planum erit semper parallela alteri axi sectionis *Nn*, eritque ad vim *PK*, ut *PE* ad *PK*; ac proinde cum hæc posterior in diversis distantiis puncti *P* ab axe *Bb* sit, ut distantia ab ipso, erit & illa prior in diversis distantiis puncti *P* ab axe *Ff*, ut distantia ab eo. Cum verò præterea vis per *PK* ad vim per *PD* sit coniunctim ut *PK* ad *PD*, & ut quadratum *CB*, ad quadratum *Ca*, sive ob similitudinem Ellipseos *FnfN* cum Ellipsi genitrice *BabA*, ut quadratum *HF* ad quadratum *Hn*; erit vis per *PE* ad vim per *PD*, ut *PE* ad *PD*, & ut quadratum *HC* ad quadratum *HN* conjunctim. Quare cum ex hisce elementis demonstrata sit in fig. 15 æqualis pressio puncti *P* in recta quavis *PQ* jacente intra planum Ellipseos *BabA* æqualis pressioni in recta *PG*; etiam in fig. 16 habebitur pressio in quavis recta *QP*, jacente intra planum Ellipseos *GnfN* æqualis pressioni in eadem recta *PG*.

Conclusio pro utroque casu simul

133. Quare punctum *P* quaquaversus urgebitur æqualibus viribus; a particulis omnibus existentibus in quibusvis

busvis canalibus rectilineis ex ipso exeuntibus in quavis directione, & proinde per num. 113 totum fluidum in æquilibrio erit *Q. E. D.*

134. Hinc consequitur hujusmodi theorema. Vis tota, qua urgetur corpusculum situm in superficie ejusmodi sphæroidis, erit directè, ut normalis ad axem terminata, sive reciprocè, ut perpendiculum e centro demissum in rectam, quæ Ellipsim genitricem tangit in eodem puncto. Vis in superficie in qua ratione sit

135. Erit enim ex prima demonstrationis parte in fig. 14. vis tota corpusculi P, ut PL normalis. Rectangulum autem sub PL & perpendiculo ex C ducto in tangentem transeuntem per P æquatur quadrato semiaxis CA, per num. 459 tomi 3. meorum elementorum, ac proinde est PL reciprocè, ut ipsum perpendiculum. Demonstratio ipsius. Tab. 4, F. 14

136. Præterea inde & hujusmodi theorema consequitur. Vis tota, qua premitur, quodcunque punctum P intra sphæroidem situm in fig. 16 secundum quancunque directionem ad vim, qua premitur centrum est, ut rectangulum GPg ad quadratum CB, & vis, qua premitur centrum est dimidia ejus vis, quam haberet pondus columnæ CB, cujus particulæ æquè ubique gravitarent, ac gravitant in B. Quanta sit pressio in quovis puncto, quanta in centro Tab. 4, F. 16

137. Nam si concipiantur rectæ CB, DG, DP divisæ in æqualem numerum particularum, essent & particulæ ipsæ proportionales totis, & distantiæ particularum similiter sitarum a punctis C, & D iisdem totis proportionales. Quare & numerus particularum fluidi contentarum iisdem particulis earum linearum, & singularum vires secundum easdem rectas erunt, ut eædem rectæ totæ. Ac proinde summæ virium, quibus urgentur puncta C, D a particulis omnibus sitis in CB, DG, DP, erunt, ut earum quadrata. Quamobrem cum, prematur D a GD vi omni, qua premitur P a GP, & qua premitur præterea D a PD, erit vis sola, qua premitur P a GP ad vim, qua premitur C a BC, ut differentia qua- Demonstratio primæ partis.

tratorum DG, DP æqualis rectangulo GPg ad quadratum CB; unde, cum quodvis punctum æquè quaquaversus prematur, patet prima theorematis pars.

Demonstratio secundæ.

138. Si autem e quovis puncto K rectæ CB concipiantur exeuntes binæ rectæ parallelæ Ca altera æqualis CB altera CK; eæ referent semper altera vim in B, altera vim in K. Erit igitur vis tota, qua premitur centrum C ab omnibus particulis fluidi K, ad vim, qua premeretur a tota columna habente ubique gravitatem æqualem gravitati in B, ut area, quam generat secunda linea ad aream, quam generat prima. Gereraret autem secunda triangulum, & prima quadratum ejus duplum, ut constat. Igitur patet etiam secunda theorematis pars.

Applicatio ad casum, in quo aliqua vis desit, vel directionem mutet.

139. Patet autem, omnia quæcunque dicta sunt, manere prorsus eodem pacto, etiam si aliqua, vel aliquæ ex 4. viribus in propositione enunciatis evanescerent, vel haberent directionem oppositam, & fierent negativæ; dummodo tam summa earum, quæ in singulis particulis sunt perpendiculares axi sphæroidis, quam summa earum, quæ sunt ipsi parallelæ, sit positiva.

Demonstratio ipsius applicationis.

140. Nam omnia, quæ demonstrata sunt, pendent tantummodo ex eo, quod in singulis particulis summæ virium agentium secundnm directiones perpendiculares axibus Ellipseos genitricis sint, ut distantiæ ab ipsis, & vires totæ in axium verticibus sint reciprocè, ut ipsi axes. Id autem adhuc ita se haberet.

Casus Hermanni erutus ex generali.

141. Er hinc quidem facile patet primo illud, ellipsim illam Hermanni esse casum peculiarem hujus generalis solutionis Mac-Laurini. Si enim evanescat mutua actio particularum, & vis parallela axi, ac remaneat vis in centrum directè proportionalis distantiæ, & vis perpendicularis axi ipsi evadat negativa, habebitur gravitas Hermanni cum vi centrifuga motus diurni, quæ Ellipsim requiret, quam facile demonstratur, fore illam ipsam Hermannianam.

142. De-

142. Deinde & illud facile deducitur, massam fluidam, quæ circa axem *Bb* convertatur, & Newtoniana gravitate polleat, fore in æquilibrio, ubi disponatur in sphæroidem ellipticam certæ cujusdam compressionis ad polos *B*, *b*. Nam singulæ ejus particulæ haberent cum aliis singulis gravitatem mutuam in ratione reciproca duplicata distantiarum, & præterea vim centrifugam agentem directione *KP*, & proportionalem ipsi *KP*, ut infra etiam videbimus. Compressio autem esset ejusmodi, ut esset *CB* ad *Ca* in ea ratione, in qua est gravitas in *a* mulctata a vi centrifuga ad gravitatem integram in *B*. Si gravitates in *A*, & in *B* essent æquales, ea ratio facile innotesceret ex num. 71, ubi determinavimus rationem gravitatis sub æquatore ad vim centrifugam ibidem: & esset duplo major compressio, quam in hypothesi gravitatis tendentis ad datum centrum ita, ut *VFKQ* fig. 1 haberi possit pro rectangulo, in qua hypothesi invenimus semidiametrum æquatoris ad ejus excessum supra semiaxem esse, ut est gravitas ibidem non ad totam vim centrifugam, sed ad ejus dimidium.

Casus Newtonianæ theoriæ. Quid in ea ad cōpressionem desinendam.

143. Verum ipsa gravitas primitiva in æquatore non æquatur gravitati in polo; nam & distantiæ a particulis reliquis, & positiones diversæ sunt in iis binis locis. Quamobrem oportet determinare rationem earum gravitatum per ipsam speciem ellipseos genitricis, ut deinde per eam determinetur ipsa species. Data specie curvæ genitricis docuit Newtonus, quo pacto per curvarum quadraturas computari possit gravitas in puncto axis quocumque solidi geniti conversione ejus curvæ circa proprium axem, atque id ipsum in ellipsoide per circuli, & hyperbolæ quadraturam; sed pro puncto posito in æquatore rem nequaquam perfecit, verum crassa quadam æstimatione invenit utcumque pro ellipsoide data, & parum abludente a sphæra. Mac-Lavrinus multo sane elegantius accuratissime, & felicissime rem perfecit tam pro puncto posito in polo, quam pro puncto posito in æquatore; cujus determina-

Ratio gravitatis primitivæ in æquatore, & polo a Newtono tentata, a Mac-Laurino definita.

tionis subsidio elegantissimam itidem ellipseos genitricis determinationem exhibuit.

Methodus simplicior, & geometrica.

144. At ea quidem determinatio operosior est aliquanto, & culculum fere poscit. Mihi vero adest methodus multo expeditior, quæ cum Bernoulliana ex parte congruit, sed quæ solius Geometriæ ope rem facile admodum perficit pro sphæroide parum abludente a sphæra. Eam adhibebo, derminando prius gravitatem primitivam puncti positi in polo ejus sphæroidis, tum puncti positi in æquatore, & brevitatis gratia utar identidem algebraico signo æqualitatis, ut & multiplicationis pro ratione composita ex pluribus directis, ac divisionis pro composita ex directis, & reciprocis de more, ac ope Geometriæ, & ejusmodi signorum delabar ad computandam gravitatem primitivam in iis binis locis.

Problematis expositio pro puncto posito in polo.

Tab. 4, F. 17

145. Generet igitur in fig. 17. conversione facta circa axem comunem *Bb* semiellipsis *BAb* ellipsoidem, & semicirculus *BEb* sphæram, & quæratur differentia vis, qua punctum *B* attrahitur in sphæroidem, a vi, qua attrahitur in sphæram, posito, quod attrahatur in singulas utriusque particulas in ratione directa ipsarum, & reciproca duplicata distantiæ ab ipsis.

Præparatio ad analysim geometricam.

146. Sit semidiameter æquatoris sphæroidis *CA*, sphæræ *EC*, & ordinata quædam perpendicularis axi occurrat ipsi in K, ellipsi in *P*, circulo in *D*. Oportet invenire attractionem puncti *B* in omnes anulos, quos motu suo generant omnes *DP*. Exponat autem vim, qua punctum *B* attrahitur in particulam quamcumque, ipsa *particula* divisa per quadratum distantiæ, & concipiatur *PD* ita exigua, ut *BD* assumi possit pro distantia omnium particularum, quæ in ea continentur.

Ratio vis anuli cujusdam.

147. Vis igitur absoluta, qua *B* attrahitur ab anulo *DP*, erit, ut is ipse anulus directè, & quadratum *RD* reciprocè. Quoniam autem in Ellipsi ex notissima ejus proprietate, meorum elementorum tomo 3 num. 365, est *KP* ad *KD*, in constanti ratione *CA* ad *CE*; erit *KP*, ut

KD,

KD, adeoque & circulus genitus a *KD*, & circulus genitus a *KP*, & residuus anulus genitus a *DP*, ut KD^2, cum nimirum circuli sint, ut quadrata radiorum. Vis igitur absoluta erit, ut $\frac{KD^2}{BD^2}$. Porro hæc vis absoluta agens per *DB* resolvi potest in duas *DK*, *BK*, quarum prior eliditur actionibus contrariis, posterior trahit punctum *B* versus centrum *C*; ac est ut *BD* ad *BK*, ita vis ea absoluta ad vim relativam, cujus habenda est ratio. Hæc igitur vis erit, ut $\frac{KD^2 \times BK}{BD^3}$, sive ut $\frac{KD^2 \times BK \times BD}{BD^4}$; adeoque cum ex circuli natura sit BD^2, ut *BK*, & $KD^2 = bK \times BK$, erit ea vis relativa, ut $\frac{bK \times BK^2 \times BD}{BK^2}$, sive ut $bK \times BD$.

148. Ut inveniatur recta, quæ ejusmodi vim exprimat, sit *BMN* parabola Apolloniana axe, & parametro *Bb*, & cum ex natura ejus curvæ sit $KM^2 = BK \times Bb$, erit *KM* æqualis *BD*; unde etiam patet, fore $bN = bB$. Sit jam alia curva *BLN*, in qua sit ut *Bb* ad *BK*, ita *KM* ad *KL*, quæ itidem erit ex familia parabolarum. Erit enim *KM*, ut $BK^{\frac{1}{2}}$, & *KL*, ut $KM \times BK$, adeoque ut $BK^{\frac{3}{2}}$. Erit autem per conversionem rationis *Bb* ad *bK*; ut *KM*, vel *BD* ad *ML*, quæ ob *Bb* constantem, erit ut $bK \times BD$, adeoque, ut illa vis relativa. Refert igitur ipsa ejusmodi vim, & area tota *BLNMB* vim totam, qua omnes anuli *AP* attrahunt punctum *B*. Vis ipsa expressa per lineam, & omnium summa per superficiem datam.

149. Jam vero ut possit computari ejusmodi vis, concipiatur, puncta *PDKLM* abire in *AECFG*. Erit tum *GF* dimidia *CG*, cum sit ad eam, ut *bC* ad *bB*; ipsa autem $CG = BE$, & $BE^2 = 2BC^2$. Anulus *EA* æquabitur producto ex *EA*, & circumferentia circuli descripta a puncto *E*, quæ, si ratio radii ad circumferentiam dicatur 1 ad *c*, erit $= c \times CE = c \times BC$, adeoque anulus erit $c \times BC \times EA$. Vis igitur absoluta ipsius anuli *EA* erit $\frac{c \times BC \times EA}{BE^2} = \frac{c \times BC \times EA}{2BC^2} = \frac{c \times EA}{2BC}$, vis autem relativa habe- Ejusdem summæ absolutus valor.

bitur ducendo ipſam in BC, & dividendo per BE, adeoque erit $\frac{c \times EA}{2BE} = \frac{c \times EA \times BE}{2BE^2}$, vel poſito $2BC^2$ pro BE^2, CG, vel $2FG$ pro BE, erit ea vis $\frac{2c \times EA \times FG}{4BC^2} = \frac{c \times EA \times FG}{2BC^2}$. Quare cum vis anuli EA ad vim anuli DP ſit, ut FG ad LM, erit vis anuli $DP = \frac{c \times EA \times LM}{2BC^2}$, adeoque vis omnium anulorum ſimul erit tota area $BFNGB$, quam texunt omnes LM, ducta in quantitatem datam $\frac{c \times EA}{2BC^2}$.

Valor areæ adhibitæ ad exprimendam eā virium ſummam.

150. Remanet, ut computetur area $BFNGB$. Ea generaliter in parabola quavis, cujus ordinata ſit, ut poteſtas m abſciſſæ, eſt ad rectangulum ſub abſciſſa, & ordinata, ut 1 ad $m+1$, quemadmodum etiam ſupra diximus num. 36. Nimirum ſi KL ſit, ut BK^m, erit area $BKL = \frac{1}{m+1} \times BK \times KL$. Hinc cum KM ſit, ut $BK^{\frac{1}{2}}$, erit area tota $BbNGB = \frac{1}{\frac{1}{2}+1} \times Bb \times bN = \frac{2}{3} Bb^2 = \frac{2}{3} BC^2$, Cum vero ſit KL, ut $BK^{\frac{3}{2}}$, erit area $BbNFB = \frac{1}{\frac{3}{2}+1} \times Bb \times bN = \frac{2}{5} \times Bb^2 = \frac{2}{5} BC^2$. Quare tota area $BFNGB$ erit $\frac{2}{3} BC^2 - \frac{2}{5} BC^2 = \frac{4}{15} BC^2$.

Ejus ope ſimpliciſſima expreſſio ejuſdem ſummæ.

151. Si igitur hic valor demum ducatur in $\frac{c \times EA}{2BC^2}$, habebitur gravitas tota primitiva in polo B, quam exprimet $\frac{2}{15} \times c \times EA$. Nimirum exprimetur ejuſmodi *vis* per $\frac{2}{15}$ peripheriæ circelli deſcripti radio EA, cum $c \times EA$ ſit peripheria ejus circelli. Et ea quidem eſt elegantiſſima, & ſimpliciſſima expreſſio ejus vis.

Problema pro puncto poſito in æquatore, & præparatio.
Tab. 4, F. 18, 19

152. Sit jam in fig. 18 corpuſculum in A in æquatore ſphæroidis genitæ revolutione circa axem Bb. Concipiantur bina alia ſolida nimirum ſphærois, quæ haberetur ex revolutione circa axem Aa, & ſphæra $AEae$ eadem diametro Aa, quæ ſolida ſi ſecentur plano eodem

GPpg

$GPpg$ perpendiculari ad rectam Aa, sectio sphæroidis descriptæ axe Aa erit circulus diametro Gg, sectio sphæræ erit circulus diametro Pp, sectio sphæroidis descriptæ axe Bb erit Ellipsis genitrici similis habens pro altero axe Gg, pro altero rectam æqualem Pp. Cætera quidem patent vel per sese, vel ex iis, quæ præmisimus; hoc autem postremum inde deducitur facile, cum debeat esse axis Gg ellipseos sectionis ad axem alterum, ut Bb ad Aa, sive ad Ee, nimirum ut idem Gg ad Pp. Referat eas sectiones figura 19, & erit, ellipsis $GRgr$, cui alter circulorum $PrpR$, $GigI$ erit circumscriptus, alter inscriptus. Anulus vero circularis GP erit differentia spheroidis in fig. 18 descriptæ axe Aa a sphæra; duplex autem figuræ 19 meniscus $RPrG$, & $Rprg$ erit differentia sphæroidis descriptæ in fig. 18 axe Bb ab eadem sphæra.

Problematis solutio, & demonstratio.

153. Jam vero ex nota Ellipseos proprietate elementorum meorum tomo 3, num. 385 est circulus circumscriptus ad Ellipsim, ut ea ad circulum inscriptum; ac proinde cum Ellipsis, & circulus inscriptus sint proximè æquales inter se, erunt itidem proximè æquales priores bini menisci posterioribus. Quare duplex meniscus $RPrG$, $Rprg$ est dimidium anuli, ac proinde cum in fig. 18 omnes particulæ tam anuli, quam menisci eandem proximè habeant & distantiam a puncto A, & positionem respectu ipsius, ejus attractio orta ex duplici illo menisco erit dimidia attractionis, quæ oriretur ex anulo. Cum vero id ubique contingat, vis puncti ejusdem siti in A orta ex differentia sphæroidis axe Bb erit dimidia ejus, quæ oritur ex differentia sphæroidis axe Aa, & ejusdem sphæræ. Est autem hæc posterior ex præcedentis problematis solutione $\frac{8}{15} \times c \times EB$: Quare erit illa prior $\frac{4}{15} \times c \times EB$; Quod erat inveniendum.

Ratio gravitatis primitivæ in æquatore ad gravitatem in polo quo pacto investiganda.

154. Solutis hisce problematis, facile jam invenitur ratio gravitatis primitivæ in polo ad gravitatem in æquatore expressa per eandem EB, sive sphærois sit oblonga, & pro-

& producta, sive oblata, & compressa. Sed ad id inveniendum requiritur theorema notissimum, profluens ex demonstratis a Newtono, quod sphæra quævis punctum situm extra ipsam, vel in ejus superficie attrahat, tanquam si tota ejus massa compenetraretur in centro. Sit r radius sphæræ cujusdam, & erit $2r$ diameter, $\frac{1}{2}crr$ circulus maximus, $2crr$ superficies, $\frac{2}{3}cr^3$ tota moles, adeoque vis puncti constituti in ejus superficie expressa per ipsam sphæram, sive numerum particularum directè, & quadratum distantiæ reciprocè erit $\frac{2}{3}cr$.

Ejus determinatio in sphæroide compressa.

Tab. 4, F. 17

155. Sit in fig. 17 sphærois compressa ad polos Bb, cujusmodi esse debet ob vim centrifugam in æquatore, qua fit, ut ibi assurgat massa fluida, & erit gravitas puncti B in sphæram diametro $Bb = \frac{2}{3} \times c \times CB = \frac{2}{3} \times c \times CA - \frac{2}{3} \times c \times EA$. Huic si addatur $\frac{8}{15} \times c \times EA$, erit vis ibidem in sphæroidem compressam $\frac{2}{3} \times c \times CA - \frac{10}{15} \times c \times EA + \frac{8}{15} \times c \times EA = \frac{2}{3} \times c \times CA - \frac{2}{15} \times c \times EA$. Gravitas puncti A in sphæram radio CA erit $\frac{2}{3} \times c \times CA$, a qua si dematur $\frac{4}{15} \times c \times EA$, habebitur gravitas puncti A in sphæroidem $\frac{2}{3} \times c \times CA - \frac{4}{15} \times c \times EA$. Quamobrem gravitas in sphæroidem in polo B ad gravitatem in eandem in æquatore. B erit, ut $\frac{2}{3} \times c \times CA - \frac{2}{15} \times c \times EA$ ad $\frac{2}{3} \times c \times CA - \frac{4}{15} \times c \times EA$, sive ob EA admodum exiguam respectu CA, proxime, ut $\frac{2}{3} \times c \times CA$ ad $\frac{2}{3} \times c \times CA - \frac{2}{15} \times c \times EA$, nimirum, ut CA ad $CA - \frac{1}{5} \times EA$.

Eadem in sphæroide oblonga.

156. Quod si sphærois esset oblonga, ipsa EA migraret e positiva in negativam, & haberetur ratio ejusmodi gravitatum CA ad $CA + \frac{1}{5} \times EA$.

Compressio determinanda: quæ vires omittẽdæ, quæ consideran dæ.

157. Inventa hujusmodi ratione, definitur jam facile etiam compressio orta ex motu diurno juxta n. 142. In hoc casu ex illis tribus virium generibus, quæ n. 121 assumptæ sunt in conditionibus theorematis præter vim mutuam in ratione reciproca duplicata distantiarum, unica habetur in casu nostro, ea nimirum, quæ oritur ex vi centrifuga, & agit secundum directionem CA perpendicularem axi Bb. Reliquæ binæ pertinent ad casum

marini

marini æstus, in quo inæqualis magnitudo, & diversa directio virium, quibus particulæ Telluris in Solem, vel in Lunam gravitant, addit binas vires alteram tendentem ad centrum Terræ, alteram secundum directionem ad sensum perpendicularem plano transeunti per centrum ipsum, & perpendiculari rectæ, quæ Terram jungit cum Sole, vel Luna, ac proportionalem distantiæ ab eodem plano.

158. His igitur viribus omissis, quæ ad nostrum casum non pertinent, sit jam gravitas primitiva sub æquatore $= m$, vis centrifuga $= n$. Erit ibidem gravitas residua $= m - n$. Quod si ponatur semidiameter æquatoris $= r$, ejus differentia a semiaxe $= x$, erit ut $r - \frac{1}{5}x$ ad r, sive proxime ob x admodum exiguam respectu r, ut r ad $r + \frac{x}{5}$, ita gravitas primitiva in æquatore $= m$ ad gravitatem primitivam in polo, quæ erit $m + \frac{mx}{5r}$. Quare vis in æquatore ad vim in polo erit, ut $m - n$ ad $m + \frac{mx}{5r}$, sive proxime, ut m ad $m + \frac{mx}{5r} + n$. Debent autem hæ vires esse in ratione reciproca distantiarum a centro per num. 121, adeoque erunt, ut r ad $r + x$; unde assumptis differentiis, fit m ad $\frac{mx}{5r} + n$, sive 1 ad $\frac{x}{5r} + \frac{n}{m}$, ut r ad x, sive ut 1 ad $\frac{x}{r}$. Quare erit $\frac{x}{5r} + \frac{n}{m} = \frac{x}{r}$, sive $\frac{n}{m} = \frac{4x}{5r}$, vel $\frac{x}{r} = \frac{5n}{4m}$ nimirum $m . \frac{5}{4}n :: r . x$. Habebitur igitur hujusmodi theorema. *Ut gravitas sub æquatore ad $\frac{5}{4}$ vis centrifugæ ibidem, ita semidiameter æquatoris ad differentiam ipsius a semiaxe.*

Determinatio compressionis per rationem gravitatis ad vim centrifugam.

159. Quod si adhibeatur ratio gravitatis sub æquatore ad vim centrifugam ibidem veræ proxima in numeris juxta num. 71, ut 289 ad 1; erit ea ratio semidiametri æquatoris ad differentiam 289 ad $\frac{5}{4}$, vel 1156 ad 5, sive proxime 231 ad 1, proxima illi 230 ad 1, quam invenit

Absoluta compressio plusquam duplo major, quã Hermanno.

Newtonus Principiorum lib. 3. prop. 19, existente ratione semidiametri æquatoris ad semiaxem 231 ad 230. Et hæc quidem compressio est plusquam duplo major illa, quam Hermannus in sua Ellipsi invenerat, quam num. 72 vidimus esse debere respondentem dimidiæ vi centrifugæ sub æquatore, non quinque ejus quadrantibus, adeoque non $\frac{1}{231}$ totius, sed $\frac{1}{578}$ tantummodo.

Hermanni censura erronea in Newtonum, & Gregorium.

160. Et quidem Hermannus censuit, hanc ipsam suam Ellipsim esse illam, quæ in Newtoniana gravitatis theoria debeat obvenire, ac Gregorium, & Newtonum ipsum culpandos existimavit, quod ii id ipsum non viderint, & plusquam duplo majorem justo compressionem Telluri tribuerint, quam ipsa illorum principia postularent. At Hermannus ipse in eo erravit sane quamplurimum, & ejus hypothesis illa gravitatis se dirigentis ad unicum punctum, & directè proportionalis distantiæ ab eodem puncto plurimum distat a Newtoni theoria gravitatis compositæ ex tendentia in particulas singulas in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro.

In Newtoni theoria vim utique in quovis canali ad centrú ducto esse, ut distantiam a centro.

161. In Newtoni theoria in quovis canali ad centrum terminato nisus cujuscumque particulæ in centrum ipsum est utique in ratione distantiæ ab ipso centro, & gravitas residua in superficie in ratione reciproca distantiæ ab eodem centro, quod & Newtonus ipse deprehendit debere consequi ex sua theoria, si ea ellipticam figuram requireret ad æquilibrium habendum, quod postremum ille quidem demonstrare non potuit, felicissimè tamen divinavit.

Ejus demonstratio ex Newtono ipso, quod pertinet ad gravitatem primitivá.

162. Demonstravit nimirum Newtonus, punctum ubicumque situm intra orbem ellipticum clausum binis Ellipsibus similibus, & similiter in centro collocatis esse prorsus in æquilibrio; & punctum collocatum in homologis punctis solidorum similium attrahi in sua theoria in ratione simplici laterum homologorum; quæ duo supra posuimus num. 93, & 92. Inde ipsi pronum fuit deducere, in accessu ad centrum intra sphæram, vel sphæroidem

roidem ellipticam vim decrescere in ratione directa simplici distantiarum ab ipso centro. Si enim concipiatur superficies sphærica, vel elliptica externæ similis transiens per punctum ipsum, totus ille orbis externus conclusus hac nova, & illa priore externa superficie nihil aget, & relinquetur sola actio sphæræ, vel sphæroidis nova ipsa superficie inclusæ, cujus actio debebit esse proportionalis distantiæ a centro, quæ quidem est unum ex homologis lateribus.

Eadē quod pertinet ad vim centrifugam.

163. Et hoc quidem pacto evasit ipsi gravitas primitiva intra sphæram, vel ellipticam sphæroidem directe proportionalis distantiæ a centro. Vis autem centrifuga proportionalis est distantiæ ab axe juxta num. 17, unde admodum facile deducitur illud, sive consideretur ea tota, sive ea ejus resolutæ pars, quæ gravitati ad centrum directæ opponitur, eam esse itidem proportionalem distantiæ a centro. Inde vero consequitur, etiam residuam gravitatem ubique intra sphætam, vel sphæroidem, si ea, quæ ad centrum tendit in canali quopiam ad ipsum centrum terminato consideretur, fore directè, ut distantiam a centro.

In superficie esse vim in ratione reciproca distātiæ.

164. Esse autem reciprocè, ut distantiam a centro in diversis punctis superficiei extimæ, hac ratione admodum facile Newtonus ipse demonstravit. Concipiantur bini canales quicumque egressi e centro, & ad quævis superficiei puncta terminati, qui quidem debent esse in æquilibrio. Secentur in æqualem numerum partium proportionalium, & quoniam singulæ particulæ singulorum in singulis partibus inclusæ gravitabunt in centrum in ratione distantiæ a centro, ratio autem distantiæ in partibus homologis est eadem, ac totorum canalium; erunt vires singularum particularum alterius canalis ad singulas alterius inclusas partibus homologis in constanti ratione totorum canalium, adeoque & summæ in ratione eâdem, nimirum pondera partium homologarum, ut pondera totorum canalium, videlicet æqualia. Cum autem pondus

partis unius canalis, sit æquale ponderi partis homologæ alterius, erit singularum particularum vis in parte canalis alterius ad vim particularum in parte alterius reciprocè, ut earum particularum numerus, nimirum reciprocè, ut illæ partes, adeoque reciprocè, ut toti canales, & ut partium ipsarum homologarum distantiæ a centro. Quare particularum omnium, quæ sitæ sint vel in superficie extima, vel intra sphæroidem in rectis quibuscumque ductis a centro ad superficiem, & distantias habeant a centro proportionales illis rectis, sunt ad se invicem reciprocè, ut ipsæ distantiæ.

Determinatio ellipseos Hermanni e similibus datis.

165. Hæc cum videret Hermannus inquisivit in figuram, quam habere debeat fluidum, quod habeat vires directas ad centrum in ratione directa distantiarum, gyret autem circa proprium axem; & investigata figura ex hac conditione, invenit Ellipsim, in qua semidiameter æquatoris ad semiaxem sit in ratione subduplicata gravitatis primitivæ sub æquatore ad gravitatem residuam ibidem, adeoque semidiameter ipsa ad excessum supra semiaxem proxime, ut ea gravitas primitiva ad dimidiam vim centrifugam, vel ut 578 ad 1, vis autem residua in diversis superficiei punctis sit in ratione reciproca distantiarum, quæ quidem supra hic etiam demonstravimus numeris 47, & 49. Quæsivit e converso figuram ex hypothesi, quod vis residua in superficie sit reciprocè, ut distantia a centro, & invenit ellipsim illam eandem, ac invenit, gravitatem primitivam directam ad centrum debere esse in ratione distantiarum directa, quod is quidem methodo synthetica demonstravit admodum operosa, ego vero facili calculo in mea de figura Telluris dissertatione.

Conclusio Hermanni inde deducta.

166. Hisce compertis illud intulit, hæc tria esse omnino inter se connexa, gravitatem primitivam esse directè proportionalem distantiæ, gravitatem residuam in superficie esse reciprocè proportionalem distantiæ, & figuram esse ellipsim, in qua sit semidiameter æquatoris ad

disse-

differentiam ipsius a semiaxe, ut est gravitas sub æquatore ad dimidiam vim centrifugam ibidem, ac quodlibet ex hisce tribus reliqua secum trahere; quod quidem cum ipsi obtigisset tam methodo canalium, quam methodo directionis perpendicularis superficiei, multo magis in sententia confirmatus Gregorium carpendum sibi esse duxit, ac Newtonum.

167. Et quidem hæc Hermanni ratiocinatio mihi etiam, cum primum dissertationem meam edidi anno 1739, fucum fecit, non tamen ut ipsi assentirer, & compressionem in Newtoni sententia censerem esse debere $\frac{1}{578}$ partem totius. Videbam enim, ut ibidem proposui, illud a Newtono accuratè admodum esse demonstratum, si ellipticam figuram habeat fluidum, cujus particulæ in se invicem tendant in ratione reciproca duplicata distantiarum, & quod circa suum axem gyret, debere compressionem esse $\frac{1}{230}$ totius, quod Newtonus definiverat methodo quidem indirecta falsæ positionis usus, sed pro ejusmodi re satis, accurata, & tuta, & gravitatem intra canalem quemvis debere esse directè, in diversis vero superficiei punctis reciprocè proportionalem distantiæ a centro. Sed cum ex hisce positionibus obveniret quidem ellipsis, at compressio evaderet $\frac{1}{578}$ pars totius, suspicatus sum illud, falsum esse, quod Newtonus sine ulla demonstratione assumpserat, in ejus theoria debere fluidum componi in Ellipsim, quo sublato neutrum ex illis reliquis duobus consequebatur.

Ejus error in quo olim imposuerit Auctori hujus opusculi.

168. At quoniam insequenti anno elegantissima Mac-Laurini demonstratio innotuit mihi figuræ ellipticæ a Newtoni theoria ad æquilibrium requisitæ cum compressione illa ipsa, quam ex ejus figuræ hypothesi Newtonus deduxerat; in Hermanni errorem diligentius inquisivi, cujus & originem alteram e binis, quas mox proponam, exposui in eadem dissertatione haud ita multo post edita Lucæ in opusculorum collectione quadam, in qua tamen schemata potissimum tam multis, & enormibus omni-

Solutione Mac-Laurini error deprehensus.

omnino ubique scatent erroribus, ut vix ulli quidem usui opusculum illud esse possit.

Erroris fons primus. Tab. 4, F. 7, 14

169. Est autem primus erroris fons, quod ubi in figuram iniquiritur per directionem perpendicularem superficiei in hypothesi Hermanni vis componitur ex binis, quarum prior, nimirum gravitas primitiva, dirigitur ad centrum, ut in fig. 7 *LN* per *LC*, secunda vero est vis centrifuga *LO*, quæ tendit ad partes axi oppositas; at in theoria Newtoniana, ipsa illa gravitas primitiva non tendit ad centrum, sed per rectam in fig. 14 inclinatam ad *PC* ita, ut accedente præterea vi centrifuga, vis ex iis composita directionem habeat remotiorem a recta tendente ad centrum in Newtoni, quam in Hermanni hypothesi, & majorem compressionem requirat.

Alter ejusdem erroris fons.

170. Secundus erroris fons est, quod in hypothesi Hermanni gravitas primitiva in æquatore debet esse major, quam in polo in ratione distantiæ majoris, dum in Newtoni sententia debet esse minor. In Hermanni quidem hypothesi facta, ut supra fecimus semidiametro æquatoris $=r$, differentia $=x$, debet esse gravitas primitiva in æquatore ad gravitatem in polo, ut $r+x$ ad r, in Newtoni sententia, ut $r-\frac{1}{5}x$ ad r. Hinc gravitatis residuæ in æquatore ratio ad gravitatem in polo in Newtoni sententia minor, quam in hypothesi Hermanni, & proinde major, in methodo æquilibrii canalium, inæqualitas altitudinis canalium ipsorum necessaria ad compensandam gravitatum earundem inæqualitatem.

Quantum theoria Newtoni differat a theoria Hermanni.

171. Atque hoc demum pacto jam in aperto est positus Hermanni error, & abunde patet, quid in Newtoniana theoria haberi debeat, ubi fluidum homogeneum sit, & gyret circa proprium axem. Patet itidem multo difficiliorem esse determinationem figuræ in ipsa ejus theoria, quam si assumatur vis ad centrum tendens in ratione distantiæ ab ipso, & vis residua in superficie in ratione ipsius reciproca: falli autem omnino eum, qui, ubi ex ea hypothesi definiat, quid consequi debeat, cum

agitur

agitur vel de figura orta ex diurna vertigine, vel de maris æstu orto ab inæquali actione vel Solis, vel Lunæ in diversas Terræ particulas, putet, se tam facile definivisse id, quod Newtoniana requirat theoria.

172. Nec illud autem omittendum, a Newtono non esse adhibitas binas hypotheses alteram pro particulis infra superficiem sitis, alteram pro particulis sitis in superficie, sed ex ipsa generali mutua actione particularum in se invicem in ratione reciproca duplicata distantiarum utramque consequi; multo autem minus licere binas ejusmodi hypotheses ad peculiare aliquod phænomenum explicandum ad arbitrium effingere, quæ non tantum inter se plerumque non connectentur, sed pugnabunt etiam, & penitus adversabuntur; nec vero ad singula phænomena singulas hypotheses confingendas esse, utcumque nihil in iis habeatur, quod repugnet, & absurdum sit, nec id Newtonum præstitisse, qui generalem gravitatem ex tam multis phænomenis derivavit, & ad alia tam multa traductam tam belle consentire deprehendit, nullo huc usque invento phænomeno, quod cum ea conciliari non possit, plurimis inventis, quæ, postea quam ab ea deducuntur, successu, & conspiratione principium illud commendant plurimum, ex quo deducta sunt. Sed de his jam satis.

Quantum erret, qui Newtonum diversas, & inconnexas hypotheses secutum censeat, vel sequatur ipse.

173. Illud unum superest, ut definiamus, in qua ratione in hac Newtoniana ellipsi decrescant distantiæ ab æquatore ad polum, crescat autem gravitas. Id autem admodum facile definitur methodo, quam adhibui jam tum in illa dissertatione de figura Telluris. Sit in fig. 20 *ECe* diameter æquatoris, *BCb* axis ellipseos parum abludentis a circulo, & per quodvis ejus punctum *P* ducta recta *CP*, quæ circulo circumscripto occurrat in *D*, *d*, ac chorda ipsi *Ee* perpendiculari, quæ occurrat ellipsi iterum in *p*, circulo in *F*, *f*; erit *DP* decrementum distantiæ, cui proximè proportionale erit etiam incrementum gravitatis residuæ cum sit, ut *CE*, sive *CD* ad

In qua ratione in Ellipsi Newtoni decrescant distantiæ a centro in pogressu ab æquatore ad polum. Initium analyseos. Tab. 4, Fig. 20

CP

CP ita gravitas in *P* ad gravitatem in *E*, adeoque *DP* ad *CP* proxime constantem, ut est incrementum gravitatis ad constantem gravitatem *CE*.

Determinatio rationis ejus decrementi.

174. Jam vero ex circuli natura est $DP \times Pd = FP \times Pf$; adeoque ob *Pd* proxime constantem est *DP* proxime, ut *FP*, & *Pf* conjunctim. Porro quoniam ex ellipseos natura Elementorum meorum tomo 3 num. 365 est *GF* ad *GP*, vel *Gp* in constanti ratione *CE* ad *CB*, erit & *GP*, & *Gf*, adeoque & earum differentia *PF*, & earum summa *Pf*, ut *GF*. Hinc illa ratio composita erit eadem ac duplicata rectæ *GF*, sive sinus arus *EF*, qui proximè metitur distantiam loci ab æquatore, sive latitudinem. Quare habebitur & hìc hoc theorema, ut supra num. 44, ac 48: *Est decrementum distantiæ, & incrementum gravitatis ab æquatore ad polum in ratione duplicata sinus recti latitudinis, vel in ratione simplici sinus versi latitudinis dúplicatæ.*

Eadem ac ratio incrementi graduum. Ploblema figuræ inquirendæ mutatis densitatibus.

175. Porro videbimus sequenti capite, hanc eandem esse rationem incrementi graduum meridiani in ellipsi ab equatore ad polum. Sed interea videndum, cujus figuræ debeat esse Tellus, si densitas sit alibi alia, & primo quidem, quid si certa lege crescat, vel decrescat a centro ad superficiem, deinde quid irregularis textus secum ferat.

Assumptum tutissimũ, sed Bernoullio olĩ perniciosum, nuclei cũ sphæricis orbibus homogeneis circumquaque.

176. Consideremus igitur primo quidem globum solidum fluido circumdatum, quem ipsum in Tellure habemus casum, quo solido densitas in progressu a centro ad circumferentium mutetur utcumque, illud autem fluidum sit densitatis constantis. Considerabimns autem densitatem ipsam in iisdem a centro distantiis circumquaque æqualem. Id in fluida massa præstitit Daniel Bernoullius, in dissertatione de maris æstu, sed id, ut paullo infra videbimus, virum cæteroquin summum, & nulla unquam commendatione satis laudandum in errorem induxit. At id quidem si fiat cum debita præcautione in massa nuclei solida, & parum abludente a spherica forma, omni-

no

no licet. Si enim ſtrata denſitatis ejuſdem formam & ipſa habeant a ſphærica abludentem, ſtrata itidem ſphærica ita parum ab homogeneitate differe poſſunt, ut iis ad veram homogeneitatem redactis, nihil ad ſenſum mutetur gravitas fluidi ambientis, & poſiti in ſuperficie, a cujus gravitatis poſitione pendet æquilibrium, quod quidem poſſet ſane accurrantiſſime demonſtrari; ſed per ſeſe ſatis manifeſtum eſſe cenſeo. Porro is caſus erit idem, ac ſi totus nucleus ille ſolidus homogeneus eſſet, materia omni per ipſum æqualiter diſtributa. Nam ſinguli orbes ſphærici homogenei ita trahunt tam in primo, quam in ſecundo caſu, ut traherent ſi in centro omnis eorum materia colligeretur, quod ex demonſtratis a Newtono facile admodum deducitur.

177. Conſideremus igitur globum ſolidum, cujus orbes concentrici homogenei ſint, denſitate in diverſis diſtantiis mutata utcunque; is autem ambiatur a fluido, & ſingulæ fluidi particulæ tam in ſe invicem, quam in particulas ſolidi tendant in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & convertatur circa proprium axem, ac in æquilibrio ſit. Quidquid in ſingulis orbibus excedit denſitatem fluidi ambientis, adducatur ad centrum, & in eo compenetratum intelligatur: æquilibrium fluidi manebit; gravitate ipſius in maſſam nuclei nihil mutata. Maſſa redundans in fluido abacta in centrum.

178. Habebimus hoc pacto globum ſolidum cum fluido ambiente homogeneo ipſi globo, & præter vires extraneas pro vi, qua particulæ ſe invicem trahebant in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, habebuntur jam binæ vires, una directa ad centrum in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ab ipſo centro, & altera, qua partes fluidi jam homogenei ſe trahant in ratione pariter reciproca duplicata diſtantiarum a ſe invicem. Diſſolvatur jam hoc fluidum, & liqueſcat, ac quæratur ſtatus æquilibrii totius hujuſce fluidi; eo enim ſtatu invento, ſi iterum concreſcat globus idem, fluidum reliquum non Soluto nucleo jam homogeneo caſus priori æquivalens.

 muta-

mutabit statum, non mutata neque directione, neque magnitudine virium cujuscumque particulæ.

Secunda hypothesis, massæ e centro attrahentis in ratione distantiarum.

179. Ut autem inveniatur status fluidi in hac prima hypothesi; concipiatur hypothesis secunda, in qua reliquis viribus manentibus, vis etiam, quæ tendit in massam in centro coadunatam, maneat eadem, quæ esse debet, in ipsa superficicie extima fluidi in polo, in reliquis autem distantiis a centro quibuscunque non sit in ratione reciproca duplicata destantiarum a centro, sed in simplici directa. Fluido in hac secunda hypothesi ad æquilibrium redacto, quæratur discrimen figuræ, in quam se debet fluidum componere in illa hypotesi priore a figura debita huic posteriori hypothesi.

Secundæ hypotheseos reductio ad generalem Mac-Laurini solutionem.

180. In hac posteriore hypothesi omnia perinde accident, ac ubi superius inquisitum est in æquilibrium fluidi homogenei, cujus particulæ se attrahant invicem in ratione reciproca duplicata distantiarum, & tribus illis viribus præterea sollicitentur; quarum una dirigatur ad centrum, & sit in ratione distantiarum ab ipso centro, reliquæ duæ sint altera perpendicularis axi, altera perpendicularis æquatori, & singulæ suis distantiis ab ipso axe, vel æquatore proportionales. Conditiones enim habebuntur prorsus eædem.

Schema pro secunda hypothesi Tab. 4, F. 21.

181. Exprimat jam in fig. 21. *BAba*, sphæroidem Ellipticam, in quam se fluidum componeret in secunda hac hypothesi, & sit *BEbe*, globus habens pro diametro axem *Bb*, qui occurrat diametro æquatoris *Aa* in *Ee*. Erecta *EG* ad arbitrium assumpta, & perpendiculari ad *Aa*, quæ exprimat vim in illam massam positam in *C* debitam distantiæ *EC*, sive *CB*, ducatur *CG* occurrens rectæ *AI* parallelæ ipsi *EG* in *I*, & per *G* transeat hyperbola cubica *LG* habens pro asymptotis rectas *bC*, *CA*, & occurrens *AI* in *L*, cujus ordinatæ *EG*, *AL* sint in ratione reciproca duplicata abscissarum *EC*, *AC*.

Discrimen secundæ a prima.

182. Si secunda Hypothesis mutetur in primam; mutatio

tatio gravitatis in cruribus *BC*, *CE* erit prorsus æqualis. In intervallo autem *AE* amittetur pars quædam gravitatis ipsius. Nam particula *A* in secunda hypothesi haberet gravitatem *AI*, & in prima *AL*. Quare pondus columnæ *AE* in secunda Hypothesi exprimeretur per aream *AIGE*, in prima per aream *ALGE*; decremento ponderis expresso per *LGI*. Si igitur affundatur tantundem fluidi homogenei in *AM* ita, ut habeat tantum ponderis, quantum amittitur in *AE*, & id fiat in omnibus rectis quaquaversus circa centrum; restituetur æquilibrium, & habebitur fluidum etiam in prima hypothesi in æquilibrio collocatum. & ejus compensatio in ipso schemate.

183. Porro ut inveniatur illa altitudo *AM*, concipiatur in *GE* productâ recta *EF*, quæ sit ad *FG*, uti est densitas fluidi ad densitatem mediam nuclei, ut idcirco sit *EF* ad *EG*, uti est densitas fluidi ad densitatem materiæ redundantis positæ in centro, quæ utique erit etiam ratio vis puncti positi in *E* in globum jam homogeneum fluido, ad vim in materiam coadunatam in centro, cum vis in globum etiam sit eadem, quæ esset, si is quoque in centrum abiret totus. Referat autem *ED* vim in totam sphæroidem jam totam fluidam, quæ vis erit eadem ac vis in solam sphæroidem similem sphæroidi *ABab* transeuntem per *E*, adeoque erit aliquanto minor vi in globum *EBeb*, & ducta per *C*, & *D* recta, quæ occurrat rectæ *ILA* in *N*, exprimet *AN* vim in totam sphæroidem fluidam, & homogeneam *BAba* secundæ hypotheseos, cum ipsa vis in canali *CA* sit, ut est distantia a centro, *IN* vim in totam massam compositam e sphæroide homogenea, & massa in centro collecta attrahente in ratione directa distantiarum, *NL* vim in utrumque, massâ centri in prima hypothesi attrahente in ratione reciproca duplicata distantiarum. Constructio pro invenienda compensatione.

184. Sit *NO* versus *A* ad *NL*, uti est vis centrifuga in *A* ad gravitatem ibidem totam, & ducta *CO*, quæ occurrat rectæ *GE* in *K*, patet, fore *DK* vim centrifugam Cõtinuatio ejus investigationis.

 gam

gam in E, cum & ipsa vis centrifuga sit proportionalis distantiæ a centro. Quare erit $OKGI$ totum pondus canalis AE in postrema hypothesi massæ attrahentis ex centro in ratione distantiarum, $OKGL$ pondus ejusdem in prima hypothesi massæ illius ex centro attrahentis in ratione distantiarum reciproca duplicata, LGI discrimen ponderum compensandum a particula AM. Satis igitur erit ducere rectam $RMQP$ parallelam $LAON$ ita, ut area $QOLR$, quæ in priore hypothesi exprimit totum pondus particulæ AM, æquetur areæ LGI, quæ exprimit pondus amissum in regressu a secunda hypothesi ad primam.

Methodus eam inveniendi per quadraturā datam hyperbolæ cubicæ.

185. Porro hujus hyperbolæ cubicæ RLG datur area per abscissas, & ordinatas, nam ejus area ab ordinata quavis EG in infinitum producta æquatur rectangulo sub abscissa CE, & ordinata EG, ac proinde area $LAEG$ differentiæ rectangulorum CEG, CAL, & dantur ordinatæ per abscissas, datur autem per abscissas & area terminata rectis CO, CI. Quare facile esset, vel per Geometriam, vel per analysim invenire punctum M ita, ut area $RQOL$ æquaretur trilineo LGI. Verum ob AE exiguam, & AM multo minorem, res multo facilius perficietur, si consideretur arcus GLR, ut rectilineus.

Trilinei hyperbolici valor habito exiguo ejus usui pro rectilineo.

186. Ducta igitur GH parallela EA, erit triangulum LGI ad rectangulum $AEGH$, ut LI ad duplam AH, sive EG. Est autem in primis EG ad HI, ut CE ad GH, sive AE, & cum sit eadem EG ad AL, ut AC^2 ad CE^2, adeoque dividendo ipsa EG ad HL, ut CA^2 ad rectangulum AEa, sive ob Ea proxime duplam CE, & CA proximam CE, ut eadem illa CE ad duplam AE; erit LH proximè dupla HI, & EG ad totam LI, ut CE ad triplam AE.

Determinatio illius compensationis.

187. Habito autem trapezio $QOLR$ pro parallelogrammo cujus basis OL, vel proximè KG, altitudo AM, & trilineo LGI pro triangulo, cujus basis LI altitudo HG, erit LI ad AM, ut LO, vel KD ad $\frac{1}{2}GH$, sive $\frac{1}{2}AE$. Quare compositis rationibus erit EG ad AM, ut $CE \times KG$ ad $\frac{3}{2}AE^2$, adeoque $AM = \frac{3EG \times AE^2}{2KG \times CE}$; unde eruitur

hæc proportio $KG \cdot \frac{1}{2} EG :: \frac{AE^2}{CE} \cdot AM$, sive ut vis tota in æquatore ad $\frac{1}{2}$ vis tendentis in illam massam positam in centro, ita tertia continuè proportionalis post semiaxem, & differentiam ipsius a semidiametro æquatoris ad altitudinem illam quæsitam.

188. Porro tres casus haberi possunt. Vel enim densitas nuclei est major densitate fluidi, vel ipsi æqualis, vel minor. In primo casu debet jacere *EG* cum toto trilineo *LGI* ad partes oppositas rectæ *CE* respectu *EF*, ut vis tota in particulis *EA* coalescat e summa virium in sphæroidem, & centrum. Hoc casu *LGI* est defectus ponderis hypothesis primæ, in qua massa in centro attrahat in ratione reciproca cuplicata distantiarum, ab hypothesi postrema in qua attrahat in ratione simplici distantiarum directa, adeoque suppleri debet ejus defectus addita *AM*. Erit autem semper in eo casu ipsa *AM* perquam exigua. Nam semper *DG* in eo casu erit major, quam *GE*, & cum *DK* respectu *DG* debeat esse perquam exigua, nimirum vis centrifuga respectu gravitatis primitivæ, erit & *KG* vel major ipsa *GE*, vel (si forte densitas fluidi *FE* sit perquam exigua, ut & *DE* sit exigua, adeoque *DK*, vel æqualis ipsi, vel ea minor) eidem æqualis, vel ita paullo minor, ut ad rationem æqualitatis proximè accedant. Quare & *AM* vel erit e contrario minor, quam tertia proportionalis post *CE*, & *FA*, vel ipsi æqualis, vel ea major sed ita paullo, ut proximè ad æqualitatem accedant.

Tres casus nuclei densioris fluido, æque densi, minus densi. Evolutio primi casus.

189. In secundo casu nihil materiæ in centro colligitur, evanescit trilineum *LGI* abeuntibus *LG*, *GI* in *AE*, *EA*, & casus reducitur ad Mac-Laurini determinationem pro fluido homogeneo. Nihil in eo addendum supra illam ellipsim.

Evolutio secundi.

190. In tertio casu *EG* cum suo trilineo *LGI* abit ad partes oppositas in *EG'* cum trilineo *L'G'I'*. Tum vero in centro non colligitur materia nuclei redundans, sed concipitur

Evolutio tertii; massa in centro in eo casu repellens, non attrahens.

pitur in nucleo supplementum materiæ, quod minorem ejus densitatem compenset, & ipsum ad homogeneitatem reducat. Sed idcirco in centro concipi debet tantundem materiæ præditæ vi repulsiva agente in ratione distantiarum reciproca duplicata, quæ materiæ aggestæ nisum elidat. Eo casu trilineum $L'G'I'$ pondus $OKG'I'$ non minuit, sed auget, cum dematur plus, quam demi deberet, si vis repulsiva non cresceret in ratione reciproca duplicata distantiarum, sed cresceret in ratione simplici directa. Hinc AM non deberet addi, sed demi, abeunte ipsa AM in AM' negativam, uti abiit EG in EG'.

Methodũ in tertio casu rite procedere, si densitas nuclei non sit perquam exigua

191. Sed in eo casu nisi EG' plurimum accesserit ad K, omnia ritè procedent. Non accedet autem nisi FG' densitas nuclei fuerit nimis exigua respectu FE densitatis fluidi. Nam vis centrifuga DK semper erit perquam exigua respectu gravitatis DG', & FD semper est exigua respectu FF. Est enim EF ad ED ex hypothesi, ut gravitas puncti E in globum $BEbe$ ad gravitatem in sphæroidem $BAba$, nimirum in sphæroidem ei similem transeuntem per E, adeoque per num. 155, ut $\frac{2}{3}$ CA ad $\frac{2}{3}$ $CA - \frac{4}{15}$ AE, sive ut CA ad $CA - \frac{2}{5}$ AE. Quare in hoc casu id, quod auferendum est, vel est proximum huic tertiæ proportionali, vel ad eam habet rationem non ita magnam, & exiguum manebit; quod semper habebitur, ubi non nimis exigua evaserit densitas nuclei respectu densitatis fluidi.

Compẽsatio circum ubique per gyrum similis.

192. Si in quavis recta CVT fiat idem, addendo nimirum, vel auferendo Tt, quæ sit ad tertiam continuè proportionalem post CT, & VT, proximè, ut est densitas nuclei ad summam, vel differentiam densitatum; totum fluidum erit in æquilibrio. Nam æquilibrium ipsum turbari posset solum ab actione attractionis illius mutuæ agentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, pendentis ab attractione in illum accessum fluidi $AMtT$, quæ prorsus insensibilis est ob exiguitatem, & distantiam. Si autem ejus habenda esset ratio, oporteret alium meniscum adde-

addere, vel auferre, qui differentiam virium compensaret, qui quidem respectu prioris esset prorsus insensibilis. Atque hic quidem illud accidit, quod in maxime convergentibus seriebus, ut bini priores termini ad magnitudinem quæsitam inveniendam abunde sufficiant.

193. Pro casu, in quo recta EG' esset satis proxima EK, vel etiam eandem transcurreret, facile esset vel ope Geometriæ, vel ope calculi finiti definire quantitatem illam AM' demendam ab AE, verum in eo casu solutio nullius est usus, ut infra patebit. Si densitas nuclei sit perquam exigua, adhuc rem definiri posse.

194. Porro figura $BMtb$ abludit nonnihil ab ellipsi. Nam si ea esset ellipsis, uti est BAb, esset ut facile deducitur ex num. 174 tam Vt, quam VT proxime in ratione duplicata sinus anguli bCT, adeoque Vt, ut VT, & idcirco etiam Tt, ut VT. Est autem ex constructione Tt, ut VT^2, cum sit, ut tertia post CV constantem, & ipsam VT; adeoque decrescit versus polos multo minus, quam decresceret, si etiam t esset ad ellipsim. Sed quoniam tota Tt admodum exigua est ubique non solum respectu totius CV, sed etiam respectu VT; tota ejusmodi figura parum admodum ad ellipsi discrepabit, & curvaturam habebit ubique ad sensum eandem, ac illa; in casu autem nuclei rarioris ad circulum accedet magis. Compensatione exigua, curva nova ab ludens ab ellipsi, sed parum.

195. Multo autem minus esset, ac prorsus insensibile id discrimen, ubi agitur de maris æstu, cui tota hæc theoria admodum facile aptari potest. Nam ibi tota elevatio AE, vix ad 10 pedes, sive duos passus assurgit; adeoque tertia post CE passuum 4300, & AE passuum 2, est $\frac{1}{2150}$ unius passus, quod est minus trigesima digiti parte, adeoque quæcumque sit densitas fluidi ambientis respectu densitatis nuclei solidi, elevatio in eo casu casu homogeneitatis nihil ad sensum discreparet. Multo minus fore discrimen in maris æstu.

196. Oportet jam definire ellipticitatem AE in hac postrema hypothesi, in qua habetur massa fluida homogenea, attrahens in ratione reciproca duplicata distantiarum, massa in centro coacervata attrahens in ratione Investigatio ellipticitatis in postrema hypothesi

dire-

directa distantiarum, & vis centrifuga. Eam determinabimus hoc pacto. Dicatur densitas fluidi t, densitas nuclei solidi, quem primo concepimus p, & sit $p-t=q$, quæ, nuclei globo redacto ad homogeneitatem cum fluido, erit densitas massæ in centrum abactæ. Dicatur autem semiaxis $CB=CE=r$, differentia $AE=x$, ac sit ratio vis centrifugæ ad gravitatem totalem in æquatore n ad m. Per hosce valores determinabimus vim in polo B, ac ejus differentiam a vi in æquatore in A, & cum vis in B ad vim in A debeat per num. 121 esse, ut est CA ad CB, erit CA, vel proximè CE ad EA in eadem ratione vis in B ad differentiam virium, quod ipsam AE determinabit.

Vis tota in superficie sphæroidis.

197. In primis vis tota puncti B in globum $BEbe$ radio $CB=r$, & densitate t, juxta num. 154 est $\frac{2}{3}ctr$, in materiam coadunatam in centro $\frac{2}{3}cqr$, in utrumque simul $\frac{2}{3}cpr$, & hæc postrema erit proxima vi toti puncti E in totam sphæroidem cum nucleo, quæ, ubi de tota gravitate agitur, non de differentiis, assumi poterit pro gravitate ubicunque in sphæroidis superficie.

Differentiæ tres vis in æquatore, & polo.

198. Porro ea tria habet discrimina a gravitate in A. Primo quidem vis, qua fertur A in totam sphæroidem fluidam homogeneam superat vim, qua fertur B in eandem, & est per num. 156, ut CA, vel proximè CE ad $\frac{1}{5}AE$, nimirum ut r ad $\frac{1}{5}x$, ita vis puncti B in sphæroidem $=\frac{2}{3}ctr$, ad ejus excessum supra vim in A, qui evadit $\frac{2}{15}ctx$. Deinde est ut $CE=CB=r$ ad $EA=x$, ita vis puncti B in massam in centro positam $=\frac{2}{3}cqr$ ad ejus defectum a vi puncti remotioris A in ipsam, qui evadit $=\frac{2}{3}cqx$. Demum est ut m ad n, ita gravitas illa primitiva $\frac{2}{3}cpr$ communis toti Telluris superficiei, ad vim centrifugam in $A=\frac{2cpnr}{3m}$, quæ in B est nulla.

Formula inde eruta pro ellipticitate.

199. Tota igitur differentia virium B, & A erit $\frac{2}{15}ctx - \frac{2}{3}cqx + \frac{2pcnr}{3m}$, & ratio vis in B ad ipsam erit $\frac{2}{3}cpr$ ad $\frac{2}{15}ctx - \frac{2}{3}cqx + \frac{2pcnr}{3m}$, sive dividendo per $\frac{2}{3}cp$ erit,

ut r ad $\frac{tx}{5p} - \frac{x}{p} + \frac{nr}{m}$, quæ cum esse debeat ratio CB ad EA, sive r ad x, erit $x = \frac{tx}{5p} - \frac{x}{p} + \frac{nr}{m}$, sive $x\left(1 - \frac{t}{5p} + \frac{q}{p}\right) = \frac{nr}{m}$. Posito autem $p - t$ pro q, est $- \frac{t}{5p} + \frac{q}{p} = - \frac{t}{5p} + \frac{p}{p} - \frac{t}{p} = 1 - \frac{6t}{5p}$. Erit igitur $x\left(2 - \frac{6t}{5p}\right) = \frac{nr}{m}$, ac proinde $x = \frac{nr}{2m\left(1 - \frac{3t}{5p}\right)}$.

200. Hæc formula congruit penitus cum ea, quam exhibuit D'Alembertus in opusculo suo de ventorum causa, quod a Berolinensi Academia retulit præmium anno 1747, & cum alia multo generaliore, quam in opusculo de Telluris figura protulit Clerautius; pugnat autem cum iis, quæ Daniel Bernoullius protulit in dissertatione, quæ inter præmio donatas ab Academia Parisiensi habetur ad annum 1640. Continet itidem consectaria quædam, quæ prima fronte videntur paradoxa, & ipsius calculi, ac Geometriæ indoli contraria, sed si rite res expendatur, verissima sane sunt.

Consensus formulæ cum D'Alemberto, & Clerautio, dissensus a Bernoullio.

201. Ut a Bernoullio ducamus exordium, is quidem pro hoc ipso casu nuclei solidi, & fluidi ambientis, ac una cum ipso circumacti in gyrum ejusmodi formulam proponit pro differentia semiaxis a semidiametro æquatoris, ut ipsa differentia sit reciproce proportionalis densitati fluidi; unde intulit æstum aeris atmosphæram elevare ad duo milliaria, quam elevationem in barometro non sentiri censuit ex eo, quod ob elasticitatem atmosphæra statim acquirat æquilibrium quoddam, quo fiat, ut quodcumque superficiei terrestris punctum sentiat medium totius atmosphæræ pondus.

Bernoullii formula, quid secum trahat.

202. Porro id nostræ huic formulæ adversatur. Nam in ea si nucleus sit satis densus respectu fluidi ambientis, erit p numerus admodum ingens respectu t, adeoque fra-

Ejus dissensus a formula hic tradita.

ctio $\frac{3t}{5p}$ perquam exigua, & tota formula æqualis quamproximè $\frac{nr}{2m}$, quæ attenuato in immensum fluido non solum non excrescet in immensum, sed potius decrescet, & in infinitum accedet ad valorem $\frac{nr}{2m}$.

Error Bernoullii detectus etiam a D. Alemberto: erroris fons.

203. Porro non nostra, sed Bernoullii formula a veritate aberrat. Id quidem in eodem illo suo opusculo notavit jam tum D'Alembertus ipse. Id ipsum autem & ego quidem in dissertatione de Maris æstu edita eodem anno demonstravi, ac originem erroris eundem protuli, quem eodem tempore D'Alembertus, quod nimirum in methodo canalium adhibita a Bernoullio non liceat considerare orbes sphæricos concentricos ut densitatis ejusdem. Nam si tota massa esset fluida, orbes diversæ densitatis ipsi etiam elliptici evaderent, cujus rei si habeatur ratio, multo minor elevatio requiritur in æquatore pro compensatione vis amissæ ob vim centrifugam, quam si hæc omnis jactura compensari deberet solo fluido ambiente nucleum, quo casu nimirum hujus fluidi altitudo deberet esse ipsius densitati reciproce proportionalis ad certam jacturam compensandam. Idcirco ego, ut methodum canalium tuto adhiberem, massam solidam prius ad homogeneitatem adduxi, amandata in centrum redundante materia, tum dissolvi. Et quidem evidentissimum est, si tanta in aere altitudinis mutatio haberetur, eam a barometro indicari debere, nec æquilibrium illud quidquam suffragari, ut ipse D'Alembertus notavit itidem. Nam æquilibrium requirit illud, ut quævis particula in omnes plagas æqualibus urgeatur viribus, non ut una urgeatur viribus iisdem, quibus alia alibi sita, veluti intra ipsam atmosphæram particula in summo monte posita minus premitur, quam in ima valle, licet utraque in æquilibrio sit.

204. D'Alem-

204. D'Alemberti formula habetur prop. 6 artic. 28, ubi cum sit ρ semidiameter nuclei, r semidiameter fluidi 1 ad n ratio diametri ad circumferentiam, δ densitas fluidi, Δ densitas nuclei; p gravitas ubicunque in superficie fluidi, φ vis centrifuga in æquatore, tota formula pro differentia semiaxis a semidiametro æquatoris est $\frac{\varphi r}{2p}$: D' Alemberti formula, & ejus reductio ad hic traditam.

$\left(1 - \frac{3n\delta r}{5(n\delta r - n\delta\rho + n\Delta\rho)}\right)$, quæ factis ρ, & r æqualibus ob altitudinem fluidi ad sensum nullam respectu nuclei solidi, evadit $\frac{\varphi r}{2p\left(1 - \frac{3\delta}{5\Delta}\right)}$. Est autem hic mihi $\frac{n}{m}$, c, $\frac{t}{p}$, quod ipsi $\frac{\varphi}{p}$, $2n$, $\frac{\delta}{\Delta}$, quibus valoribus substitutis migrat illa in ipsam meam $\frac{nr}{2m\left(1 - \frac{3t}{5p}\right)}$.

205. Considerentur jam diversæ relationes densitatum t, & p. Si densitas nuclei est immensa respectu densitatis fluidi, evanescit fractio $\frac{3t}{5p}$, & formula evadit $\frac{nr}{2m}$, quæ, imminuto valore p respectu t, perpetuo crescit donec $\frac{3t}{5p}$ unitate est minor, cum totus divisor perpetuo decrescat, ac ubi demum evadit $p = t$, formula evadit $\frac{nr}{2m\left(\frac{2}{5}\right)} = \frac{5nr}{4m}$ ut supra vidimus, ac est valor in casu infinitæ densitatis nuclei ad valorem in casu homogeneitatis, ut $\frac{1}{2}$ ad $\frac{5}{4}$, sive ut 2 ad 5. Atque hi casus intermedii omnes pertinent ad fluidum homogeneum, cujus particulæ se attrahant in ratione reciproca duplicata distantiarum una cum massa in centro posita, & exercente vim attractivam in ratione directa simplici distantiarum, ac reducuntur ad massam in centro positam, & attrahentem in ratione reciproca Diversi casus diversæ densitatis nuclei respectu fluidi. Quid ubi ea major, & æqualis.

proca duplicata distantiarum, adeoque ad nucleum solidum æquè densum paribus a centro distantiis, *sed mediæ* densitatis majoris densitate fluidi, & præditum vi *mutua* attractiva eâdem, qua fluidum, per illud additamentum *AM*; *Tt*. In iis autem casibus omnibus solutio ritè procedit, si vis centrifuga respectu gravitatis sit exigua, cum exiguus evadat valor formulæ respectu *r*, *sive* elevatio exigua, uti suppositum est in eruenda formula *ipsa*, computando ex hac hypothesi differentiam attractionis in æquatore, & polo.

Quid, ubi minor, sed in ratione majore quam 3 ad 5, vel in ea ratione, vel in proxima ipsi, quo casu formulæ valor in immensum excrescit.

206. Si jam sit nucleus minus densus, quam fluidum, præter sphæroidem fluidi homogenei, concipitur in centro massa repulsiva, æquivalens materiæ, quæ fluido additur, ut ad homogeneitatem reducatur. Sed adhuc valor formulæ remanet positivus, donec p ad t, sive densitas solidi ad densitatem fluidi est in ratione majore, quam 3 ad 5, ac perpetuo crescit, & cum adhuc *distantia* ab ea ratione est tanta, ut $1 - \frac{3t}{5p}$, sive $\frac{5p-3t}{p}$, sit fractio multo minor, quam $\frac{m}{2n}$, ellipticitas exigua est, & formula ritè procedit. At ubi ad eam rationem nimis acceditur, jam formulæ valor in immensum excrescit, qui deinde etiam in negativum transit. Circa hosce limites formula jam accurata esse non potest, cum eruta sit ex hypothesi exiguæ excentricitatis tam differentia attractionum in æquatore, & in axe, quam differentia vis repulsivæ pertinentis ad massam in centro positam.

Qua ratione solvi posset problema ellipticitate nimis aucta.

207. Si generaliter assumeretur in ellipsoide *utcunque* compressâ, vel productâ accurata ratio vis in polo ad vim in æquatore per semiaxes ellipseos genitricis, quod Mac-Laurinus præstitit, & vis illa repulsiva proportionalis distantiæ itidem accuratè exprimeretur per easdem, ac ratio vis centrifugæ sub æquatore ad ipsam, quæ constans est; haberetur accurata expressio vis totius in æquatore, ad vim in polo per functiones semiaxium,

in qua

in qua ratione reciproca si ponetentur ipsi semiaxes, haberetur æquatio ad semiaxes ipsos accuratè eruendos, & constructio generalis accurata problematis cum ingenti semiaxium inæqualitate. Tum forma inventa corrigenda esset methodo exposita a num. 183 addendo, vel demendo AM, vel AM' respondentem trilineo LGI, vel $L'G'I'$. Sed jam additamentum AM, Tt, non ita exiguum esset, ut nova correctio negligi posset. Verum ii casus ad rem nostram non faciunt, cum Tellurem videamus proxime sphæricam ellipticitate perquam exigua.

208. Ubi ratio p ad t est adhuc minor, quam 3 ad 5, tum valor formulæ jam est negativus, & indicat æquilibrium haberi non posse in sphæroide compressa ad polos, sed in producta. Et quidem, ubi non ita multum receditur ab illa ratione, jam valor formulæ evadit exiguus, & formula ipsa non erronea. Nam si ratio sit 3 ad 6 erit $\frac{3t}{5p} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$, ac valor formulæ $-\frac{5nr}{2m}$ satis exiguus. Is deinde valor perpetuo decrescit, decrescente densitate nuclei, donec ea evanescente, & nucleo prorsus vacuo, evadat $1 - \frac{3t}{5p}$ valor infinitus, adeoque totius formulæ valor $= o$.

Valor negativus ubi ratio minor quam 3 ad 5, & productio ad polos.

209. Jam vero hic se statim objiciunt quædam, quæ prima fronte videntur paradoxa, & penitus absurda. Et primo quidem illud consequitur, minima etiam, & prorsus insensibili vi centrifuga, sive rotatione etiam, quæ mille annis vix absolvatur, posse admodum sensibilem haberi compressionem. Utcumque enim sit exiguus valor n respectu m, si $3t$ satis proximè accedat ad $5p$, tota formula satis magnum habebit valorem. Comprimetur igitur fluidum motu usque adeo insensibili compressione satis magna, quæ alicubi etiam prope ejusmodi rationem in infinitum excrescet. Utut enim formula eruta ex hypothesi compressionis exiguæ erronea esse possit in casu compressionis ingentis, ut adeo transitus per infinitum fieri

Minima vi centrifuga posse haberi magnā elevationem, ubi ratio sit proximæ rationi 3 ad 5.

fieri possit extra eum locum, quem formula ipsa indicat; adhuc tamen non potest valor qui crescendo transit in negativum, non transire alicubi per infinitum. *Nullus* autem erit limes, ultra quem exiguus esse non possit motus, & vis centrifuga, cum compressione ingenti. Porro videtur evidens per sese, vim centrifugam adeo exiguam nihil ad sensum debere deflectere directionem gravitatis, & nihil ad sensum turbare sphæricæ figuræ æquilibrium. Turbat tamen, & ubi parum admodum coegerit a sphærica figura racedere in casu valoris negativi, crescente inæqualitate gravitatis in polo, & in æquatore semper magis, & crescente in æquatore vi repulsiva materiæ in centro collocatæ, habebitur nova elevationis ulterioris causa, & elevatio initio semper major, serie quadam continuo crescente, donec, ubi formulæ valor est positivus, deveniatur ad æquilibrium, & ubi est negativus, fugiat fluidum in infinitum æquilibrio nusquam invento, & nusquam revocatum.

Quo pacto haberi possit æquilibrium in sphæroide producta ad polos, licet habeatur in æquatore vis centrifuga.

210. Alterum paradoxum est illud, quod si densitas fluidi sit multo major densitate nuclei, debeat cum motu circa suum axem id fluidum conjungere productionem ad polos, & depressionem ad æquatorem. Videtur autem quæcumque sit densitatum ratio, in sphæroide producta ad polos nec æquilibrium canalium, nec directionem superficiei perpendicularem haberi posse: & tamen id ipsum omnino consequitur. Erit nimirum quædam determinata productio ad polos, quæ æquilibrium admittet. Id autem idcirco accidet, quod in sphæroide producta vis in axe est minor quamvis in æquatore *juxta* num. 156. Præterea massa illa in centro posita repellens in ratione directa simplici distantiarum, cum repellat æque canales æquales, repellet præterea magis fluidum in canali tendente ad polum, ut pote longiore, quam in canali tendente ad æquatorem, & id quidem excessu respondente excessui longitudinis. Hinc fieri potest, ut vis centrifuga respondens canali tendenti ad æquatorem com-

compenset accuratè illla bina capita, ex quibus vis in canali tendente ad polum minuitur. Atque id ipsum accidit in casu formulæ abeuntis in negativam, ut facta demonstratione pro eo casu, facile etiam immediate demonstratur.

211. Verum in eo casu notandum maxime illud, quod fluidum sine ulla vi centrifuga collocatum in figura sphærica esset etiam prorsus in æquilibrio. Accedente conversione, pondus in canali tendente ad æquatorem decrescet, & idcirco fluidum ibi elevabitur, & deprimetur ad polos. At quo magis mutabitur figura, eo magis ab æqualitate recedent binorum canalium pondera, viribus singularum particularum majorem habentibus inæqualitatem vis, quam ut ulla inæqualitate longitudinum compensari possit. Adeoque non abibit in eam figuram, quam requirit æquilibrium, nimirum productam ad polos, sed ab ea in infinitum recedet, & demum dissolvetur fluidum ipsum, ac vi repulsiva e centro, & vi centrifuga e conversione perpetuo prævalentibus vi attractionis in sphæroidem, abibit in infinitum.

In eo casu fluidū constitutum extra eum æquilibrii statum recessurū ab eodem magis.

212. Hinc ad habendum æquilibrium in eo casu, oportet habeat immediate illam figuram productam ad polos quæ cum ipso æquilibrio conjungitur. Eam si accipiat, retinebit. At si eam amittat & utcumque paullo minorem compressionem acquirat, non regredietur, sed perpetuo magis recedet ab ea figura ipsa. In minori enim distantia a sphæra, canalis tendens ad polum minus amittet ponderis, quam canalis tendens ad æquatorem, in quo idcirco fluidi altitudo perpetuo augebitur, & per id ipsum aucta semper magis inæqualitate, semper productio fiet minor, tum fiet transitus ad compressionem in polo, & elevationem in æquatore, quæ itidem in infinitum augebitur. Atque itidem censeo, piget enim diutius in iis immorari, ubi casu aliquo elevetur magis fluidum in polis, quam æquilibrium requirat, inæqualitatem pariter augeri debere magis, & fluidum ab æquilibrio semper magis recedere.

Constitui debere in eo statu, ut æquilibrium habeat, sed ipsum minimo motu amissurum.

213.

Idem ibi accidere quod in Auctoris theoria in limite non cohaesionis.

213. Nimirum id ipsum ibi accidet, quod in mea theoria physicæ generalis punctorum indivisibilium, quæ certa lege pro certis distantiis se mutuo repellunt, pro aliis attrahunt. In ipso transitu a vi repulsiva ad attractivam, crescentibus distantiis, eum limitem, in quo fit is transitus, appello limitem cohæsionis, eum vero, in quo crescente distantia fit transitus e contrario a vi attractiva ad repulsivam, dico limitem non cohæsionis, & primi quidem generis limites ubi bina puncta habuerint, servant ita, ut inde per vim demota, se restituant; secundi autem generis limites servant quidem, sed vel tantillum inde dimota, recedunt per se magis, & eum limitem fugiunt. Ita & hic fluidum tuetur id æquilibrium, quod habet in casu valoris positivi formulæ, & inde dimotum eo se sponte restituit, at e contrario si agatur de æquilibrio, quem negativa formula exhibet, ipsum a fluido facile admodum amittitur quovis utcumque exiguo motu, & amissum non recuperatur, sed perpetuo magis ab eo receditur. Quamobrem id æquilibrii genus videtur omnino ineptum ad figuram Telluris vel per diurnam rotationem, vel in maris æstu acquirendam.

Aptior Clerautii theoria nuclei elliptici ad explicandam, si oporteat productionem.

214. Atque eam ipsam ob causam si Terra cum rotatione diurna conjungeret productionem ad polos, aptior sane esset Clerautii theoria, qui nucleum solidum figuræ productæ concipit, cui affusum fluidum accipiat deinde formam productam itidem, sed minus, quamquam eum videtur innuere D' Alembertus, ubi detecta productione fluidi cum æquilibrio per nucleum sphæricum, sed minus densum, concludit, eo pacto haberi posse productionem ejusmodi, etiam sine solido nucleo producto. Nam Clerautius ipse ejusmodi generalem formulam proposuerat pro figura fluidi affusi nucleo elliptico, quæ in casu nuclei sphærici, & exiguæ altitudinis fluidi reducitur ad illam ipsam D'Alemberti formulam, & meam, quæ, nucleo minus denso respectu fluidi quam in ratione 3 ad 5, negativum valorem exhibet, & productionem indicat.

215. Habet ipse in opere de figura Telluris edito anno 1743 generalem formulam §. 31 partis 2 pro ellipticitate sphæronidis, in quam componitur fluidum, quod ambiat nucleum solidum ellipticum densitatis homogeneæ, sed discrepantis a densitate nuclei. Est ipsi semidiameter figuræ fluidi 1, figuræ nuclei a, ellepticitas hujus, sive excessus semidiametri æquatoris supra semiaxem divisus per ipsam semidiametrum æquatoris α, densitas fluidi 1, densitas nuclei $1+f$, ratio vis centrifugæ in æquatore ad gravitatem ibidem φ. Evadit autem formula generalis pro ellipticitate ipsius fluidi, $\frac{6a^5 f\alpha + 5a^3 f\varphi + 5\varphi}{10a^3 f + 4}$. Formula Clerautii.

216. Pro nucleo sphærico fit $\alpha = 0$, & primus numeratoris terminus evanescit. Pro exigua fluidi altitudine fit $a = 1$, adeoque formula evadit $\frac{5f\varphi + 5\varphi}{10f + 4}$. In ea ponatur $\frac{\varphi}{p}$ pro φ, & $\frac{\Delta}{\delta}$ pro $\frac{1+f}{1}$, sive $\frac{\Delta}{\delta} - 1$ pro f, r pro 1, qui sunt valores correspondentes apud D'Alembertum, ac evadit numerator $\frac{\varphi r}{p}\left(\frac{5\Delta}{\delta} - 5 + 5\right) = \frac{\varphi r}{p} \times \frac{5\Delta}{\delta}$, denominator $\frac{10\Delta}{\delta} - 6$, adeoque valor formulæ $\frac{\varphi r}{p} \times \frac{5\Delta}{10\Delta - 6\delta}$ $= \frac{\varphi r}{p} \times \frac{1}{2 - \frac{6\delta}{5\Delta}} = \frac{\varphi r}{2p\left(1 - \frac{3\delta}{5\Delta}\right)}$, prorsus ut apud D'Alembertum, & apud me. Ejus reductio ad D'Alembertianam, & hic traditam.

217. Hypothesis nuclei elliptici non modo utilis est ad conciliandam productionem ad polos cum rotatione, sed etiam ad conciliandam cum eadem quamcumque compressionis magnitudinem, & quamcumque absolutam differentiam gravitatis in diversis latitudinibus. Quamobrem in eam nunc Geometriæ itidem ope juxta instituti mei rationem inquirendum esset. Verum quoniam Hypothesis nuclei elliptici, & aliarum figurarum ejusdem car hic omissa. In hypothesibus hic expositis, quæ ratio incrementi gravitatis. Tab.4. F.21.

ut infra videbimus, longitudini pendulorum *satis*facit nucleus etiam sphæricus, graduum autem series *ellipsim* respuit, & irregularitatem præsefert, ab ea hìc perquisitione abstinebo, & agam de discrimine gravitatis in hypothesibus hucusque expositis. Si fluidum homogeneum est cum nucleo, erit per num. 174 incrementum gravitatis ab æquatore ad polos, ut quadratum sinus latitudinis, atque id ipsum accidet in casu heterogeneitatis. Habetur enim generaliter illud: si quantitas quævis D parum mutetur, mutatio potentiæ D^m erit potentia mD^{m-1} ducta in ejus mutationem, adeoque ob D ad sensum constantem mutatio ipsius potentiæ sequetur rationem eandem, ac mutatio quantitatis simplicis. Porro in secunda hypothesi, quæ ellipsim accuratam requirit, vis tota in superficie est per num. 134, ut normalis, sive reciproce, ut perpendiculum e centro in tangentem, nimirum quamproxime reciprocè, ut *distantia*. *Sola* autem vis in massam in centro positam in ea hypothesi est directè, ut distantia, & ei in prima hypothesi succedit vis reciproca quadrato distantiæ. Quare omnium earum virium mutatio est, ut mutatio distantiæ, nimirum ut quadratum sinus latitudinis. Habetur igitur in secunda hypothesi ea ratio, & in prima itidem additamenta vero illa perquam exigua AM, Tt rem nihil ad sensum turbant.

Formula pro excessu gravitatis in polo, & in quovis loco supra gravitatem in æquatore in casu homogeneitatis nuclei, & fluidi.

218. Discrimen binorum casuum homogeneitatis, & heterogeneitatis erit in absoluta differentia gravitatis in æquatore a gravitate in polis. Gravitas primitiva in æquatore ad ejus defectum a gravitate in polo sphæroidis compressæ in casu homogeneitatis erit juxta num. 155 ut CA, vel proximè CE ad $\frac{1}{5}$ AE. Sit igitur $CE = r$, $AE = x$, gravitas absoluta in æquatore m, vis centrifuga n, & erit differentia virium in æquatore, & polo $\frac{mx}{5r} + n$; erit autem juxta num. 158 $x = \frac{5nr}{4m}$. Quare erit ea differentia $\frac{1}{4}n + n = \frac{5}{4}n$. Quod si sinus latitudinis di-

catur s ad radium $= 1$, erit ipsius quadrato proportionalis excessus gravitatis in quovis loco supra gravitatem in æquatore, adeoque erit $\frac{5}{4} ns^2$ in hac hypothesi homogeneitatis excessus gravitatis in loco quovis, supra gravitatem in polo.

219. Quod si orbes diversi etherogenei sint, & massa in centro collecta agat in secunda hypothesi in ratione directa distantiarum, sit ad massam reliquam, quemadmodum & supra posuimus, ut q ad t, ac $t + q = p$, erit per num. 199, ut r ad $\frac{tx}{5p} - \frac{qx}{p} + \frac{rn}{m}$, vel posito $p - t$ pro q, ut r ad $\frac{tx}{5p} - x + \frac{tx}{p} + \frac{nr}{m} = \frac{6tx}{5p} - x + \frac{nr}{m}$, ita gravitas m ad differentiam gravitatis $= \frac{6mtx}{5pr} - \frac{mx}{r} + n$. Est autem $x = \frac{nr}{2m(1 - \frac{3t}{5p})}$ per num. 199. Igitur posito pro x hoc valore, erit differentia gravitatis $\frac{3tn}{5p(1 - \frac{3t}{5p})} - \frac{tn}{2(1 - \frac{3t}{5p})} + n$, sive $\frac{6tn}{10p - 6t} - \frac{5pn}{10p - 6t} + \frac{10pn - 6tn}{10p - 6t} = \frac{5pn}{10p - 6t} = \frac{n}{2(1 - \frac{3t}{5p})}$, ubi ratio t ad p est ratio densitatis nostrorum marium ad mediam densitatem Telluris.

Formula pro eodem in casu cujuscumque densitatis nuclei pro secunda hypothesi.

220. At in prima hypothesi, in qua massa in centro collecta agit in ratione reciproca duplicata distantiarum, differentia virium erit major. Nam e tribus differentiis virium, quas superiore numero desumpsimus ex num. 199 ad primam illam proportionem, prima $\frac{tx}{5p}$, quæ agit in sphæroidem homogeneam, & tertia, quæ pertinet ad vim centrifugam, manent in regressu, a secunda hypothesi ad primam: secunda $-\frac{qx}{p}$, quæ pertinet ad massam in centro

Formula pro prima.

tro collectam, & exprimitur in fig. 21 a lineola *HI*, mutatur in $\frac{2qx}{p}$, quam ibidem exprimit lineola *HL* priori contraria, & ejus dupla. Quamobrem satis erit a superiore formula differentiæ $\frac{5pn}{10p-6t}$ auferre $-\frac{mqx}{rp}$, & ipsi addere $\frac{2mqx}{rp}$, sive ipsi addere $\frac{3mqx}{rp}$, ut habeatur formula pro prima hypothesi. Est autem $\frac{5pn}{10p-6t}=\frac{5n}{2}\times\frac{p}{5p-3t}$, & ob $x=\frac{nr}{2m(1-\frac{3t}{5p})}$, sive $\frac{5pnr}{2m(5p-3t)}$, est $\frac{3mqx}{rp}=\frac{3q}{p}\times\frac{5pn}{2(5p-3t)}=\frac{5n}{2}\times\frac{3q}{5p-3t}=\frac{5n}{2}\times\frac{3p-3t}{5p-3t}$. Quare tota hujusmodi formula jam erit $\frac{5n}{2}\times\frac{4p-3t}{5p-3t}$.

Theorema elegans inde deductum.

221. At hic oritur elegantissimum theorema, quod longe alia methodo invenit Clerautius, & quod elegantiorem adhuc exhibet nexum quendam inter binas hasce meas hypotheses, quæ, quod pertinet ad figuram, æquipollent, in gravitatis autem absoluta differentia plurimum discrepant. Assumatur nimirum differentiæ inventæ ratio ad gravitatem totam m, sive $\frac{5n}{2m}\times\frac{4p-3t}{5p-3t}$, & illi addatur ellipticitas $\frac{x}{r}$, sive $\frac{5pn}{2m(5p-3t)}$, nimirum $\frac{5n}{2m}\times\frac{p}{5p-3t}$ & habebitur $\frac{5n}{2m}\times\frac{5p-3t}{5p-3t}=\frac{5n}{2m}$. Est autem, ut vidimus, $\frac{5n}{4m}$ ellipticitas in casu homogeneitatis. Quare dupla ellipticitas in casu homogeneitatis, æquatur fractioni, quæ exprimit rationem differentiæ gravitatum in æquatore, & polo ad gravitatem totam, ac ellipticitati, quæ habetur, si Tellus paribus a centro distantiis homogenea sit;

& hæc

& hæc habetur si illa ratio auferatur a dupla ellipticitate in casu homogeneitatis, nimirum ab $\frac{1}{115}$; nam ea ellipticitas est per num. 159 respectu semiaxis $\frac{1}{230}$, & ejus duplum $\frac{1}{115}$.

222. Porro in prima mea hypothesi ellipticitas debet esse ipsa illa differentia gravitatum divisa per totam gravitatem, cum per num. 121 sint vires in verticibus semiaxium reciprocè proportionales ipsis semiaxibus, licet alia esset ipsius differentiæ gravitatis expressio per densitates. Quare si hanc ellipticitatem, quam differentia gravitatum per observationes definita vocemus ellipticitatem secundæ hypotheseos, primam autem, quæ nucleo paribus a centro distantiis equè denso respondet, vocemus ellipticitatem hypotheseos primæ, habebitur hoc elegans theorema. *Ellipticitas in casu homogeneitatis est media arithmeticè proportionalis inter ellipticitates earum binarum hypothesium.* Aliud inde profluens.

223. Patet autem jam & illud, licere per observationes pendulorum factas in diversis Terræ locis inquirere in figuram Telluris, & in ipsam gravitatis primitivæ naturam, posito, quod Tellus paribus a centro distantiis sit homogenea. Nam in primis pendulorum isochronorum longitudo est, ut gravitas. Quare si pendulorum ejusmodi incrementa ab æquatore ad polos non sint, ut quadrata sinuum latitudinis; vel Newtoniana gravitatis lex non est accurata, vel Tellus non est homogenea, nec orbes concentrici homogenei sunt, nec gravitas dirigitur ad datum centrum ita, ut sit constans, vel in ratione distantiæ a centro, in quibus hypothesibus deberent ea incrementa ejusmodi rationem sequi. Quæ fieri jam possint perquisitiones ope pendulorum isochronorum.

224. Si ejusmodi rationem sequantur, & Telluris orbes concentrici homogenei sint, ac gravitate Newtoniana præditi, & binæ habeantur observationes pendulorum, altera sub æquatore, altera in loco satis remoto, facile inde eruetur ellipticitas methodo exposita num. 220. Fiat ut quadratum sinus latitudinis ejus loci ad quadratum radii, vel ut dimidium sinus versi latitudinis duplicatæ ad radium, Ratio ellipticitatis eruendæ.

dium; ita differentia longitudinis penduli in loco dato a longitudine penduli sub æquatore ad quartum, & habebitur differentia longitudinis penduli in polo, cum radius sit sinus latitudinis 90°, & diameter sinus versus ejus dupli. Hæc differentia dividatur per longitudinem penduli totam, & habebitur ellipticitas in secunda hypothesi. Hujusmodi ellipticitas auferatur ab $\frac{1}{115}$, & habebitur quæsita ellipticitas pro casu Telluris paribus a centro distantiis homogeneæ, & gravitate Newtoniana præditæ.

Formula pro ratione densitatũ. 225. Poterit etiam definiri ratio densitatum per ipsas pendulorum longitudines observatas ope formulæ $\frac{5n}{2m} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$, quæ exhibet differentiam gravitatis in æquatore, & polo. Si differentia pendulorum inventa pro iis binis locis dicatur h, & longitudo tota l, erit $\frac{5n}{2m} \times \frac{4p-3t}{5p-3t} = \frac{h}{l}$. Quare $\frac{4p-3t}{5p-3t} = \frac{2mh}{5nl}$, sive $20npl - 15ntl = 10mph - 6mth$, vel $20npl - 10mph = 15ntl - 6mth$. Quare demum $\frac{t}{p} = \frac{20nl-10mh}{15nl-6mh}$, quæ quidem formula evadit 1, nucleo eandem habente densitatem cum solido, si fuerit $20nl - 10mh = 15nl - 6mh$, sive $5nl = 4mh$, sive $\frac{h}{l} = \frac{5n}{4m}$, quæ in eo casu est ellipticitas, & ratio differentiæ gravitatum ad gravitatem.

Crescente densitate versus centrum, differentia gravitatum major, ellipticitas minor. 226. Porro facile deducitur & illud, in sphæroide parum compressa, si differentia gravitatum sit major, quam $\frac{1}{232}$ totius, quam differentiam requirit homogeneitas, densitatem versus centrum in prima hypothesi fore majorem, ellipticitate vero minorem. Nam in formula $\frac{2m}{5n} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$, erit $5p$ multo major terminus, quam $3t$, adeoque & $4p-3t$ terminus positivus. Crescente p, crescet numerator, & denominator, sed ob idem $3t$ utrique ablatum, ratio illius ad hunc crescet, adeoque crescet etiam ratio differentiæ gravitatis ad totam gravitatem,

quam

quam exprimit ea formula, & ea ablata ab $\frac{1}{115}$ decrescet ellipticitas.

227. Quod si incrementum longitudinis penduli non sit, ut quadratum sinuum latitudinis, sed in quavis ratione mutetur ab æquatore ad polum, poterit inveniri lex gravitatis directæ ad centrum, quæ satisfaciat ei mutationi; quod quidem admodum facile præstabitur in fig. 2, si vis centrifuga in æquatore sit satis exigua respectu gravitatis ibidem in eo sensu, quem exposui numero 73. Facto enim quovis angulo FRB, & assumpta FK ad FC, ut est $\frac{1}{2}$ Fr ad FV, ductâque Ks parallela FV, quæ occurrat in s rectæ Cr, satis erit assumere sQ ad RV, ut est longitudo penduli, seu gravitas sub æquatore, ad longitudinem penduli, seu gravitatem in latitudine proxime æquali angulo FRB. Ductâ enim curvâ per omnia puncta Q, habebitur lex gravitatis, quæ datam ejus mutationem exhibeat. Verum & hic compressio erit ad semidiametrum æquatoris, ut dimidia vis centrifuga in æquatore ad gravitatem ibidem, & decrementum distantiæ erit proxime, ut quadratum sinus latitudinis.

Incrementa utcumque irregularia posse conciliari cum vi quadam tendente ad centrum.

228. In omnibus autem hisce casibus debebit & gravitas primitiva, & residua in eadem latitudine, longitudinibus locorum utcumque mutatis, esse eadem, cum debeat figura fluidi esse sphærois orta ex conversione curvæ cujusdam circa proprium axem, parallelis omnibus existentibus accurate circulis, & vi gravitatis in iis omnibus accurate æquali. Si autem in diversis longitudinibus, & eâdem latitudine inveniatur diversa gravitas, tum vero gravitas primitiva omnino non poterit dirigi ad idem unicum centrum, poterit autem sæpe ejusmodi etiam inæqualitas conciliari cum æquilibrio in hypothesi attractionis, dummodo densitas in iisdem etiam a centro distantiis sit diversa certâ quadam lege, vel prorsus irregulariter, prout ipsa gravitas certâ quadam lege, vel omnino irregulariter diversa erit in diversis longitudinibus, vel latitudinibus locorum.

Quid cum ejusmodi vi conciliari non possit, possit cum gravitate Newtoniana.

229. Et quidem inæqualitas hæc densitatum satis ma-

Alia, quorum hic tractatio omittitur.

gna in iisdem etiam distantiis, si assumatur certis quibusdam legibus, ut & si nucleus certis quibusdam figuris præditus sit; figuræ Telluris, & mutationes gravitatis longe aliæ obvenient, & infinitum esset ea persequi, quorum deinde applicatio ad Naturam esset nulla sine hypothesibus prorsus arbitrariis, & confictis. Quamobrem ego ea etiam omnia omittam, & addam tantummodo nonnulla, quæ pertinent ad inæqualitates quasdam densitatis, & figuræ irregularitates, quas est admodum probabile existere in Natura, & quæ tam hìc, quam in sequenti capite nobis usui futura sunt.

Deviatio penduli quiescentis, & incrementum gravitatis ex globo unius milliarii imposito superficiei Terræ ad latus. Tab. 4. Fig. 22.

230. Sit in fig. 22 Tellus *BAD* figuræ sphæricæ, & paribus centro distantiis homogenea. Sit autem in ipsa ejus superficie globus *E*, cujus semidiameter sit unius milliaris, Geographici, qualium 60 gradum medium circuli maximi complent. Pondus ex *F* suspensum sine ejusmodi globo imposito dirigeretur per rectam *FG* tendentem ad Terræ centrum *C*. Sed vi globi deflectet per *FI* ita, ut, ducta *IG* perpendiculari ad *FC* sit, ea ad *FG*, ut est vis in globum ad vim in Terram. Est autem ejusmodi ratio eadem ex Newtoni demonstratis, ac ratio semidiametri globi ad semidiametrum Terræ. Quare hinc duo deduci possunt: primo quidem deduci potest angulus *IFG* deviationis penduli, secundo incrementum gravitatis *FI* supra *FG*.

Deviatio penduli calculo inde eruta.

231. Quod ad primum pertinet, erit, ut semidiameter Terræ, quæ quidem est ejusmodi milliariorum proxime 3438, ad semidiametrum globi *E* unius milliarii, ita *FG* ad *GI*, sive ita radius 100000 ad tangentem anguli quæsiti *GFI*, quæ evadit 29 quamproximè, nimirum tangens unius minuti primi. Quamobrem ejusmodi massa detorquet pendulum angulo minuti unius; globus autem major, vel minor magis, vel minus densus, sed exiguus respectu totius Telluris, ut nimirum deviatio exigua sit proportionalis suæ tangenti, detorquebit pendulum magis, vel minus in ratione diametri, vel densitatis auctæ, vel imminutæ, ac in majori distantia a globo minore minus in ratione reciproca duplicata distantiæ ab ejus centro.

232. In-

232. Incrementum autem gravitatis ad gravitatem totam erit, ut *FG* ad ejus differentiam ab *FI*, quæ differentia juxta ea, quæ demonſtrata ſunt opuſculo 4 n. 349 eſt proxime tertia poſt duplam *FG*, & *GI*, ſive $\frac{29 \times 29}{200000} = \frac{841}{200000}$, minor, quam $\frac{1}{200}$. Quare gravitas ad incrementum erit in ratione majore, quam ſit 100000 ad $\frac{1}{200}$, ſive 20000000 ad 1; unde patet id incrementum inſenſibile prorſus eſſe.

Incrementum gravitatis nullum ad ſenſum.

233. At ſi is globus eſſet infra *G* ita, ut jaceret in recta *FC*, ut nimirum ſi infra ſuperficiem ſit, ubi denſitas per id intervallum ſit tanto major, tum deviatio penduli eſſet nulla, & incrementum gravitatis ad gravitatem totam eſſet, ut 1 ad 3438. Id incrementum in pendulo oſcillante ad ſingula minuta ſecunda non eſt prorſus inſenſibile. Nam juxta num. 68 penduli longitudo, ubi minima eſt ſub æquatore, eſt minus, quam linearum 440, adeoque pluſquam octava lineæ parte pendulum ipſum contraheret, ac maſſa octuplo denſior, vel octuplo majorem habens ſemidiametrum infra ſuperficiem deliteſcens, & reliquæ Telluri immixta pendulum per unam lineam contraheret.

Si globus ſit infra ſuperficiem, deviatio nulla incrementum $\frac{1}{8}$ lineæ.

234. Globus a poſitione *A* ad poſitionem *E* perpetuo delatus per circuli quadrantem primum effectum parit perpetuo majorem, ſecundum perpetuo minorem, qui tamen eos effectus præſtat in pendulis ſibi proximis; nam in pendulo etiam ſolis decem paſſuum millibus remoto præſtare debet effectum decies decuplo, ſive centuplo minorem. Illud autem omnino patet, ſi is globus ſit ſuperficiei proximus infra ipſam ſitus, pendulum autem non ipſi immineat, ſed ad latus ſit, vix quidquam debere augere vim gravitatis, ſed debere adhuc multum deflectere pendulum. Præterea idem præſtare cavitatem aliquam, quæ ſit ſuperficiei Telluris proxima, in contrariam partem,

Quid in intermediis poſitionibus globi: quid in aliqua diſtancia in ſuperficie: quid alte infra ipſam: quid cavitas.

tem, cum ex ea parte desit materia, & vis gravitatis ex ea parte sit minor, quam esset sine ejusmodi cavitate. Quod si globus multo altius demersus sit infra superficiem, pondus in *C* situm necessario trahet multo obliquius, adeoque magis augebit gravitatem, quam possit detorquere ejus directionem, sed ut eundem effectum præstet debebit habere, vel diametrum, vel densitatem majorem in ratione duplicata distantiæ centri auctæ, cum in ea ratione inversa vis singularum particularum decrescat.

Multo minus turbari eodem globo, ubi is maxime turbat, longitudinem penduli oscillantis, graduum mensuram.

235. Illud etiam colligitur facile, incrementum gravitatis, quo penduli oscillantis ad singula secunda augetur longitudo in situ sibi maximè favente, multo minus debere turbare seriem longitudinum eorum pendulorum, quam deviatio penduli quiescentis in situ sibi maximè favente turbet seriem graduum. Nam ea massa, quæ pendulum prius octava lineæ parte producit, adeoque cum id sit linearum proxime 439, ipsum mutat minus, quam $\frac{1}{3500}$ sui parte, eadem penduli deviationem parit unius minuti, quæ ubi unicum gradum dimetimur, inducit in eum errorem, qui est pars sexagesima totius gradus, nimirum hexapedarum proxime 950, multo majorem toto discrimine invento inter gradus remotissimos; ubi autem dimetimur gradus tres simul, adhuc inducit errorem $\frac{1}{180}$ partis, sive hexapedarum plusquam 310 adhuc immanem.

Quid ex majore, vel minore densitate versus centrum: quid ex eadem versus æquatorem in superficie.

236. Notandum autem & illud, quod per sese patet, omnia hujusmodi incommoda multo minora esse, si Tellus versus centrum sit multo densior, sed etiam esse multo majora, si ea rarior sit, vel etiam vacuo nucleo constet. Si prope superficiem sit multo densior versus polos, quam versus æquatorem, patet ex hisce, quæ hic demonstravimus, gravitatem debere esse minorem ad æquatorem etiam ex eo capite, & densitas duplo major ad polos per altitudinem milliariorum 8 pareret per se sola discrimen unius lineæ in longitudine penduli oscillantis ad singula secunda.

237. Newtonus censuit prope æquatorem debere densitatem esse potius majorem in partibus nimirum a Sole quodammodo veluti tostis. Ego contra, cum tam multa corpora dilatentur caloris vi, & vi frigoris adstringantur, opinor debere potius rariora ibi esse corpora ob id ipsum. Sed externi caloris, & frigoris vis ad tantam altitudinem infra superficiem non pertingit, ut effectum sensibilem edat in partem utramlibet.

Densitatem versus æquatorem debere potius esse minorem.

238. Videtur majorem in internis partibus densitatem significare illa Condaminii, ac Bouguerii observatio, qua attractionem montis ingentis Americani invenerunt 7 secundorum, ita nimirum exiguam, & quadrante ita exiguo, ut sub sensum vix cadat, quæ in tanta molis monte debuisset esse multo major, si ejus densitas densitati mediæ Telluris par extitisset. Verum montes quidem plerique, ut ego arbitror, effecti sunt intumescentibus interni caloris vi stratis superficiei proximis; quod quidem si ita contigit, nihil ibi materiæ accedit, & vacuus intra viscera hiatus compensat omnem illam apparentem materiæ in montem assurgentis congeriem.

Densitatem in internis partibus majorem erui non posse ex exigua attractione montis ingentis.

239. Crediderim ego sane majorem effectum deviationis penduli haberi posse, ubi perpetuum Telluris solum assurgit per ingentem tractum, ut a mari infero ad superum perpetuo assurgit Italia, quam ubi in coni formam assurgit mons. Et quidem tum multo etiam minor altitudo sufficit ad effectum satis ingentem. In dissertatione de Observationibus Astronomicis edita anno 1742 habeo num. 21 problema, quo quæritur attractio corpusculi collocati in centro sphæræ cujusdam in stratum ejusdem sphæræ clausum plano verticali transeunte per centrum, plano horizontali transeunte per centrum, alio plano huic parallelo ad datam ab eo distantiam, & superficie ipsius sphæræ. Posito, quod particulæ cujuscumque vim referat ejus massa divisa per quadratum distantiæ, ut exprimente 1 ad c rationem radii ad circumferentiam, attractio corpusculi siti in superficie sphæræ cu-

Major effectus perpetui soli assurgentis. Determinatio effectus strati certæ magnitudinis.

juſpiam habentis radium r ſit $\frac{2}{3}cr$ juxta num. 154, & poſito radio ſtrati ſphærici propoſiti $= m$, diſtantia binorum planorum horizontalium $= 1$, quæ reſpectu m ſit ſatis exigua, contemptis terminis, qui dividuntur per m^2, m^4 &c, invenio attractionem $= 2$ log. $m + 2.96$. Inde vero primum calculo inito pro altitudine pedum 50, ſive paſſuum 10, quorum ſemidiameter Terræ contineat millia 4000, qui eſt proximè numerus pedum Pariſienſium contentus in ſemidiametro Terræ, ut ea contineat ejuſmodi unitates conſtantes paſſibus denis 400000, pro diſtantia vero m milliariorum 100, ut m ſit $= 10000$, invenio vim gravitatis $\frac{2}{3}cr$ ad vim in illud ſtratum eſſe, ut eſt 10000000 ad 128, quæ eſt ratio radii ad tangentem 2'', 38''', & ea eſſet aberratio penduli conſtituti prope ejuſmodi ſtratum, ſi id eſſet ejuſdem denſitatis cum media denſitate Terræ.

Effectum ejuſmodi eſſe ad ſenſum proportionalem ſoli craſſitudini ſtrati.

240. Deinde noto illud etiam, ſatis aucto, vel imminuto radio ſphæræ, cujus ſtratum aſſumitur, vix quidquam mutari ejus logarithmum, ſi numerus m ſit magnus, cum logarithmi ingentium numerorum parum mutentur, adeoque parum admodum mutari valorem formulæ, eundem autem, mutata ſtati craſſitudine mutari fere in eadem ratione, mutata autem denſitate media Telluris, & manente denſitate ſtrati, mutati in ratione reciproca denſitatis mutatæ.

Solum elevatum ad diſtantiam 100 paſſuum deviare pendulum per 4'.

241. Hinc autem conſequitur, illud ſolum perpetuo elevatum ad diſtantiam 100 milliariorum, & aſſurgens per paſſus 100, cujuſmodi altitudines paſſim occurrunt, parere deviationem 20'', 280''' $=$ 24'', 40''', cujus altitudo ſi ad mille paſſus aſſurgeret, plus quam 4 minutorum deviationem ſecum traheret in pendulo.

Inde methodum eſtimandi mediam denſitatē Telluris per ſtratum marini æſtus.

242. Atque inde ego tum quidem & methodum deduxi detegendi rationem mediæ denſitatis totius Telluris ad denſitatem aquæ, quam methodum ibidem propoſui. Si nimirum in aliquo ex iis locis Angliæ, & continenti interjectis, in quibus quandoque maris æſtus ad

50 pe-

50 pedes assurgit, ad ipsum maris littus sit turris, & in ea pendulum longius, ubi adveniente æstu succedit strato aeris stratum aquæ crassum pedes 50, & ad multa passuum millia protensum, deberet pendulum ipsum moveri nonnihil aquam versus, & microscopio adhibito motus is ingens appareret; qui quidem si duorum circiter secundorum esset, indicaret densitatem marium mediam æqualem densitati aquæ, cavitatibus compensantibus marmorum, ac metallorum prævalentem densitatem. Sin autem major, vel minor esset, minoris, vel majoris densitatis mensuram proderet, qua methodo haud scio, an ulla sit aptior, & an ulla alia ad rem ita apta unquam sit proposita ad æstimandam quantitatem materiæ in tota Tellure.

243. Sed eo omisso, ut redeamus ad rem nostram, patet illud, inæqualitates plurimas prope superficiem ubique occurrere, sola elevatiora, hiatus vel apertos, vel occultos; montium juga, metallorum fodinas, atque alia ejusmodi, quorum actio videatur æquivalere posse actioni etiam globi unius milliarii. Quare non est sperandum, ut progressus longitudinis pendulorum ab æquatore ad polum ita regularis sit, ut aliquot centesimis lineæ partibus non aberret ab incremento proportionali duplæ latitudinis sinui verso, nec ut nullæ occurrant deviationes pendulorum, quæ graduum mensuram turbent, quanquam hanc quidem multo magis turbare debent, quam illam.

Irregularem Telluris textum prope superficiem debere turbare & pendula isochrona, & gradus, sed hos multo magis.

244. Atque hoc pacto demonstrata jam hic habentur plurima etiam ex iis, quæ primo opusculo proposita fuerant a num. 46, & patet aditus inquirendi in Telluris figuram; ac densitatem per observationes pendulorum oscillantium ad singula minuta secunda, quorum longitudines gravitati proportionales sunt, ut supra etiam diximus.

Quid jam hinc demonstratum, quid inde aggrediendum.

245. Pendulorum ejusmodi longitudines observatæ passim occurrunt apud Auctores, & satis amplum earum seriem

Quæ pendulum longitudines hic adhibendæ, & unde assumendæ.

feriem collegit Bremondius in annotationibus ad Transactiones Anglicanas ab eo Gallicè editas. Verum sunt ibi plures observationes parum admodum accuratæ, & quidem pleræque ex iis non ea diligentia, nec peractæ instrumentis adeo accuratis, ut ea sunt, quæ nunc adhibentur. Hinc reliquis ego omissis omnibus, quinque tantummodo seligam, quarum priores quatuor occurrunt in Bouguerii opere de Figura Telluris pag. 342, quas ipse ab aeris etiam impedimento liberavit, reducens ad eas, quæ haberentur in vacuo, & caloris inæqualitate, postremam inde deduco, & ex differentia 59″, quam Maupertuisius invenit horis 24 in eodem Grahami pendulo Pelli in Lapponia, ac Parisiis, unde deducitur ratio ponderum in iis locis 100137 ad 100000, ex qua ratione factis, ut 100000 ad 137, ita longitudo penduli Parisiensis Bougueriana in vauco linearum 440.67 ad quartum, prodit 0.60, quo addito ipsi longitudini penduli Parisiensis habetur longitudo ipsius Pelli 441.27.

Observationes Romæ institutæ cur nulli nunc usui.

246. Pro ipsius penduli longitudine plures ego superiore mense observationes inii cum Condaminio in hoc Collegii Romani Musæo usus eo ipso pendulo, quo ipse in America est usus, & deinde Caillius ad promontorium Bonæ Spei, sed quoniam accuratum numerum oscillationum eodem illo pendulo inventarum vel in America, vel Parisiis nusquam Condaminius ipse adhuc edidit, nec secum habet, editurus olim cum cæteris observationibus suis pluribus, non possum comparationem harum gravitatum cum æquinoctiali, vel Parisiensi instituere, & invenire accuratam penduli longitudinem pro hisce locis. Eas idcirco observationes hic omitto, quas ego alibi, vel potius Condaminius ipse publici juris faciet. Interea hasce quinque adhibebo, quas continet sequens tabella.

Tabella ad eam rem pertinens: quid ea contineat.

247. In ea in prima columna adest locus observationis, in secunda latitudo loci, in tertia dimidium sinus versi latitudinis duplicatæ ad radium = 10000, in quarta longitudo penduli expressa lineis pedis Parisiensis, in quinta ejus differentia a prima.

Lo-

Locus obſervationis	latitudo ° ′	½ ſin. verſ.	longit. penduli	differētia
Sub Æquatore	0, 0	0	439, 21	0
A Portobello	9, 34	271	439, 30	, 09
A Petit-Goave	18, 27	1002	439, 47	, 26
Pariſiis	48, 50	5667	440, 67	1, 46
Pelli	66, 48	8450	441, 27	2, 06

248. Jam vero in primis videre licet hoc pacto, quantum aberrent a ratione ſinus verſi latitudinis duplicatæ. Fiat ut differentia primi dimidii ſinus verſi a poſtremo 8450 ad radium 10000, ita differentia primi, & poſtremi penduli 2. 06 ad differentiam primi ab eo, quod habere deberet in polo, quod quidem invenitur 244. Tum ut radius ad quodvis aliud dimidium ſinus verſi, ita hic numerus 2. 44 ad quartum, qui erit differentia debita accuratæ rationi ſinuum verſorum latitudinis duplicatæ. Eo pacto obtinentur ejuſmodi differentiæ a primo pendulo 0, 7, 24, 138, 206. Hæ differentiæ congruunt cum iis, quæ habentur in tabella intra paucas centeſimas lineæ partes, ſecunda intra 2, tertia intra 2, quarta intra 8, diſcrimine utique perquam exiguo.

Differentiæ penduli ex calculo, & ex obſervatione ſatis congruentes.

249. Deinde poſſunt aſſumi dena binaria longitudinum, & factis, uti eſt differentia dimidiorum ſinuum verſorum ad radium, ita differentia earum longitudinum ad quartum, qui erit differentia debita pendulo ſito in ipſo polo. Verum quoniam priores tres longitudines parum admodum a ſe invicem differunt, iis omiſſis reliqua binaria erunt 7. Ea ſingula non ita multum diſcrepant in ejuſmodi totali differentia exhibenda, & in ſingulis inventa differentia exhibet juxta num. 125 ellipticitatem pro ſecunda hypotheſi numeri 222, ſi eadem dividatur per longitudinem penduli ſub æquatore, & pro prima, ſi ea ellipticitas auferatur a fractione $\frac{1}{115}$..

Adhibenda eſſe binaria omnia obſervationum non nimis proximarum. Quo pacto adhiberi debeant.

250.

Tabella ejusmodi comparationum.

250. Habentur in tabella sequenti ejusmodi producta. Continet prima columna longitudines, quæ comparantur, expressas numeris denotantibus earum ordinem expositum num. 247, secunda continet differentiam illam totalem inventam, tertia ellipticitatem inde provenientem pro secunda illa hypothesi, quarta pro prima.

1, & 5	2. 44	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{319}$	1, & 4	2. 58	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$
2, 5	2. 41	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	2, 4	2. 54	$\frac{1}{173}$	$\frac{1}{343}$
3, 5	2. 42	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	3, 4	2. 57	$\frac{1}{171}$	$\frac{1}{351}$
4, 5	2. 16	$\frac{1}{203}$	$\frac{1}{265}$				

Consensus omnium binariorum dempto unico.

251. Patet ex hac tabella non ita multum a se invicem differre determinationes hujusmodi. Dempta enim quarta, quæ petita ab observationibus satis proximis aliquanto magis aberrat, reliquæ satis belle inter sese conveniunt potissimum pro prima hypothesi. Demptâ illâ, erit differentia omnium media 249, ex qua secundæ hypotheseos ellipticitas $\frac{1}{176}$ primæ autem $\frac{1}{335}$.

Tellurem habere eam minus densam, quam sint maria.

252. At quoniam in casu homogeneitatis differentia totalis juxta num. 214 deberet esse $\frac{5}{4}n$, nimirum $\frac{1}{230}$ totius, patet observationes homogeneitati obsistere. Quoniam vero majorem observationes exhibent gravitatis differentiam, facile deducitur, si Tellus orbes sphæricos habeat homogeneos, eam magis densam esse debere, quam sint nostra maria, juxta num. 226.

Ratio ejusmodi densitatum quæsit.

253. Ratio autem densitatis mediæ haberi potest ex formula numeri 225 ope longitudinis sub æquatore, & differentiæ cujusvis alterius penduli ab eo. Sed satius erit adhibere differentiam mediam inventam linearum 2. 49, vel potius ejus differentiæ rationem ad gravitatem to-

tam

tam $\frac{1}{176}$. Satis erit hunc valorem substituere in formula numeri 225, in qua $\frac{t}{p} = \frac{20nl - 10mh}{15nl - 6mh}$, sive $\frac{20 - 10 \times \frac{mh}{nl}}{15 - 6 \times \frac{mh}{nl}}$. Est enim $\frac{n}{m} = \frac{1}{289}$, $\frac{h}{l} = \frac{1}{176}$. Quare $\frac{mh}{nl} = \frac{289}{176}$. Hoc numero substituto, habetur $\frac{3520 - 2890}{2640 - 1734} = \frac{630}{906} = \frac{105}{151}$, satis proxime $\frac{2}{3}$. Nimirum densitas marium ad densitatem mediam Telluris, ut 105 ad 151, vel ut 2 ad 3.

Ratio densitatis in secunda hypothesi.

254. Eadem in secunda mea hypothesi e contrario obveniret major. In eâ, differentiâ gravitatis divisâ per gravitatem juxta num. 219, & 222, evadit $\frac{n}{2m(1 - \frac{3t}{5p})}$, qua facta $= \frac{h}{l}$, eruitur $\frac{t}{p} = \frac{5}{3} - \frac{5nl}{6mh} = \frac{5}{3} - \frac{880}{1734} = \frac{1005}{867}$, vel proxime $\frac{7}{6}$. Sed de iis iterum aliquid in fine sequentis capitis.

CAPUT II.

De figura Telluris, quae oritur ex mensura graduum.

Quid sit gradus generaliter, quid in sphaera.

255. Gradum Telluris dicimus eum tractum, ex cujus extremis finibus ductae binae rectae normales ipsius superficiei, ubi conveniunt, angulum continent unius gradus. Si Tellus est sphaerica, rectae omnes superficiei perpendiculares concurrunt in centro; adeoque si ea secetur plano quovis, rectae normales sectioni ipsi, quae inter se parallelae non sunt, coeunt aliubi, & si satis remota sint sectionis puncta, ex quibus discedunt, angulum continent unius gradus. Quamobrem in sphaera in quavis positione habentur gradus, & omnes gradus sectionum transeuntium per centrum, nimirum gradus circulorum maximorum sunt aequales inter se.

Quid gradus meridiani in aliis solidis rotatione genitis.

256. In corpore abludente a sphaera non spemper binae rectae superficiei perpendiculares sibi invicem occurrunt. Si id corpus sit ortum ex conversione curvae cujus-

dam circa proprium axem, & concipiatur *sectio* quævis per axem, quæ in casu Telluris appellatur *meridianus*, ea erit æqualis semper curvæ genitrici, & omnes *rectæ* perpendiculares spuperficiei, quæ ducuntur per puncta ejusmodi sectionum, jacent in earum planis, adeoque, si parallelæ non sint inter se, debent sibi invicem occurrere, & ubi occurrunt angulum quendam continent, qui ubi fuerit unius gradus, is arcus sectionis illius dicitur gradus meridiani.

Quid gradus paralleli in iisdem æqualitas graduum ejusdam paralleli, & graduum meridiani sub eodem parallelo.

257. Si secetur id corpus plano perpendiculari axi, patet, omnes sectiones fore circulos qui dicuntur paralleli, ac circuli paralleli gradus est is ejus arcus, ex cujus extremis punctis ductæ binæ rectæ lineæ ad ejus intersectionem cum axe angulum continent unius gradus. Patet autem in eo casu, cujusvis paralleli gradus omnes æquales esse inter se, gradus autem diversorum parallelorum esse, ut eorum radios, sive ut ordinatas curvæ genitricis perpendiculares axi, quæ eorum ciculorum sunt radii. Patet itidem, gradus omnium meridianorum in eodem parallelo æquales esse inter se, cum eadem curva cum meridianis omnibus conversione sui continua congruat aliis post alios.

Gradus ejusdem meridiani inæquales. Quid sit circulus osculator.

258. Gradus autem ejusdem meridiani in diversis ejus locis diversæ magnitudinis sunt. Si eorum ratio quæreretur accurata in curvis etiam maxime cognitis, problema esset satis implexum. Sed is Meridiani arcus, qui gradum unum, vel alterum non excedit, haberi solet pro circulari, & unus gradus Meridiani habetur pro gradu circuli cujusdam, qui eandem habet curvaturam, quam habet is arcus Meridiani alicubi circa medium. Curvatura autem curvæ cujuscumque in puncto ejus quocunque dicitur ea, quam habet circulus, qui ibidem eam osculatur. Porro circulus curvæ osculator dicitur non is, cujus arcus cum ejus arcu accurate confundatur, quod nulli arcui utcumque exiguo accidit, sed qui ad eam accedit magis, quam ullius alterius circuli arcus ita, ut in angulo,

lo, quem arcus curvæ tum arcu circuli osculatoris concontinet in puncto osculi, nullus circulus duci possit, quemadmodum, ut Euclides demonstravit, inter rectam, quæ circulum tangit, & arcum ipsius circuli intra angulum, quem continent in contactu, nulla alia recta potest interseri.

259. Porro illud accuratissime per Geometriam demonstrari potest, ut quarto meorum Elementorum tomo demonstrabo, nullum esse arcum curvæ cujusvis continuum, in quo non adsint infinita puncta circulum osculatorem habentia, & licet in punctis quibusdam curvarum, quæ ego anomala apello, possit nullus haberi osculator circulus, curvaturâ omnem circularem curvaturam excedente, vel deficiente a quavis circulari curvatura; ea tamen puncta anomala non possunt esse ubique in arcu continuo utcunque exiguo, sed debent distare a se invicem ita, ut inter bina quævis, quæ se proximè excipiunt omnia puncta circulum osculatorem habeant suum; ac dum in eo arcu concipitur punctum quodvis, quod ad alterum ex anomalis accedat motu continuo, mutatur etiam continua mutatione radius osculatoris circuli, qui & radius osculi dicitur, qui quidem vel evanescit, vel in infinitum excrescit, ubi id punctum recidit in alterum ex illis anomalis.

Generales quædam proprietates arcuum curvarum omnium relate ad radium osculi.

260. Demonstratur & illud, in quavis curva centrum circuli osculatoris, si quod est, esse in recta normali ad curvam ipsam ducta per punctum osculi, ut & illud, omnia centra circulorum osculatorum curvæ cujusvis esse in curva ejus evoluta, cui nimirum si advolvatur justæ cujusdam longitudinis filum, evolvaturque, prior illa curva generetur; ut e contrario si curvæ cujuspiam evolutione alia curva generetur, rectam tangentem quamcumque evolutæ fore normalem genitæ, & ejus segmentum inter evolutam, & genitam interceptum fore radium circuli osculantis genitam in ejus concursu cum ipsa, cu-

Centrum osculi in normali ad curvam, & in perimetro evolutæ.

jus nimirum circuli centrum sit in ipsa *evoluta*, atque in eo ejus contactu.

Proprietates nonnullæ radii osculi, & gradus ipsius relati ad gradum curvæ.

261. Porro si binæ rectæ normales cuilibet curvæ transeant per bina ejus puncta infinite proxima inter se, & sibi invicem occurrant, demonstratur illud, ultimum earum concursum haberi in ipso centro circuli osculatoris. At ubi angulus est major, ut gradus unius, binæ normales per ejus extrema puncta ductæ possunt concurrere utlibuerit procul a centro circuli osculatoris. Fieri itidem potest, ut arcus unius gradus plurimum differat a gradu circuli osculantis curvam ubique intra eum arcum, quod quidem tum accidere potest, cum curvatura pergendo ab altero ejus extremo ad alterum primo quidem perpetuo crescit, tum perpetuo decrescit, vel viceversa. At ubi curvatura ab altero exitremo ad alterum perpetuo crescit, vel perpetuo decrescit semper; tum unus gradus curvæ eo pacto definitus, quo eum supra *definivimus*, erit semper æqualis uni gradui cujuspium e circulis ipsum osculantibus in aliquo e punctis interjacentibus, licet possit distare plurimum a gradu circuli curvam osculantis in puncto medio arcus ejusdem.

Quando liceat assumere gradú curvæ pro gradu circuli ejus arcum osculantis circa medium.

262. Hæc quidem omnia demonstrari accurate possunt per simplicem etiam Geometriam; verum ubi curvaturæ mutatio non est ita magna, tum vero gradus curvæ nihil ad sensum differt longitudine a gradu circuli osculantis ipsam curvam circa medium, unde fit, ut datâ mensurâ gradus, censeatur data etiam mensura radii circuli curvam osculantis alicubi circa medium ipsum gradum, *quæ nimirum* facile inveniatur ducto ipso gradu in 180, tum factis ut 355 ad 113, ita id productum ad radium ipsum.

Dato gradu paralleli, vel meridiani, dari ordinatá ad axem, vel radium osculi.

263. Hinc jam fit, ut in ejusmodi solidis & dato gradu circuli paralleli, detur ordinata ad curvam generantem, invenienda nimirum eâdem methodo, & dato gradu meridiani censeatur dari radius circuli osculantis curvam circa medium arcum ipsum, ac viceversa datâ illâ ordinatâ,

natâ, detur gradus circuli paralleli, & dato radio circuli meridianum osculantis in quodam puncto, censeatur datus ejusdem meridiani gradus jacens hinc, & inde ab illo puncto circa ipsum, qui gradus inveniantur factis, ut 113 ad 355 ita ea ordinata, vel is radius ad numerum, qui divisus per gradus 180 exhibeat quæsitum gradum.

264. Præterea si solidum sit figuræ sphæroidalis ortæ ab ovali quapiam linea habente centrum, ut est ellipsis, circulus parallelus, cujus planum transit per centrum, dicitur æquator ejus solidi, ac si e quovis alio puncto ducatur recta perpendicularis superficiei, quæ, cum in ipso meridiani plano jacere debeat, debet alicubi occurrere tam axi, quam radio æquatoris; angulus non obtusus, quem ea recta cum radio æquatoris continet, dicitur latitudo illius puncti Meridiani, unde fit, ut angulus, non obtusus, quem eadem continet cum axe, sit latitudinis complementum, & in Tellure per plurima astronomicarum observationum genera latitudines locorum definimus, a figura meridiani nihil pendentes, & eâ etiam prorsus ignotâ, accurratè cognitas. Gradus itidem meridiani pro data latitudine loci definire licet methodo, quam in primo opusculo innui, in quarto fuse exposui, ac adest methodus, qua & paralleli gradum definire liceat, quæ ad nostram expeditionem non pertinet. Quid in ejusmodi solidis genitis ab ovali diameter, quid latitudo.

265. Porro in circulo si cognoscatur unus gradus ubicunque, totus circulus facile innotescit, ac in sphæra cognito unico gradu, ubicunque vel meridiani vel paralleli in data latitudine, innotescit radius sphæræ, & sphæra tota. In ellipsi Appolloniana si dentur pro binis latitudinibus cognitis bini gradus, ac per eos bini radii osculi, definiri potest ellipsis ipsa, & in sphæroide genita conversione ejusmodi ellipseos circa alterum e suis axibus, datis binis gradibus binorum parallelorum, vel binis ejusdem meridiani, vel gradu meridiani, & gradu paralleli, pro datis latitudinibus, & quidem in hoc prostremo casu, dato gradu paralleli vel in eadem latitudine communi gradui meridiani, vel in diversa, Quibus gradibus datis detur circulus, sphæra, ellipsis, sphæroïs.

versa, inveniri potest ellipsis, quæ sphæroidem generat, & sphærois tota. Pro curvis autem sublimioribus plures requiruntur circuli osculatores dati pro datis latitudinibus ad ipsas determinandas, prorsus, ut bina puncta rectam determinant, tria non in directum incentia circulum, quinque sectionem conicam, & ita porro.

Quo pacto per radios osculi datos detur curva quævis.

266. Generaliter autem, ut dato certo punctorum numero, inveniri possunt infinitæ numero curvæ lineæ diversarum admodum specierum, quæ per ea transeant, series autem punctorum continua curvam determinat, ita & dato certo quovis numero radiorum osculi pro datis latitudinibus, infinitæ numero curvæ inveniri possunt, quæ ipsis satisfaciant; dato autem generaliter radio osculi per latitudinem datam determinatur curva: ac & illud fieri potest, ut sphærois compressa ad polos radium habeat osculi in ipso polo minorem, quam in æquatore, curvaturam nimirum minorem ibi, quam hic, si curva generans non sit Ellipsis, sed aliud quoddam ovalis genus.

Cur de Telluris irregularitate dubitari cœptum.

267. Quoniam theoria gravitatis generalis Ellipsim Apollonianam exhibet pro curva genitrice, sive Tellus homogenea sit tota, & ejusdem densitatis cum mari, sive ita regulariter heterogenea, ut paribus circumquaque a centro distantiis homogenea sit, idcirco sub initium creditum est posse ejus figuram determinari definitis binis gradibus satis a se invicem remotis ubicunque. Sed postea quam plures, quam duo definiti sunt, determinationibus non consentientibus, de nucleo inæqualis formæ, vel de irregularitate densitatis dubitari est ceptum, de qua nunc quidem post mensuram nostram potissimum, cum Gallica Australi collatam, multo potiore jure debitari potest.

Argumentum totius capitis.

268. En igitur totum argumentum hoc capite pertractandum, quod plura objicit problemata ad hanc rem pertinentia, quorum ego geometricas solutiones habeo; & aliquas quidem jam olim in prima illa mea de

Figu-

Figura Telluris dissertatione exhibui, nunc autem omnia ordine suo plenius pertractabo.

269. Ac primo quidem, quod pertinet ad circulos osculatores in sectionibus conicis, id ego in tertio Elementorum meorum tomo per simplicem Geometriam, & quidem finitam accuratissimè persecutus sum, & plura theoremata eo pertinentia demonstravi in corollariis propositionis 9, quibus nunc utar. Inter ea est illud num. 520. *Radii circulorum osculatorum inter se sunt in ratione reciproca triplicata perpendiculi e centro in tangentem, ac directa triplicata normalis ad utrumlibet axem terminata*; unde illud colligitur num. 523, *radium circuli osculatoris esse quartum continuè proportionalem post dimidium latus rectum principale, & normalem axi transverso*. Eodem pacto colligi poterat itidem generalius, *esse quartam continue proportionalem post dimidium latus tectum axis utriuslibet, & normalem ipsi terminatam*.

Theorema de circulis osculatoribus in ellipsi.

270. Deinde data loci latitudine, datur ratio ordinatæ axi ad normalem, & ad subnormalem ipsius, ad quas est, ut cosinus latitudinis ad radium, & ad sinum, vel ut radius ad secantem latitudinis, & tangentem. Sit enim in fig. 23 *CB* semidiameter æquatoris, *Ee* axis, *HI* ordinata ipsi perpendicularis, *IF* normalis, *HF* subnormalis, angulus *HIF* erit mensura latitudinis loci *I* cum *HI* parallela *CB* producta tendat æquatorem versus, & normalis *FI* ad zenith. Assumpta autem normali *FI* pro radio, est *HI* cosinus, *HF* sinus anguli *HIF*; assumpta autem pro radio normali *HI*, est *IF* secans, *HF* tangens ejusdem anguli.

Data loci latitudine, dari rationem normalis ad ordinatam & subnormalem. Tab. 9. F. 23

271. Sunt autem aliæ binæ Ellipseos proprietates, quæ hìc erunt summo usui. Primo quidem si diametro *Ee* fiat circulus occurrens ordinatæ *HI* in *A*, semiaxi *CB* in *D*, erit semper *HI* ad *HA* in constanti ratione *CB* ad *CD*, vel *CE*, qua proprietate jam sæpius hìc usi sumus, & habetur elementorum meorum tomo 3 num. 365. Deinde est subnormalis *HF* ad abscissam a centro *HC*, ut CB^2 ad CD^2, vel CE^2. Id ibidem habetur num. 462. His positis

Aliæ binæ ellipseos proprietates.

sitis

ſitis problemata, quæ huc pertinent facile ſolvuntur. Exhibebo autem ſolutiones diverſas ab iis, quas ſimpliciſſimas ſane, & admodum elegantes, ac geometricas itidem exhibui in mea diſſertatione illa de Figura Telluris.

Problema præmiſſum, & ejus analyſis. 272. At prius præmitto hujuſmodi Problema. Data ordinata in data latitudine, & data ſpecie Ellipſeos, invenire axem, & diametrum æquatoris. Data latitudine, datur ratio datæ *HI* ad *HF*, ſive radii ad tangentem ipſius latitudinis. Hinc datur *HF*. Datur autem ratio *CB* ad *CE*; in qua ratione ſimplici cum ſit data *HI* ad *HA*, & in eadem duplicata data *HF* ad *HC* dabitur utraque, adeoque & *CA* ob angulum rectum *CHA*. Quare datur & *CE*, & *CB*, quæ habet ad ipſam rationem datam.

Coſtructio ejuſdem. 273. Sit ratio ſemiaxis ad ſemidiametrum æquatoris *m* ad *n*; Ducatur *HI* æqualis datæ ordinatæ, & fiat angulus *HIF* æqualis latitudini datæ, & *IHF* rectus; tum fiat, ut *m* ad *n*, ita *HI* ad *HA*, & ut m^2 ad n^2, ita *HF* ad *HC*. Capta $CE = CA$ in directum cum *CH*, & *CB* ipſi perpendiculari, quæ ſit ad eam, ut *m* ad *n*, habebuntur quæſiti ſemiaxes.

Solutio problematis inde deducta: aliud lemma propoſitum. 274. Quoniam autem dato gradu paralleli datur ordinata *HI*, juxta num. 263, patet dato eo gradu, & ſpecie Ellipſeos, dari ipſius Ellipſeos axes. Sed adhuc hoc aliud præmittam lemma. *In Ellipſi differentia quadratorum binarum ordinatarum quarumvis axi utrilibet ad differentiam ſubnormalium, quæ ipſis reſpondent, eſt, ut quadratum ſemiaxis ejuſdem ad quadratum alterius.*

Ejus lemmatis demonſtratio. 275. Cum enim ſit per num. 271, HI^2, & hi^2 ad HA^2, & ha^2, ut CB^2 ad CE^2, erit & $hi^2 - HI^2 . ha^2 - HA^2 :: CB^2 . CE^2$. Eſt autem ob $CA = Ca$ differentia quadratorum *ha*, *HA* eadem, ac *HC*, *hC*, & cum per eundem numerum ſit HC^2, & hC^2 ad HF^2, & hf^2, ut EC^4 ad CB^4, erit etiam $HC^2 - hC^2 . HF^2 - hf^2 :: CE^4 . CB^4$. Quare, conjunctis rationibus, erit $hi^2 - HI^2$ ad $HF^2 - hf^2$, ut CB^2 ad CE^2, & EC^4 ad CB^4 conjunctim, ſive ut EC^2 ad CB^2. Q. E. D.

276. Po-

276 Posito hoc lemmate sponte fluit solutio hujus problematis. *Datis binis gradibus binorum parallelorum data latitudinis in sphæroide elliptica, invenire speciem, & magnitudinem ellipseos genitricis*. Datis enim iis binis gradibus; dabuntur per num.263 binæ ordinatæ *HI*, *hi*, & datis binis latitudinibus dabuntur per num.270 binæ subnormales *HF*, *hf*. Dabitur igitur, & ratio differentiæ quadratorum illarum ad differentiam quadratorum harum, adeoque ratio quadrati *CE* ad quadratum *CB*, & proinde ratio ejus rationis subduplicata, nimirum ratio *CE* ad *CB*, quæ speciem ellipseos exhibet, quæ simul cum altera ordinata data exhibet per num.272, & magnitudinem semiaxium *CE*, *CB*.

Inventio ellipseos genitricis ex datis binis gradibus binorum parallelorum.

277. Ubi agitur de sola specie, pro ordinatis *HI*, *hi* apponi possunt ipsi numeri graduum. Constructio autem problematis geometrica potest esse hujusmodi. Capiatur in fig. 24 in latere anguli recti *IHF* segmentum *HI* ad arbitrium, tum *Hi* ad *HI*, ut est gradus major ad minorem. Fiant anguli *HIF*, *Hif* æquales latitudinibus, quæ iis respondent, & centris *I*, *f* radiis *Hi*, *HF* inveniantur in iis lateribus ejusdem anguli recti productis puncta *B*, *E*, eritque semidiameter æquatoris ed semiaxem, ut *HB* ad *HE*. Expriment enim *HI*, *Hi* fig. 24 ordinatas, fig.23; *HF*, *Hf* subnormales; HE^2, HB^2 differentias quadratorum illarum, & harum, adeoque ipsæ *HE*, *HB* rationem semiaxium per num. 274.

Constructio pro invenienda specie. Tab. 4, F. 23 24

278. Quod si dato gradu paralleli, & meridiani in eadem latitudine, quæratur species, & magnitudo ellipseos, problematis solutio habetur multo expeditior; sed præmittendum hoc aliud lemma ad conicas sectiones pertinens. Si in fig.23 ex concursu *F* normalis cum axe ducatur usque ad ordinatam recta *FL* parallela radio circuli *CA*, ea æquabitur dimidio lateri recto axis *Ee*, eruntque *HL*, *HI*, *HA* continue proportionales. Est enim *FL* ad *CA*, sive *CE*, ut *FH* ad *CH*, sive per num.271 ut quadratum *CB* ad quadratum *CE*, vel ut dimidium latus rectum

Investigatio ejusdem ex dato gradu paralleli, & meridiani eodem in loco. Tab. 4, F. 23

axis Ee ad eandem CE, adeoque FL æqualis ipsi dimidio lateri recto axis ejusdem. Cum vero sit $HI^2 . HA^2 :: CB^2 . CE^2 :: HF . HC :: HL . HA$, patet, esse HL, HI, HA in proportione continua.

Solutio ejus problematis.

279. Dato vero gradu paralleli in I, habetur per n.263 ordinata IH, & ob datam latitudinem HIF datur IF. Dato autem gradu meridiani in eadem latitudine, datur radius ellipsim osculans in I, adeoque datur & ejus ratio ad normalem datam FI, ea autem per n.269 est duplicata rationis ipsius FI ad dimidium latus rectum axis Ee, cum sit ille radius tertius post dimidium latus rectum axis ipsius, & normalem. Quare datur & id latus rectum principale, & facto centro in F, intervallo ejus dimidii lateris recti principalis invenietur punctum L, ac assumpta HA tertia post HL, HI, invenietur punctum A; unde ducta AC parallela LF determinabit centrum C, & semiaxem CE æqualem ipsi AC, ac alter semiaxis CB erit medius inter CE, & id dimidium latus rectum peincipale. Atque eo pacto patet simul & speciem, & magnitudinem obtineri.

Difficultas ubi quæritur idem ex dato gradu paralleli uno in loco, & meridiani in alio. Initium analyseos algebraicæ.

280. Si autem detur gradus paralleli in una latitudine, & gradus meridiani in alia, problema evadit multo sublimius, & ad ejus solutionem requiruntur curvæ multo altiores. Innuam tantummodo, quo pacto id problema solvi possit per calculum finitum ex hisce ipsis prncipiis. Ponatur dimidium latus rectum axis $Ee = x$, $CE = y$. radius osculi in i datus per gradum meridiani in ea latitudine $= a$, ordinata $HI = b$, sinus latitudinis in $i = s$, cosinus $= c$, ad radium $= 1$, tangens latitudinis in $I = t$. Cum sit a quarta continue proportionalis post x, & normalem if, erit ipsa $if = \sqrt[3]{ax^2}$, adeoque $hi = c\sqrt[3]{ax^2}$, $hf = s\sqrt[3]{ax^2}$.

Binæ incognitæ cum binis æquationibus ad solutionem. Problema admodum altum.

281. Erit autem & $HF = bt$ ob $HI = b$. Jam vero ut x ad y, ita HI^2 ad HA^2, hi^2 ad ha^2, HF ad HC, hf ad hC. Quare dantur analyticè quadrata HA, HC, ha, hC, quorum priora duo simul si fiant $= y^2$, & posteriora duo $= y^2$,

haben-

habentur binæ æquationes cum binis incognitis, sed æquatio inde orta plurimum assurgit, quæ quidem me absterruit ab investigatione solutionis geometricæ, quæ nimirum, ubi per curvas fit nimis composita, minus est elegans. Fieri autem potest, ut alicubi extet multo expeditior, & simplicior solutio, quam ego non viderim, sed nec magnæ sane utilitatis est ea solutio, cum gradus circuli paralleli multo minus accurati haberi possint.

282. Multo utilius est problema, quo datis binis meridiani gradibus in diversis latitudinibus, quæratur species, & magnitudo ellipseos. Id autem solvitur multo quidem facilius, & eodem fere reducitur, quo primum e superioribus tribus problematis. Est autem hujusmodi. *Datis binis gradibus meridiani in diversis latitudinibus, invenire speciem, & magnitudinem ellipseos*. Quoniam dantur ii gradus, dabitur eorum ratio, & ratio ejusdem subtriplicata, nempe per n. 269 ratio normalium *IF*, *if* ad se invicem. Cum igitur dentur, & latitudines, adeoque per n. 270 rationes earum normalium ad ordinatas *HI*, *hi*, & ad subnormales *HF*, *hf*; dabitur & ratio ipsarum *HI*, *hi* ad *HF*, *hf*, & ratio differentiæ quadratorum illarum ad differentiam quadratorum harum, quæ exhibet speciem ellipseos, ut supra num. 276.

Determinatio speciei ellipseos ex binis gradibus meridiani.

283. Data specie, magnitudo facile invenietur ope hujus alterius lemmatis pertinentis ad conicas sectiones, nimirum: tangens anguli *HAC* ad tangentem anguli *HIF* est, ut *CE* ad *CB*. Est enim tangens prior ad posteriorem in ratione composita ex directa *CH* ad *FH*, & reciproca *HA* ad *HI*; nimirum ex directa duplicata *CE* ad *CB*, & directa simplici *CB* ad *CE* conjunctim, adeoque tantummodo ex directa simplici *CE* ad *CB*.

Lemma pro determinatione magnitudinis.

284. Posito hoc lemmate, cum detur species ellipseos, & latitudo *HIF* cum sua tangente, dabitur & tangens anguli *AIC*, adeoque is angulus, & proinde dabitur etiam, ratio *CA*, sive *CE* ad *FI*, cum nimirum ea sit composita ex rationibus *CA* ad *AH*, sive radii ad cosinum anguli

Determinatio ipsa.

 CAH,

CAH, *AH* ad *HI*, five *CE* ad *CB* ratione data ob datam ellipseos speciem, ac demum *HI* ad *IF*, seu cosinus anguli *HIF* ad radium, quæ rationes omisso radio reducuntur ad has duas semidiametri æquatoris ad semiaxem, & cosinus latitudinis ad cosinum anguli, cujus tangens ad tangentem latitudinis est, ut semiaxis ad semidiametrum æquatoris. Datur autem ratio dimidii lateris recti axis *Ee* ad *CE* duplicata rationis *CB* ad *CE*. Datur igitur & ratio ejusdem dimidii lateris recti ad *IF*, cujus duplicata erit ratio normalis *IF* ad radium circuli osculatoris, quartum nimirum continuè proportionalem post ipsum, & normalem eandem *IF* per num. 269. Data igitur ea ratione, & dato radio osculi, dabitur *IF*, & inde per regressum dabitur *CA*, five *CE*, ac per ipsam *CB*, & magnitudo ellipseos.

Constructio pro invenienda specie. Tab. 4, F. 24

285. Constructio pro specie invenienda potest esse hujusmodi. Fiant in fig. 24 anguli *HIF*, *HIO* ad eandem partem æquales binis latitudinibus datis, prior majori, posterior minori. Producatur *OI* in *o*, ut sit *Oo* ad *IF* in ratione subtriplicata gradus respondentis latitudini *HIO* ad gradum respondentem latitudini *HIF*. Ducatur *oi* parallela *HO*, quæ occurrat *HI* in *i*; tum *if* parallela *oO*, & centris *I*, *f*, radiis *Hi*, *HF* inveniantur puncta *E*, *B*, ut prius, eritque *HE*, ad *HB* ratio semidiametri æquatoris ad semiaxem. Erit enim *IF* ad *if*, five *oO* hìc, ut in fig. 23. Erunt autem hìc anguli *HIF*, *Hif*, five *HIO* æquales angulis *HIF*, *hif* figuræ 23. Hinc ratio rectarum *FI*, *fi* hìc tam ad rectas *HI*, *Hi*, quam ad rectas *HF*, *Hf* hìc, ut ibi ratio rectarum *FI*, *fi* ad rectas *HI*, *hi*, & *HF*, *hf*. Quare & differentiæ quadratorum hìc, ut ibi, nimirum hìc HE^2 ad HB^2, ut ibi CE^2 ad CB^2.

Constructio pro invenienda magnitudine. Tab. 4, F. 23

286. Pro invenienda magnitudine fiat in fig. 23 semicirculus *EDe*, & angulus *ECA*, cujus tangens ad tangentem latitudinis sit, ut in inventa ellipseos specie est *CE* ad *CB*, ducatur *AH*, & fiat *HI* ad *AH* in eadem ratione inventa *CB* ad *CE*, tum angulus *HIF* æqualis latitudini,

tudini, & capiatur tertia post *CE* assumptam, & *CB* inventam ex data specie ellipseos; tum quarta continuè proportionalis post hanc, & *IF*. Demum fiat, ut hæc postremo inventa ad *CE*, ita radius osculi inventus ex gradu ad semiaxem, quo invento invenitur per speciem datam etiam semidiameter æquatoris.

287. Si libeat pro hoc casu, cujus nobis usus major erit, formulam algebraicam eruere, ponatur $CE = 1$, $CB = x$, gradus propior æquatori g, remotior G, tum $g^{\frac{1}{3}} = a$, $G^{\frac{1}{3}} = A$, ac normales *if*, *IF* poterunt poni $= g^{\frac{1}{3}}$, $G^{\frac{1}{3}}$ sive a, A. Sit sinus prioris latitudinis ad radium $1 = s$, posterioris $= S$, cosinus illius c, hujus C, & erit $hi = ac$, $HI = AC$, $hf = as$, $HF = AS$, eritque $a^2c^2 - A^2C^2 . A^2S^2 - a^2s^2 :: 1 . xx = \frac{A^2S^2 - a^2s^2}{a^2c^2 - A^2C^2}$, sive cum sit $c^2 = 1 - ss$, $C^2 = 1 - SS$, erit $xx = \frac{A^2S^2 - a^2s^2}{a^2 - a^2s^2 - A^2 + A^2S^2}$, adeoque $\frac{1}{xx} = \frac{A^2S^2 - a^2s^2 + a^2 - A^2}{A^2S^2 - a^2s^2} = 1 - \frac{A^2 - a^2}{A^2S^2 - a^2s^2}$. Formula algebraica pro specie.

288. Quoniam autem inde deducitur proportio hujusmodi $xx . 1 :: 1 . 1 - \frac{A^2 - a^2}{A^2S^2 - a^2s^2}$, erit etiam $xx . xx - 1 :: 1 . \frac{A^2 - a^2}{A^2S^2 - a^2s^2} :: A^2S^2 - a^2s^2 . A^2 - a^2$; & quoniam $x^2 - 1$ est quadratum distantiæ foci a centro, sive eccentricitatis, erit eccentricitas ad semiaxem conjugatum in ratione subduplicata $AA - aa$ ad $AASS - aass$. Elegans eccentricitatis determinatio.

289. Si eccentricitas sit exigua facile derivabitur formula multo simplicior pro differentia semidiametri æquatoris a semiaxe. Nam erit x quamproxime $= 1$, adeoque $xx - 1 = \frac{AA - aa}{AASS - aass}$. Porro $xx - 1 = CB^2 - CD^2$, nempe (facta $Cd = CD$) $= DB \times Bd$, sive proximè $= 2CD \times BD$, vel, ob $CD = CE = 1$, proximè $= 2BD = \frac{AA - aa}{AASS - aass}$ Reductio formulæ pro casu exiguæ eccentricitatis: ejusdem conspiratio cum formula Maupertuisii.

Cum vero ſit $AA = G^{\frac{2}{3}}$, & $aa = g^{\frac{2}{3}}$, & G parum differat a g, erit proximè $A^2 - a^2 = \frac{2}{3} \times G^{-\frac{1}{3}} \times (G - g)$, vel $\frac{2}{3} \times g^{-\frac{1}{3}} \times (G - g)$, unde conſequitur $BD = \frac{1}{3} \times \frac{G-g}{GSS - gss}$, formula eadem, quam longe alia methodo invenit Maupertuiſius in Commentariis Acad. Pariſ. ad an. 1737, ubi habet $\frac{E-F}{3(Eff-Fss)}$; ſunt enim ipſi valores E, F, f, s, qui mihi G, g, S, s.

Ulterior reductio pro gradibus in polo, & in æquatore.

290. Ea vero, abeunte puncto i in æquatorem E, ubi evaneſcit s, evadit ſimplicior $\frac{1}{3} \times \frac{G-g}{GSS}$, & puncto quoque i abeunte in polum in B, ubi evadit ſinus $S = 1$ habetur $\frac{G-g}{3G}$, nimirum hujuſmodi theorema: *Semidiameter æquatoris ad ejus differentiam a ſemiaxe eſt proxime, ut gradus meridiani in æquatore ad trientem differentiæ graduum ibi, & in polo.*

Generale theorema pro eo caſu, quæcunque ſit eccentricitas

291. At pro eo ſimpliciſſimo caſu multo elegantius pro quavis utcunque magna ellipticitate ex num. 269 eruitur hujuſmodi theorema. *Eſt ſemidiameter æquatoris ad ſemiaxem in ratione ſubtriplicata gradus in axe ad gradum in æquatore.* Sunt enim gradus in ratione reciproca triplicata perpendiculi e centro in tangentem, & perpendicula ejuſmodi, ubi contactus ſunt in axium vertice, ſunt ipſi ſemiaxes ad contactum terminati. Quoniam autem in quantitatibus parum a ſe invicem diſcrepantibus eſt cubus ad cuborum differentiam proximè, ut quantitas ſimplex ad triplum differentiæ quantitatum ipſarum ſimplicium, ex hoc ipſo theoremate, ubi ellipticitas exigua ſit, profluit illud ſuperius.

Incrementa graduum ab æquatore ad polum, ut decrementa diſtantiarum a centro, & ut quadrata ſinuum latitudinis.

292. Ex eo, quod gradus ſint reciprocè, ut cubi perpendiculorum e centro in tangentem, facile etiam deducitur, incrementum graduum ab æquatore ad polos fore proxime, ut eſt quadratum ſinus latitudinis, vel ut eſt

ſinus

ſinus verſus latitudinis duplicatæ, in qua ratione eſt decrementum diſtantiæ, & incrementum gravitatis ab æquatore ad polos. Ubi enim ſatis exiguæ ſunt, differentiæ & quadratorum, & cuborum, & poteſtatum quarumvis, ſunt, ut ipſæ laterum differentiæ. Quare incrementa graduum erunt, ut decrementa perpendiculi. Porro pro perpendiculo e centro in tangentem aſſumi poteſt ipſa diſtantia centri a contactu in ellipſi parum abludente a circulo, etiam ubi agitur de ratione differentiæ unius perpendiculi ab alio; nam perpendiculum eſt latus, diſtantia vero baſis trianguli rectanguli, ac intercepiunt angulum exiguum pendentem ab ellipticitate, unde facile deducitur methodo ſimili ei, qua uſi ſumus ſupra num. 232 differentiam perpendiculi a baſi, ſive errorem, qui committi poſſet, eſſe quantitatem exiguam ordinis ſecundi, & tuto contemni. Erit igitur decrementum perpendiculi, adeoque & incrementum gradus proxime, ut decrementum diſtantiæ, ſive in ea ratione, quam diximus.

Decrementa cōtra a polo ad æquatorē, ut quadrata coſinuum ejuſdem.

293. Hinc autem facile eruitur illud, pro decremento gradus, quod etiam locum habet in incremento diſtantiæ, & decremeto gravitatis a polo ad æquatorem, & quod etiam ſupra adhibuimus num. 194, nimirum ea omnia eſſe proxime, ut quadratum coſinus latitudinis, vel ut ſinum verſum dupli complementi latitudinis ipſius. Nam quadratum ſinus, & coſinus æquantur conſtanti quadrato radii, ut exceſſus gradus in quovis loco ſupra gradum in æquatore, cum defectu a gradu in polo æquatur toti conſtanti differentiæ gravitatis in æquatore, & polo. Quare cum quadratum ſinus ſit, ut totalis differentia ad priorem partem, ſive ad illum exceſſum, erit & illud idem quadratum radii ad quadratum coſinus, ut eſt eadem totalis differentia ad poſteriorem partem, ſive ad illum defectum, qui proinde erit, ut quadratum coſinus. Id autem eſt, ut ſinus verſus arcus dupli, nimirum ut ſinus verſus dupli complementi, & eadem eſt demonſtratio pro diſtantia, & gravitate.

Methodus inquirendi in figuram Telluris per binos gradus.

294. Ope hujus, vel prioris theorematis, ex quo hoc ipsum deductum est, eruitur methodus satis expedita inquirendi in speciem ellipseos ex binis gradibus Meridiani observatis in binis latitudinibus quibuscunque, ut & ex binis longitudinibus penduli observatis in binis itidem locis latitudinis diversæ eandem itidem in primi capitis fine determinavimus. Fiat enim primum, ut semidifferentia sinuum versorum latitudinis utriusque duplicatæ ad radium, ita differentia graduum observatorum ad quartum, & habebitur differentia graduum in æquatore, & polo. Tum erit, ut triens hujus differentiæ ad gradum utrumvis assumptum proxime pro gradu medio, ita differentia semidiametri æquatoris a semiaxe sive compressio ad semidiametrum Terræ mediocrem. Hoc secundum rite fieri patet ex num. 291; illud primum facile demonstratur. Cum enim decrementa graduum sint, ut sunt sinus versi latitudinum duplicatarum; erit differentia decrementorum usque ad binos eos gradus, quæ eadem est, ac differentia eorundem graduum ad decrementum debitum toti quadranti, ut differentia sinuum versorum duplicatarum latitudinum, ad quas ii gradus pertinent, ad differentiam sinuum versorum duplæ latitudinis, & dupli quadrantis, quorum sinuum prior est $=0$, posterior est diameter, seu duplus radius. Quare est, ut differentia illorum sinuum versorum ad duplum radium, vel semidifferentia ad radium, ita differentia illorum graduum ad differentiam gradus in æquatore a gradu in polo.

Ellipticitas quo pacto inveniatur ex binis gradibus.

295. Ellipticitas autem, sive ratio differentiæ binorum semiaxium ellipseos genitricis ad semiaxem alterum facile invenitur, dividendo trientem differentiæ graduum in æquatore, & polo inventam per gradum integrum. Inventa autem una ellipticitate, quam exhibent bini gradus, facile inde eruitur ea, quam exhibent bini alii; cum nimirum ea ellipticitas sit directè, ut differentia graduum, & reciprocè, ut differentia sinuum versorum latitudinum duplicatarum.

296. At-

297. Atque hinc jam facile est investigare, an cum Newtoniana gravitate, & densitate paribus a centro distantiis pari cohæreant gradus observationibus definiti, uti sub finem capitis primi investigavimus, an cum eadem conciliari possent pendula oscillantia ad singula minuta secunda. Gradus, quorum mensurum habemus omnino accuratam sunt hi tantummodo; is quem, Maupertuisius cum sociis definivit in Laponia; ii, quos Cassinus cum Caillio definivit in Gallia, gradu Piccarti post mutationes quatuor certo demum definito; is, quem Bouguerius, ac Condaminius definiverunt in Quitensi Provincia; is, quem nuperrime Caillius ad Promontorium Bonæ Spei dimensus est, quibus & hunc nostrum addo in Pontificia ditione definitum. Hi quidem omnes sunt accurratissime definiti, mensuris ad eundem modulum exactis, habita ratione omnium motuum Fixarum, adhibitis egregiis sectoribus, & omnibus præcautionibus necessariis ad rem bene gerendam. Sunt præterea & alii alibi ab aliis definiti, ut ille Norwoodi in Anglia, & Snellii olim in Holandia, quem Muschembroekius prius, tum Cassinus reformavit. Sed iis multo minus fidendum esse, est omnino certum. Norwoodi determinatio intra limites multo laxiores exacta est, & ipse mensuræ modulus non ita certus, & instrumenta non ita exacta, ut ejus gradus cum nostris hisce comparari possit.

Inquisitio in gravitatem Newtonianā & densitatem Telluris per gradus.

298. Snellii gradus, ut a Cassino de Thurry demum reformatus est, multo ille quidem est accuratior. Quæ ad eum pertinent, & plures ejus reformationes videre est in ipsius de Thurry Schediasmate in Commientariis Academiæ Parisiensis ad annum 1747. Is gradus respondet latitudini 52°, 4′, 17″. E Snellii determinatione prodiisset hexapedarum 55020. Eum Meischembroekius rectificatis triangulis, & retentis observationibus astronomicis Snellii, reduxit ad hexapedas 57033. Jacobus Cassinus repetitis observationibus Astronomicis anno 1701 ipsum invene-

Snellii gradus adhuc post omnes reformationes minus certus.

rat 56496, De Thurry ejus filius novam basim *dimensus*, sed paternis adhibitis observationibus Astronomicis eum demum reduxit ad hexapedas 57145. Puto, nullius audaciæ esse dubitare ahduc aliquid de iis Astronomicis observationibus intra pauca secunda, cum nec praxis astronomica, nec instrumentorum fabrica eo tempore usque adeo excultæ essent, ut deinde est præstitum.

Series graduum unde deprompta.

299. Graduum satis accuratè definitorum seriem hìc apponam, & primo quidem aderit numerus, qui eorum ordinem referet, ut singuli possint & nominari, tum latitudo medio gradui debita, deinde ipse gradus. Primum gradum Lapponicum desumpsi ex notissimo Maupertuisii opusculo; Sed 16 hexapedas detraxi ob neglectam refractionem, quod & alii in eo gradu jam præstant; insequentes 11 ex opere Cassini De Thurry *Meridienne verifiee*; duodecimum ex nostris observationibus; decimum tertium ex Bouguerii, & Condaminii operibus assumpto medio; postremum ex pagella Caillii ipsius, qui eum dimensus est, & humanissime sua manu scriptam mensuram communicavit Mairanio, qui eam ad me transmisit.

	latitudo		Gradus
	o.	′	hexapedæ
1	66.	20	57422
2	49.	56	57084
3	49.	23	57074
4	49.	3	57069
5	47.	58	57071
6	47.	41	57057
7	46.	51	57055
8	46.	35	57049
9	45.	45	57050
10	45.	43	57040

11 . . .

11	44. 53	———	57042
12	43. 31	———	57048
13	43. 1	———	56979
14	0. 0	———	56753
15	—33. 18	———	57037

Accedit hisce meridiani gradibus gradus circuli paralleli, quem Cossinus de Thurry, & Caillius definiverunt hexapedarum 41618, debetur autem latitudini 43°. 32′.

300. Jam hic plurimæ comparationes institui possent, cum bini quicumque gradus definiant compressionem Telluris in hypothesi Newtonianæ ellipseos. Proximi gradus inter se adhiberi quidem non debent, cum error perquam exiguus observationis maximum in conclusione errorem secum trahat ob differentias nimis exiguas. Hinc si ex Gallicis omnibus adhibeatur tertius tantummodo Piccardianus, nimirum debitus latitudini 49°. 23′, toties, & cum tanta cura ad trutinam revocatus, habebuntur gradus 5, nimirum primus in Lapponia, tertius in Gallia, & postremi tres, in Italia, in Quitensi Provincia, ad Promontorium Bonæ Spei. Primo quidem investigare licet quod supra in fine primi capitis præstitimus pro pendulis, an excessus graduum reliquorum supra gradum meridiani primum æquatori proximum respondeant sinubus versis latitudinum duplicatarum, & quantum inde aberrent, & id quidem præstiti, tum quæsivi differentiam, quam exhibent binaria singula ex illa ipsa hypothesi proportionalitatis cum iis sinubus versis, quam, si eam legem omnes ejusmodi excessus servarent, exhiberent eandem. Triens autem ejus differentiæ per gradum æquatori proximum divisus exhibet ellipticitatem, quam fractionem reduco ita, ut numerator sit unitas.

Quinque gradus ad perquisitionē opportuni.

301. Proponam igitur binas: in prima singulorum ex iis quinque gradibus primo locum, tum latitudinem, deinde dimidium sinum versum duplæ latitudinis, tum excessum ejus gradus supra primum gradum respondentem

Binarum tabellarum, quæ cō-sequuntur, notio

latitudini $= o$ deinde eundem excessum erutum calulo ex hypothesi proportionalitatis, ac demum errorem. Deinde exhibebo secundam ejus ope, in qua in prima columna erunt numeri graduum combinatorum, in secunda excessus, qui ab iis infertur pro gradu in polo supra gradum in æquatore, in tertia fractio, quæ habetur ex triente ejus excessus diviso per gradum primum, nimirum ellipticitas. Sunt autem ejusmodi binaria decem. Caillii gradus nostro major productam exhibet figuram, hinc differentiæ, & ellipticitati ejus collatæ cum nostro gradu præfigam signum negativum in secunda tabella, ut ejus errori in prima itidem negativum. En autem ipsam tabellam primam.

Gradus	Latitudo ° ′	½ lin. v. ad rad. 10000	Hexapedæ	Diff. a primo observ	Diff. computata	Error
Quitensis	0, 0	0	56751	0	0	0
Prom. B.S.	33,18	2987	57037	286	240	—46
Romanus	42,59	4648	56979	228	372	144
Parisien.	49,23	5762	57074	323	461	138
Lapponic.	66,19	8386	57422	671	671	0

Irregularitas primæ tabellæ.

302. In hac tabula habetur in postrema columna, quantum aberrent a ratione duplicata sinuum latitudinis, vel a sinubus versis latitudinis duplæ gradus intermedii, posito, quod extremi sint accurati, & dum in tertio, & quarto gradus computatus excedit observatum, in secundo ab eo deficit. Mutatis extremis etiam nonnihil, ipsi cum secundo nihil ad sensum ab ea lege discreparent, at tertius, & quartus cum ea conciliari omnino non possunt. Sed jam videndum in sequenti tabula, qui proveniat e binis quibusque combinationibus excessus gradus postremi supra primum; & quæ inde eruatur ellipticitas.

Bina-

Binariū	Excessus postremi	Ellipticitas	Binariū	Excessus postremi	Ellipticitas
1, 5	800	$\frac{1}{213}$	2, 4	133	$\frac{1}{128}$
2, 5	713	$\frac{1}{239}$	3, 4	853	$\frac{1}{200}$
3, 5	1185	$\frac{1}{144}$	1, 3	491	$\frac{1}{547}$
4, 5	1327	$\frac{1}{128}$	2, 3	—350	—$\frac{1}{486}$
1, 4	542	$\frac{1}{314}$	1, 2	957	—$\frac{1}{[illegible]}$

303. Posset combinari & gradus paralleli definitus a Cassino de Thurry, & Caillio, cum quovis ex hisce meridiani gradibus per illud arduum problema num. 280; sed paralleli gradus multo minus accurate determinari potest. Patet autem jam satis ex hac tabula, quam irregulares sint hi gradus, qui tam diversas inter se exhibent combinationes. Si inter omnes 10 combinationes assumatur medium, erit medius excessus 222, atque hinc ellipticitas $\frac{1}{255}$, sed abjectis sexta, & nona combinatione, quæ tam immaniter a reliquis discrepant, & in distantia non ita magna sunt a se invicem, medium erit 286, ex quo ellipticitas $\frac{1}{595}$. Sed adhuc hoc medium a pluribus earum octo determinationum plurimum distat. *Irregularitas secunda: medium inter determinationes.*

304. Porro hinc jam patet hasce graduum determinationes non cohærere cum ellipsi Newtoniana, nec vero cum ulla ellipsi utcumque magis, vel minus compressa; nam bini quique gradus eandem semper ellipsim deberent exhibere; ex ipso autem eo dissensu patet, nec differentias ipsas proportionales esse sinubus versis latitudinum duplicatarum, quod si haberetur, eadem, ut monui ellipticitas ex binis quibusque gradibus consequeretur. *Gradus hosce nō cohærere cū ulla ellipsi.*

305. Nonnulli, ut nuperrime Eulerus in schediasmate, cujus summam quandam mihi humanissimè communicavit hic Romæ præsens, dum hæc scribo, Condaminius, obsevationibus vim inferunt, ut omnia concilient. Et is quidem gradum Lapponiensem, Africanum, Quitensem, mutatio- *Conciliatio Euleriana, vi nimia observationibus illata.*

ne

ne adhibita hexapedarum 19 in singulis, conciliat cum ellipsi Newtoniana, sed Gallicus Piccardi gradus corrigendus illi est hexapedis 169, quem idcirco sibi maximè suspectum esse profitetur, & novas in Gallia mensuras desiderat. At id quidem errorem exposcit intolerabilem sane in gradu cum ingenti cura definito a peritissimis viris. Nec, vero cum tam multi gradus in Gallia definiti sint per tot bases toties determinatas, per tot astronomicas observationes, qui omnes a mensura, quam Eulerus exposceret, discedunt discrimine adeo immani, cum a se invicem, & a Piccardiano illo tanto minus differant, quam ille pro errore requireret, cumque & hic noster in Italia cum Piccardiano satis congruat, nam pro differentia latitudinis $6^{\circ}.23'$ exhibet differentiam in gradibus hexapedarum 95, nimirum 15 hexapedarum circiter, ut par est, in gradus singulos; nullo pacto tam multis observationibus tantam inferre vim licet; quod eo magis evidenter patebit, si ea considerentur, quæ opusculo quarto exposui de limite, citra quem contineri debent errores, qui in mensuris ejusmodi per hæc nostra tempora admitti possint.

Bouguerianа hypothesis a Caillii gradu eversa. Generale problema determinandi curvam ex datis gradibus.

306. Alii ad alias hypotheses confugiunt, ut Bouguerius ad eam, quod graduum incrementa sint, ut quadrato-quadrata sinuum latitudinis, non ut quadrata tantummodo. Sed & eam hypothesim, quæ quidem cum gradu Lapponico, Gallico, Piccardiano reformato, ac Quitensi satis belle consentit, & quæ cum nostro hoc etiam consentit itidem satis belle, gradus Caillii ad Promontorium Bonæ Spei deseruit, præterquamquod nulla physicâ causâ ejusmodi potissimum proportio fulciebatur. Is quidem generaliter per calculum infinitesimalem proponit generalem solutionem problematis, quo data graduum serie inveniatur curva, ex qua casus quosdam particulares deducit, illum in primis, quem adhibuit tum quidem cum successu, sed quem Caillii gradus hic demum, uti monui, prorsus evertit. Ejusmodi problematis generalis constructionem hic proponam solius Geometriæ ope, ut supe-

superiora etiam pertractavi, ac ad meam de re tota sententiam, quam primo opusculo proposui post comparationes nonnullas demum delabar.

307. Ad inveniendam curvam meridiani ex datis gradibus consideretur in fig. 25 quadrans *FHG* curvæ generantis evolutione sua quadrantem meridiani *ADB*. Sit quævis ejus tangens *HD* occurrens semidiametro æquatoris *CA* in *M*, meridiano in *D*, quæ debet esse æqualis radio circuli curvam osculantis in *D*, ac arcui *HF* una cum primo radio *FA*. Consideretur arcus ejus curvæ infinitesimus *Hh* pro continuatione ipsius tangentis, & sint *HL*, *hl*, *DE* perpendiculares *AC*, & *hI* parallela eidem. Meridiani ortus a curvæ cujusdã evolutione. Tab. 4, Fig. 25

308. Angulus *EMD* exprimit latitudinem loci, cum *MA* producta tendat ad æquatorem, *MD* ad Zenith. Quare & angulus *HhI*, qui æquatur interno, & opposito *hMl*, adeoque *EMD*, erit æqualis latitudini loci, & erit *Hh*, ad *HI*, ut radius ad sinum latitudinis, & *Hb* ad *bI*, sive *lL*, ut radius ad cosinum latitudinis ipsius. Est autem *Hh* incrementum arcus *FH*, adeoque & radii circuli osculatoris, qui datur, dato gradu ad latitudinem quamvis. Quare hinc admodum facile deducitur constructio problematis per curvarum quadraturas. Nam ex analogia exposita rectangulum sub *Hh*, & sinu latitudinis æquatur rectangulo sub radio, & incremento *HI* ordinatæ *LH*, ac rectangulum sub *Hh*, & cosinu ejusdem æquatur rectangulo sub radio, & *hI*, sive *lL* incremento abscissæ *FL*, adeoque tota ordinata *LH* æquatur summæ priorum rectangulorum applicatæ ad radium, abscissa *FL* summæ posteriorum, nimirum utraque areæ datæ, ubi dentur omnes circulorum osculatorum radii respondentes omnibus latitudinibus, applicatæ ad rectam datam. Analysis geometrica pro invenienda ea evoluta.

309. Sit nimirum in fig. 26. *ADA'* quadrans circuli, cujus radius *FA* sit æqualis radio *FA* fig. 25 circuli curvam osculantis in æquatore in *A* definitus a primo gradu sub ipso æquatore, & assumpto pro quavis latitudine, quam exprimat in figura 26 arcus *AD*, radio osculi *AH*, *A'H'* Constructio pro ipsa evoluta, & curva meridiani ejus ope. Tab. 4, Fig. 25 26

in recta *AF*, *A'F* producta, ducantur *DI*, *HI* parallelæ *AF*, *FA'* occurrentes sibi invicem in *I*, & *DI'*, *H'I'* parallelæ *A'F*, *FA* sibi invicem occurrentes in *I'*, ac per omnia puncta *I*, *I'* ducantur curvæ *FIL*, *AIM'*, quæ datis radiis osculi per latitudines, dabuntur. Accipiatur jam in figura 25 abscissa *FL* æqualis areæ *AFH'I'* figuræ 26 applicatæ ad rectam *FA*, & in eadem fig. 25 ordinata *LH* æqualis areæ *FHI* figuræ 26 applicatæ ad ipsam *FA*, ac punctum *H* in fig. 25 erit ad curvam *FHG* evolutam curvæ quæsitæ *ADB*, cui si advolvatur filum per *GHF*, & addatur *FA* æqualis illi *FA* figuræ 26, ejus evolutione describetur curva *ADB* quæsita.

Demonstratio cõstructionis Bini casus a Bouguerio considerati. Consensus prioris cũ pluribus observationibus.

310. Nam *Hh*, & *H'h'* in fig. 26 debuit esse eadem, ac in fig. 25. Si autem ibidem rectæ *DI*, *di*, *DI'* *di'* occurrant radiis *FA*, *FA'* in *E*, *e*, *E'* *e'*, erit *DE*, *DE'*, sive *HI*, *H'I'* sinus, & cosinus latitudinis, adeoque areola *I'H'h'i'*, & *IHhi* debuit æquari producto ex radio *FA*, & lineola *HI*, & *hI* figuræ 25; & proinde tota area *AFH I'*, & *FHI* illius, toti *FL*, & *HL* hujus ductæ in *FA* utriuslibet, nimirum sola *FL*, vel *HL* hujus æqualis areæ *AFH'I'*, vel *FHI* illius applicatæ ad *FA*, uti est præstitum.

Solutionis hujus Generalis a Bouguerio propositæ bini casus ab eo considerati: primus cum quibus congrueret.

311. Huc redit ipsa solutio generalis a Bouguerio etiam proposita, qui multa, quæ ad ipsam generalem solutionem illustrandam pertinent, acutissime persequitur, & plures peculiares hypotheses considerat. Binas autem potissimum excolit, illam, in qua excessus graduum supra primum ab æquatore gradum, sive illæ rectæ *FH* in fig. nostra 26 sint, ut quadrata sinuum latitudinis, & illam, in qua sint, ut eorum quadrato-quadrata. Primam secutus hypothesim, quæ est illa ipsa, quam Newtoniana requirit theoria, cum elliptica Telluris forma, invenerat ille omnia conspirare, quæ eo usque innotuerant. Gradum meridiani Laponicum, gradum æquatori proximum, & vero etiam gradum Gallicum Piccardi reformatum per observationes astronomicas Academicorum, qui e circulo polari redierant, ac ipsum definiverant hexapedis 57183, qui

qui quidem ita reductus, satis belle congruebat cum eadem hypothesi, in qua ipsum illud maxime confirmaverat, quod definita inde magnitudine totius sphæroidis, gradus ille etiam paralleli observatus congruebat intra solas 11 hexapedas cum eo, quem calculus exhibebat.

Secunda Bouguerii hypothesis post correctionem postremam gradus Piccardi.

312. At paullo post constitit certo illud, Picardum non in Astronomicis tantummodo observationibus errasse, sed etiam in Geodeticis, quæ ibi pluribus vicibus summa cum diligentia repetitæ sunt, ac innotuit demum, ipsos Piccardi errores se, raro admodum, & felici successu, compensasse, ac ipsum gradum esse hexapedarum 57074., quem ille definiverat hexapedis 57060. Tum vero rejicienda ea hypothesis fuit, & alia inquirenda. Invenit autem, hosce tres gradus ejusmodi esse, ut excessus Gallici, & Lapponiensis supra Quitensem sub æquatore sequantur quamproxime rationem quadrato-quadratorum sinuum latitudinis, & hanc hypothesim arripuit, ac in ea problema solvit.

Consensus aliorũ cum eadem: eadẽ a Caillii gradu eversa.

313. Et quidem hic etiam noster Italicus non multum ab eadem hypothesi dissentit. In secunda enim ejus tabula pag: 305 habetur pro latitudine 43° gradus 56961, cum noster in eadem latitudine sit 57979, solis 18 hexapedis major, & ille paralleli gradus dissentit itidem parum admodum, qui e Bouguerii tabula deberet esse hexapedarum 41633, major solis 15 hexapedis invento 41618. Dissentit quidem multo magis postremus Gassini, & Caillii in Gallia, qui est hexapedarum 57048 in latitudine 43°, 31′, cum pro eadem ex Bouguerii tabula eruatur 56969, nimirum 79 hexapedis minor; sed id quidem ipsum non multum absterruit, cum nullam ejus discriminis mentionem fecerit, licet 5 annis ante ejus librum Cassini Meridiana prodierit cum iis mensuris. At multo jam magis Caillii gradus ad Promontorium Bonæ Spei ab hac nova ejus hypotesi abludit. Is enim in latitudine 33°, 18′ ex Bouguerii tabula esset 56841, quem observatio ex-

 hibuit

hibuit 57037, fere 200 hexapedis longiorem, quod hanc hypothesim prorsus evertit.

Caillliani gradus consensus cū priore, aliorum dissensus.

314. Hic Caillii gradus ab illa paiore hypothesi excessuum proportionalium quadratis solis latitudinum multo sane minus dissensisset. Eum enim prior Bouguerii tabula requirit 56986, discrepantem ab observato per hexapedas 51, quod discrimen multo minus evaderet, si Quitensis, & Laponiensis gradus corrigerentur nonnihil, sed Gallicus, ut vidimus, & hìc noster Italicus tam immani inde discrimine distant, ut in observationes id ipsum reijci nullo modo possit. Quocumque te vertas, nihil certum, sibi constans, & regulare occurrit.

Aliarum hypothesium gravitatis tendentis ad datum centrū inutilis perquisitio

315. Iis hypothesibus omissis, possent aliæ post alias assumi, quæ pluribus satisfaciant gradibus; & posset ex observationibus, quas habemus hucusquæ deduci evoluta illa figuræ 25, assumendo saltem ea sola ejus puncta, quæ ex gradibus dimensis deducuntur, quæ non ita pauca essent, si gradus omnes assumerentur, quos num. 299 exposuimus, tum inquiri posset in radios osculi curvarum, quæ oriuntur ex gravitate ad datum centrum directa, in quas superiore capite inquisivimus, ut definiretur gravitatis lex, quæ ejusmodi gradus præberet. Sed hoc postremum ipsum difficultates haberet plures, & admodum probabile est, legem illam, quæ ejusmodi gradus exhiberet, non consensuram cum incremento gravitatis ab æquatore ad polum, quæ sola jam ejusmodi legem definit.

Irregularitas requisita a gradibus aliquando in majore latitudine minoribus.

316. Præterea illud irregularitatem summam secum traheret, quod alicubi in majore distantia ab æquatore minores sint gradus, nec id quidem tantummodo in exiguo tractu, ut in Gallia, ubi in serie numeri 299 habetur gradus major in latitudine 45°, 45′, quam in latitudine 46°, 35; sed & in majore, cum nimirum gradus Caillii ad Promontorium Bonæ Spei in latitudine 33°, 18′ sit major nostro in Italia in latitudine 43°. 1′, quod quidem arguit

guit vel hemisphærium australe a nostro boreali admodum diversum, vel curvam illam evolutam figuræ 25 admodum irregularem, quæ nimirum si perpetuo ductu incurvatur versus centrum *C*, ut figura exhibet, debent gradus ab æquatore ad polum perpetuo crescere.

317. Sed iis omissis noster hic gradus, si comparetur cum Cassiniano in Gallia australi in eadem fere latitudine definito, excludit omnes ejusmodi gravitatis hypotheses ad unicum centrum directæ. Hic enim noster ab illo differt per 69 hexapedas, cum quo intra 7, vel 8 convenire deberet, cum in ea hypotesi debeat curva circa axem, ut vidimus, circumquaque sui æqualis esse, & similis, quas quidem hypotheses, ut innui etiam, superiore capite, illud quoque excludit, quod singulæ ad singulos effectus explicandos hypotheses configendæ non sunt, a gravitate autem ad unicum punctum directa omnia cælestia phænomena, quæ mutuam gravitatem requirunt, plurimum abhorreant.

Ejusmodi hypotheses exclusæ a collatione gradus Romani, & postremi Gallici.

319. Hinc noster hic ipse gradus suadet legem gravitatis, quæ pendeat a positione diversa partium materiæ, in quam tenditur, cum non appareat, a qua alia causa repeti possit inæqualitas graduum meridiani sub eodem parallelo, nisi a mutata pro materiæ dispositione directione gravium, & cum ea curvatura ab æquilibrio indicata. Favet igitur hic ipse Noster gradus Newtonianæ gravium theoriæ plurimum, a qua quidem omnino etiam excludit homogeneitatem materiæ, ac regularem quendam progressum densitatis vel a centro ad superficiem, vel potius prope superficiem ipsam ab æquatore ad polos, & irregularitatem aliquam indicat in ejus textu. Id ipsum profecto indicat idem ille progressus graduum seriei expositæ num. 299 per Galliam, qui sanè in differentia latitudinis non ita exigua, satis est irregularis, ut patebit solo intuitu, irregularitate omnino multo majore, quam, quæ videatur in hac Astronomiæ luce timeri posse ex observandi methodis, & diligentia. Ipsam

Ea collatio congruens cum gravitate pendente a positione partium materiæ, & irregulari textu ejusdem.

ſam indicat, vel etiam evincit noſtri hujuſce gradus comparatio cum eo Promontorii Bonæ Spei, quo eſt minor, utut graduum decem inrervallo magis diſtet ab æquatore. Irregularitati autem ipſi plurimum adhuc magis favet illud, quod in fine primi opuſculi ſupra innui, exemplum omnium Naturæ operum, quæ quidem in elementis ſimplicitatem ſummam præſefert ubique, in elementorum aggregatis inæqualitatem affectat.

Perquiſitio figuræ Telluris e gradibus non abſoluta, ſed vix inchoata.

320. En igitur, quid de re tota ſentiendum mihi videatur. In primis illud mihi perſuaſum eſt, quæſtionem de magnitudine, & figura Telluris determinanda ex menſura graduum non ſolum abſolutam adhuc non eſſe, ſed eſſe vix inchoatam. Maupertuiſius ex duobus gradibus Lapponienſi, & Gallico rem confectam arbitratus, Figuram Telluris determinatam Europæ in ſummam expectationem erectæ nunciavit: at eam determinationem ipſe deinde commutavit. Bouguerius aliquanto poſt ex iiſdem principiis, ſed aliis aſſumptis gradibus, ſuo, & Lapponienſi, rem ſe itidem perfeciſſe arbitratus primo, conſentientibus menſuris aliis, commutare deinde debuit ſententiam ſuam, & mutata hypotheſi poſt mutatam Gallici gradus magnitudinem omnia explicavit, licet nulla ejus hypotheſeos phyſica, ac mechanica ratio reddi poſſet. Mox Caillii gradus eam hypotheſim ipſam funditus evertit, noſter autem omnia, quæ huc uſque habita fuerant pro indubitatis, ut illud, Meridianos omnes æquales eſſe, pervertit multo magis. Quo plura per obſervationem definivimus huc uſque in hoc genere, eo magis incerti reddimur de re tota.

Fructus ex ejuſmodi perquiſitionibus jam collectus.

321. Eſt tamen adhuc ingens hujuſmodi perquiſitionum fructus huc uſque etiam habitus. Primo quidem, quod excludantur hypotheſes omnes gravitatis ad datum tendentis centrum, quas hic noſter gradus excludit. Deinde, ut gravitas mutua in particulas materiæ multo probabilior fiat irregulari hac mutatione curvaturæ curvæ equilibrii, a qua graduum magnitudo deſumitur. Præterea

terea & illud, quod adhuc e solis etiam gradibus per mensuram definitis admodum probabile redditur Tellurem ad polos compressam esse; cum nimirum gradus omnes intermedii, & noster hic, & ille Caillii Affricanus, & Gallici omnes minores sint Lapponiensi, majores Quitensi.

322. At quanta potissimum Telluris compressio sit, quæ sit forma meridiani cuiusque, qui densitatis progressus a superficie ad centrum, id ex sola graduum dimensione omnino non novimus, nec vero illud, an ingens quæpiam habeatur in intimis Terræ visceribus irregularitas in textu materiæ, an inæqualitates hæ omnes, & irregularitates sint effectus minorum inæqualitatum, quas in superficie cernimus. Quin immo quoniam graduum mensura determinat curvaturam curvæ æquilibrii, ne illud quidem constat, an ipsa æquilibrii curva in se redeat, an infinitis etiam spiris circumagatur, quod sane fieri posset. Si enim per gravium directionem in loco quovis, & per polum concipiatur planum quoddam, & in eo curva linea, quæ ex illo puncto digressa, perpetuo perpendicularis ubique sit ad gravium directiones in omnibus sui punctis, eam irregulariter contorqueri debere patet in mutuæ gravitatis generalis theoria ex ipsa montium, ac vallium irregularitate, ac irregulari textu partium Terræ superficiei promixarum, quæ ejus curvæ irregularitas tanta etiam esse posset, ut flexum mutaret circulo osculatore in infinitum abeunte alicubi, vel in nihilum, tum etiam in negativum, licet ea curva a sphærica, vel regulari cujusdam ellipseos forma parum admodum, & vero etiam nihil ad sensum discederet, nisi forte actio in totam internam Telluris massam multo minus irregularem multo magis prævalens actionem ejusmodi irregularitatum minueret. Eam autem contorqueri patet ex ipso graduum inventorum irregulari progressu, quanquam ex iis colligi videatur & illud, cohiberi omnino, & plurimum minui a prævalente illa totius Telluris

Quid adhuc incertum. Irregularitas curvæ æquilibrii.

ris actione actionem inæqualitatum ejusmodi, cum graduum irregularitas ipsa respectu totorum graduum perquam exigua inventa sit. Adhuc tamen fieri posset, ut æquilibrii curva, curvaturæ ipsius, non ita magna, sed nec omnino insensibili, mutatione continua, post integrum in eo plano gyrum, in se ipsam non rediret, sed illo puncto vel inferior, vel superior in infinitum contorqueretur, quod quidem an accidat, incertum omnino est.

Ex pendulis, & gradibus simul conjici posse irregularitatẽ esse superficiei proximam.

323. Hæc omnia prorsus incerta sunt, si solas graduum dimensiones consideremus. At si iis conjungamus pendulorum isochronorum longitudines, quas huc usque per observationes satis accuratas habuimus, licebit in primis, satis valida conjectura inferre illud, irregularitates in Telluris textu in superficie potius esse, & prope ipsam, quam in intimis ejus visceribus. Illæ enim, ut vidimus num. 243 multo magis irregulares reddunt graduum dimensiones, quam longitudines pendulorum, contra vero hi; ac illud jam vidimus, pendulorum longitudines satis congruere cum regularitate, & Elliptica Telluris forma, longitudines graduum esse admodum irregulares.

Observationes posse componi cũ densitate paribus a centro distantiis pari.

324. Deinde colligi & illud potest, observationes, quæ huc usque habitæ sunt non pugnare cum nucleo habente densitatem eandem paribus a centro distantiis, quod quidem nonnulli arbitrantur. Demonstravit Clerautius, quod quidem & ex iis patet, quæ demonstravi a num. 221, si differentia gravitatis in æquatore, & polo divisa per gravitatem totalem exhibeat fractionem majorem, quam sit $\frac{1}{230}$ totius, quod haberi deberet in casu homogeneitatis, nucleus autem paribus a centro distantiis, eandem densitatem habeat, & gravitate mutua Newtoniana præditus sit, debere densitatem mediam nuclei esse majorem densitate marium, sed ellipticitatem minorem, quam $\frac{1}{230}$, quæ ab ipsa homogeneitate requiritur. Invenit autem ejusmodi fractionem majorem revera esse, & affirmavit ellipticitatem minorem erui e graduum mensura; unde intulit, ea duo conciliari non posse, nisi

assuma-

assumatur certa nuclei ipsius ellipticitas. Majorem illam fractionem nos etiam invenimus supra num. 251, nimirum $\frac{1}{176}$. Verum ellipticitatem e gradibus sumendo inter omnes decem determinationes mediam, invenimus non majorem $\frac{1}{230}$, sed minorem, nimirum $\frac{1}{255}$. Illa qnidem prior fractio $\frac{1}{176}$ requireret ellipticitatem $\frac{1}{312}$ juxta num. 241, minorem adhuc, quam $\frac{1}{255}$; sed adhuc hæc duo manifesta sunt; primo quidem minorem haberi ex omnibus quinque graduum combinationibus simul compositis, ut oportebat; deinde vero exiguo errore in gravium directione, nec ita magno in gravitatis vi orto ex irregularitate Telluris superficiei proxima facile fieri posse, ut imminutâ primâ fractione e pendulorum longitudinibus derivata, adeoque auctâ ellipticitate, quæ ex ipsa oritur, imminuta vero itidem ellipticitate media, quam graduum combinationes exhibent, res ad æqualitatem, & concordiam reducatur.

Plures observationes requiri. Quid graduũ accuratiori determinationi utile.

325. Sed adhuc exiguus est quinque pendulorum, & quinque graduum rite observatorum numerus. Optandum illud, ut multo plures habeantur observationes utriusque rei; & quod pertinet ad dimensiones graduum, est, quo ipsos multo accuratius, & tutius liberemus ab effectu irregularitatis superficiei proximæ. Id obtinebitur primo, si observationes astronomicæ fiant in summis montibus potius, quam in plano. Tum enim, si quid est densioris materiæ, vel vacui prope superficiem, id in pendulorum directione, & proinde in graduum mensura, ob obliquitatem respectu ponderis in edito siti, multo minus deviare poterit instrumentorum astronomicorum pendula. Quod si in omnibus, vel plurimis saltem e stationibus editioribus poligoni fiant observationes astronomicæ, tum vero fortuita illa irregularitate in contrarias partes temere agente, sumendo inter omnes determinationes mediam, multo tutius judicari poterit de singulorum graduum mensura. Id & laborem requirit multo sane majorem, & impensas, extructis in ipsis monti-

montibus observatoriolis ligneis, ac diuturniore in iis mora; at nihil est, quod Astronomorum patientia, & munificentia Regum superare non possit.

Si pendula, & gradus non conveniant, non necessario confugiendum ad nucleū ellipticum: posse gravitatis legem in exigua distantia discrepare a Newtoniana.

326. Quod si post plurimas ejusmodi observationes inveniatur & media fractio e pendulorum longitudine eruta, & ellipticitas media derivata a gradibus, major, quam $\frac{1}{180}$, ne tum quidem ad nuclei ellipticitatem necessario confugiendum erit. Illa mea secunda hypothesis massæ e centro agentis in ratione distantiarum directa, ellipticitatem requirit juxta num. 224 semper æqualem fractioni e gravitate derivatæ. Et quidem si ex decem graduum binariis, rejectis illis binis, quæ num. 303. rejecimus, reducatur ellipticitas graduum ad $\frac{1}{197}$, quam pendula isochrona juxta num. 251 exhibent $\frac{1}{178}$, exiguum sane discrimen inter binas ejusmodi determinationes invenitur. Massæ e centro ita agentis hypothesis arbitraria est, & cum cæteris Naturæ phænomenis nequaquam consentiens; at & illa ellipticitas nuclei, quæ omnia conciliet, est itidem arbitraria, cum ex plurimis aliis figuris id ipsum obtineri possit. Ex alia parte nec illud satis constare arbitror, an nimirum gravitatis lex in hac vicinia prope superficiem Terræ satis proximè sequatur rationem reciprocam duplicatam distantiarum. Ego, qui vires mutuas punctornm omnium materiæ censeo ab unica curva linea exprimi omnes, quam in pluribus meis dissertationibus exposui, censeo, in maximis distantiis, in quibus Planetæ a Sole distant, & Luna a Terra, ejusmodi rationem sequi quamproximè; in minimis ab ea in immensum recedere. Fieri posset, ut in hisce mediis, in quibus nos in Telluris superficie siti a reliquis ejus partibus distamus, tantum ab ea aberraret, quantum est satis ad hoc, ut summa virium æquivaleat actioni nuclei sphærici paribus a centro distantiis homogenei, una cum massa quadam in centro agente in ratione distantiarum directa, quod quidem si omnino ita se haberet; omnia satis secum invicem congruerent.

327. Accedit, quod & perpetuus quidam regularis progressus densitatis ab æquatore ad polos in strato Telluris satis crasso superficiei proximo pendulorum inæqualitatem augere plurimum posset, inæqualitate graduum parum admodum immutata. Nam, ut num. 233. vidimus, massa æquivalens sphæræ habenti radium 8 milliariorum per integram lineam penduli longitudinem mutat, quam mutationem stratum perpetuum multo majorem reddit. Idem autem stratum, si perpetua quadam lege ab æquatore ad polos mutetur, vix ullam deviationem penduli parit, cum ea pendeat a sola differentia densitatis ejus strati ad boream, & ad austrum; mensuram autem graduum mutat adhuc multo, ac multo minus, cum ejus mutatio pendeat a sola differentia deviationum penduli jam exiguarum in initio, & fine arcus assumpti.

Quid præstet perpetuus progressus densitatis ab æquatore ad polum.

328. Utraque autem hæc caussa, nimirum & recessus aliquis gravitatis a ratione reciproca duplicata distantiarum, & progressus aliquis densitatis in locis superficiei Terræ proximis, prout regularis fuerit, & simplex, vel irregularis, & satis composita, explicare etiam poterit id, quod plures pendulorum isochronorum, & graduum observationes exhibebunt, si forte ea duo vel ejusmodi obvenerint, ut quadratis sinuum latitudinis respondeant quidem eorum excessus, sed inter se non conveniant in exhibenda Telluris ellipticitate, & media densitate, vel nec ipsis sinuum quadratis respondeant.

Observationes futuras per ejusmodi caussas explicari posse.

329. Illud omnino hic iterum monendum censeo, videri mihi evidentissimum sane, compressionem Telluris ad polos ex observationibus huc usque institutis esse admodum probabilem; irregularitatem curvaturæ ejus superficiei, quæ directioni gravium sit perpendicularis in hac a centro distantia, in qua nos homines vivimus, esse omnino certam; veram figuram superficiei regularis cujuspiam, ad quam abrasis montibus, & vallibus oppletis, sibi proximam reduceretur aspera hæc, & irregularis Terræ superficies, atque ipsam ejus compressionis magnitudinem esse adhuc maxime incertam.

Quid certum; quid adhuc incertum sit.

Alia, quæ cum ellipticitate Telluris connectuntur. Exigua spes rem perficiendi per Lunæ parallaxes.

330. Diuturni laboris, plurimarum observationum, & meditationum fructus erit olim accurata determinatio veræ ellipticitatis Telluris, quam & pendula isochrona, & graduum dimensiones, de quibus egimus, & vero etiam marini æstus phænomena, æquinoctiorum præcessio, Lunæ parallaxes, quæ omnia inde pendent, rite inter se collata determinabunt. Quanquam id, quod ad Lunæ parallaxes pertinet, parum admodum spei mihi conciliat, cum illud reputo, unum milliare elevationis majoris superficiei, non nisi unico minuto secundo mutare ipsam horizontalem Lunæ parallaxim, ut adeo eadem parallaxis in Meridiano a tota ellipticitate, quæ Newtono milliaria 17 non excedit, vix 8, vel 10 secundis mutari possit. Ubi autem de phænomeno agitur, quod, ut ejusmodi parallaxis, vix unquam immediate observari potest, sed magna ex parte a lunaribus repeti motibus debet, haud scio, an unquam futurum sit, ut definiri possit intra limites aliquot secundorum. Sed ea omnia longiorem perquisitionem exposcunt.

Solutio facilior problematis, quo figura quæritur ex gradu meridiani, & paralleli. Theorema eo conducens.

331. Iis hic ego omissis finem hujusmodi meditationibus meis imponam, sed in ipso fine exhibebo solutionem admodum expeditam ejus problematis, quod num. 280 affirmavi esse multo sublimius, & cujus analyticam solutionem ibidem innui, problematis nimirum, quo quæritur species, & magnitudo ellipseos genitricis ex dato gradu paralleli in una latitudine, & gradu meridiani in alia. Est id quidem altum, si generaliter solvendum sit pro quavis ellipticitate utcumque magna. At si agatur de ellipticitate exigua, qua hic nobis est opus, solutionem habet admodum expeditam, quæ mihi in mentem venit, posteaquam reliqua jam fuerant typis impressa. Pendet autem solutio ab hujusmodi theoremate. *Ubi ellipticitas sit exigua, differentia dimidii lateris recti axis utriuslibet a semiaxe altero, ad differentiam ejusdem a normali terminata ad eundem priorem axem, est proxime in ratione duplicata radii ad cosinum latitudinis.*

332. De-

332. Demonstratur facile id theorema ex eo, quod n. 278 est demonstratum, existente *FI* normali in fig. 23 rectam *FL* parallelam *CA* esse æqualem dimidio lateri recto axis *Ee*, & *HA*, *HI*, *HL* esse continuè geometricè proportionales. Nam in primis si in *CB* producta sumatur *Cl* æqualis dimidio lateri recto *FL*, erunt *CD*, *CB*, *Cl* continuè proportionales in eadem ratione; adeoque erit *Bl* ad *IL*, ut *Cl*, vel *FL* ad *LH*, sive proximè *FI* ad *IH*, ut radius ad cosinum latitudinis *HIF*; & si *FL* ocurrat ellipsi in O, ob *FI* perpendicularem arcui *IO*, & ipsum arcum perquam exiguum, haberi poterit pro recto etiam angulus *IOL*; cumque ob *LO*, *IF* proxime parallelas haberi possit & *ILO* pro æquali *HIF*, erunt similia triangula rectangula *LOI*, *IHF*, & erit *LI* ad *LO*, itidem ut *FI* ad *IH*, sive ut radius ad cosinum latitudinis. Quare erit *Bl*, nimirum differentia dimidii lateris recti axis *Ee* a semiaxe altero *CB*, ad *LO*, quæ ob angulum *FIO* rectum haberi potest pro differentia dimidii lateris recti *FL* a normali *FI*, in eadem ratione duplicata. Demonstratio ipsius. Tab. 4, F. 23

353. Sit jam dimidium latus rectum $FL = 1$, ejus differentia a *CB*, sive $Bl = x$, cosinus latitudinis loci *I* ad radium 1 sit *C*, loci *i* sit *c*, & erit $1 . CC :: x . LO = CCx$, adeoque normalis *FI* erit $= 1 - CCx$. Inde autem duo deducuntur. Primo quidem *IH*, factis, ut 1 ad *C*, ita $FI = 1 - CCx$ ad $HI = C - C^3 x$: deinde radius circuli osculantis ellipsim in *I*, qui cum per num. 269 sit quartus continue proportionalis post *FL*, & *FI*, differet ab *FL* proxime per triplam *LO*, adeoque erit $= 1 - 3CCx$. Quare radius osculi in *i* erit $1 - 3ccx$. Erit igitur radius paralleli in *I*, ad radium osculi in *i*, ut $C - C^3 x$ ad $1 - 3ccx$. Sunt autem ii radii, ut gradus paralleli in *I*, qui dicatur *G*, ad gradum meridiani in *i*, qui dicatur *g*. Quare habebitur $C - C^3 x . 1 - 3ccx :: G . g$, sive $Cg - C^3 gx = G - 3ccGx$, adeoque $3ccGx - C^3 gx = G - Cg$, & demum $x = \frac{G - Cg}{3ccG - C^3 g}$, quæ fractio exhibebit rationem $Bl = x$ ad $Cl = 1$, sive *BD* ad *CB*, nimirum ellipticitatem. Solutio problematis inde derivata.

Eadem theoria applicata ad alios tres casus, & alia problemata.

334. Si utriusque gradus latitudo sit eadem, erit $C = c$, & formula $x = \frac{G - cg}{cc(3G - cg)}$. Eâdem autem methodo solvi potest etiam problema, quo dentur duo gradus binorum parallelorum, vel bini gradus meridiani. In primo casu positis gradibus in I, & $i = G$, & g, erit $C - C^3x \,.\, c - c^3x :: G \,.\, g$, & inde $x = \frac{cG - Cg}{c^3G - C^3g}$. In secundo vero casu erit $1 - 3CCx \,.\, 1 - 3ccx :: G \,.\, g$, & inde $x = \frac{G - g}{3 \times (ccG - CCg)}$, quæ formula ob G parum abludentem a g, & $cc - CC = SS - ss$, parum admodum differt ab inventâ numero 289, nimirum $\frac{1}{3} \times \frac{G - g}{GSS - gss}$. Inde pariter, si detur ellipsis, adeoque CI, IB, ac ponatur ratio gradus ad radium, sive fractio $\frac{113}{180 \times 355}$ $= n$, & fiat pro quavis latitudine, cujus cosinus C, gradus meridiani $n(1 - 3CCx)$, & gradus paralleli $n(C - C^3x)$, poterit facile construi tabula graduum utriusque generis pro ellipsoide. Patebit autem defectum graduum meridiani a gradu in polo fore $= 3CCx$, sive, ut quadratum cosinus latitudinis CC. Gradum autem meridiani fore æqualem gradui æquatoris, ubi $n(1 - 3CCx) = n(1 - x)$, sive $3CC = 1$, nimirum quadratum cosinus latitudinis $\frac{1}{3}$ quadrati radii, nempe ipsa latitudo 54°, 44'.

Solutio alterius problematis: fructus ex observationibus.

335. Data autem specie ellipseos, & dato radio osculi in latitudine data, invenitur magnitudo ellipseos prorsus ut num. 284. Porro si gradus paralleli in Gallia definitus in latitudine 43°, 32' hexapedarum 41618 juxta num. 299 ponatur pro G, tum ii gradus Meridiani, qui habentur in tabella n. 301 pro g; in formula n. 333 obveniunt ellipticitates $\frac{1}{117}$, $\frac{1}{144}$, $\frac{1}{146}$, $\frac{1}{129}$, $\frac{1}{174}$, quarum media $\frac{1}{167}$. sed gradus paralleli incertus est intra limites nimis crassos.

FINIS.

Pag.	lin.	Errata	Corrige
3.	24.	que	quæ
7.	1.	utrumque	utcumque
	21.	, etiam	etiam , (nor
30.	11.	itidem est major	vix quidquam est mi-
	not.3	paralleaxes	parallaxes
35.	1.	gradus , & minuta	hexapedæ
41.	18.	collimandam	collimandam
44.	11.	Interamnanos	Interamnensem
45.	28.	posset	non posset
60.	18.	dillgentia	diligentia
	36.	perspectum	prospectum
63.	8.	accliva	acclive
65.	8.	Circæum	Circæum
67.	4.	flante	flante
71.	22.	conjuximus	conjunximus
72.	32.	collinaebat	collineabat
73.	6.	ætimationis	æstimationis
	16.	teloscopio	telescopio
	22.	pe	per
74.	7.	potuit	patuit
76.	35.	æquo	equo
80.	30.	im	in
82.	22.	Romandiolum	Romandiolam
94.	33.	apparebant	apparerent
100.	19.	interiisse	interiisse
102.	30.	Barberinæ	Burghesiæ
113.	8.	Vulsinia	Vulsinio
	13.	Pratolenza	Pratolenze
118.	8.	aliquanto	aliquando
119.	25.	cælo	edo
	30.	peracti	peractis
	35.	expeditiones	expeditionis
132.	35.	ptimus	primus
134.	7.	Testim	Tesium
	not.2	bali	basi
142.	33.	distanriæ	distantiæ
144.	15.	nenique	denique
153.	4.	fore	foret
169.	4.	focils .	focile ,
171.	10.	aliquam	aliquem
173.	7.	metueremur	metueremus
183.	17.	aliitudinem	altitudinem
192.	not.1	Geometricis	Geometris
193.	30.	quum	quam
194.	1.	fig. 3	fig. 13
	4.	ferneæ	ferreæ
	8.	adscriptam	adstrictam
	28.	habebere	habere
195.	21.	fiat	fiat
	16.	faraminibus	foraminibus
196.	not.4	siius	situs
197.	5.	immisa in eam ap.	immissa in eam aper-
	7.	telescopi	telescopii
199.	10.	II'	II', OO'
	17.	EE	EF'
200.	29.	Ii	II'
205.	4.	est	&
	21.	filo	filo
206.	5.	semipollicis	semipollicis
207.	18.	intesectione ob	intersectione ad
	32.	aptura	apertura
208.	2.	civitate	cavitate
209.	26.	superficiei	crassitudinis
210.	not.1	ocularis	objectivæ
	18.	$OO''O$	$OO'O'$
211.	11.	circa H	circa H'
213.	1.	In	In
	15.	DnF	nDF
	35.	si	si-
	not.1	Tab. 1	Tab. 2.
215.	12.	14 PE'	X
	16.	finem H	finem H'
216.	29.	indiciis	indicis
217.	10.	$CC'G'G'$	CC', GG'
219.	22.	affixum	affixum
221.	2.	pedis	pollicis
	6.	traversa	transversa
224.	17.	ipsum ad	ipsum
	not.3	ciricino	circino
225.	19.	fig. 4	fig. 1
227.	12.	quovis	quivis
229.	9.	levam	lævam
230.	not.2	traditi	traditæ
233.	5.	31	21
234.	4.	E' . . . ED'	D . . . EE'
	12.	utiusque	utriusque
236.	34.	Cymi	Cycni
244.	10.	$bt'tt''$	btt'
	13.	complementi arcus	arcus
246.	31.	AB ,	, AB
247.	27.	devenient	deveniet
249.	31.	$1'.25''$	$1'.20''$
	33.	$1'.3'.\frac{1}{4}$	$1'.5''$
	34.	$16''$	$16''.\frac{1}{4}$
250.	2.	100	1000
	4.	que-	quæ-
251.	5.	$27''$	$31''$
	6.	$8'.12''$	$8'.8''$
	8.	$8'.22''$, $8''.21''$	$12''$, $12''$ ... $12'.21''$
	20.	errorem	error
	23.	, illud	illud ,
252.	3.	axcessus	accessus
	4.	28	38
	18.	mini	nihil
253.	35.	sive	sive parallelo
255.	4.	$I'F'$	$I'F$

Pag.	lin.	Errata	Corrige.
260.	11.	figura	figura 7
262.	28.	*PL*	*PM*, vel proximè *PL*
263.	2.	*b't* ad *bt*	*bt'* ad *b't*
264.	24.	esse . Nam	esse , nam
	not. 2	a plane	a plano
265.	31.	*Z'O*	*ZO*
266.	26.	*ZL''*	*ZL'*
208.	26.	polo	zenith
272.	34.	xe	ex
273.	5.	promutius	promotius
275.	18.	9 . 49	0 . 49
	21.	sumatur	sumantur
276.	21.	acecedit	accedit
279.	2.	*s*	ſ
280.	not. 2	axem	circa axem
283.	not. 2	schesma	schema
	21.	*CI*	*Ci*
	34.	in *lcCa*	in *Ca*
284.	4.	333	313
286.	4.	tranversis	transversis
288.	4. 5.	*ab*	*ab'*
	33.	suppenitur	superponitur
290.	6.	ipsa	ipsam
291.	22.	quam	quas
	27.	utroque	utroque
292.	8.	demiso	demisso
294.	6.	divisioum	divisionum
295.	35.	numurus	numerus
300.	36.	differetia	differentia
314.	1.	constuctionem	constructionem
	not. 1	daplici	duplici
317.	3.	sinus sinus	sinus
	4.	dimidi	dimidii
	6.	dividendo	per conversionem rationis
	32.	radius dimidii ãguli	radius
	34.	tangente	tãgẽte dimidii ãnguli
318.	26.	dividendo	per conversionem rationis
319.	28.	*oris*	*ris*
320.	17.	altero ,	, altero
325.	not. 2	Tab. 3 , Fig. 2 12	Tab. 1 , Fig. 2 3 , 12
327.	27.	*BA*	*BA* , *Bc*
333.	23.	EN	*MN*
	24.	*ACE*	*CAE*
334.	15.	1°. 7''	1'. 7''
339.	not. 2	priore	prior e
	27.	7. $\frac{1}{2}$	7. $\frac{1}{2}$
342.	not. 1	observatione	observationes
	21.	azimathus	azimuthus
343.	30.	ad *An*	ad *An'*
344.	1.	*In*	*In'*

Pag.	lin.	Errata	Corrige.
347.	10.	mentis	montis
	29.	temeri	timeri
348.	15.	Demuntur	Demantur
352.	2.	basis	error
	9.	definitæ	definita
353.	7.	ab	ad
359.	25.	dele illud *aliquo conjungendo*	
360.	31.	ade	ade-
362.	16.	*IH*	*IH'*
367.	25.	rectus	rectus , angulus ad F
	30.	*TX*	*FX*
	32.	*Tb*	*Fb*
	not. 3	adde Tab. 3 ,	fig. 19
368.	4.	*ua*	*Va*
	5.	*ui*	*Vi*
	22.	*H* , *L*	*H* , *I*
372.	4.	*Tb*	*Fb*
374.	16.	BD	CD
378.	22.	longior	brevior
393.	26.	ad *CL*	ob *CL*
394.	28.	*F'V*	*FV*
396.	27.	*KQ*	*Kq*
398.	4.	*VQA* sit	sit
399.	23.	*KCr*	*RCr*
404.	11.	= *n*	*n*
	14, 15, 17	(*xx* + *yy*)	$(xx + yy)^{\frac{1}{2}}$
406.	24.	Fac	Fad
	33.	QK^2	$Q'K^2$
407.	3.	*KQ'*	*Kq*
	32.	*CF*	quadratorum *CF*
409.	9.	*KQ*	*Kq*
	14.	*uan*	*aan*
411.	not.	utrumque	utcumque
412.	9.	initio	inito
413.	3.	*F'K'*	*FK'*
	7.	*VdG*	*VQG*
418.	33.	elegentior	elegantior
420.	23.	*ihl* ad *ho*², ut *mC*²	*iHL* ad *Ho*², ut *mC*²
	29.	*Gf* , *Gf*	*GF* , *Gf*
422.	2.	ellipticicæ	ellipticæ
	not. 3	continuationis	continuatio
425.	2.	quadam	quodam
	19.	pressionis	pressioni
426.	18.	continuum	continuum
428.	8.	& *A*	& *B*
429.	not. 3	adde Tab. 4 , Fig.	15 , 16
	23.	ut	ut sit
430.	12.	alteram	, alteram
	16.	*Q* &	*P* , &
	34.	ad *DI*	ad *dI*
432.	5.	angulis	angulos
433.	19.	centrum est	centrum , est
436.	4.	calculum	calculum

Pag.	lin.	Errata	Corrige.
436.	33.	*RD*	*BD*
437.	23.	*AP*	*DP*
441.	14.	$+\frac{1}{s}$	$+\frac{1}{s}x$
448.	11.	arus	arcus
449.	33.	fluidum	ſolidum
451.	9.	amitritur	amittitur
452.	*not.* 2	uſui	arcu
453.	13.	cuplicata	duplicata
455.	28.	4300	4300000
	29.	$\frac{1}{2150}$	$\frac{1}{1075000}$
		trigeſima	decimamilleſima
	31.	caſu eaſu	eaſu
457.	1.) 2.)	$\frac{x}{p}$	$\frac{qx}{p}$
	13.	1640	1740
460.	19.	$\frac{m}{2n}$	$\frac{n}{2m}$
461.	1.	ponetentur	ponerentur
	not. 2	proximæ	proxima
462.	10.	raccedere	recedere
	29.	quamvis	quam vis
463.	14.	vis , quam	, quam
465.	3.	ſphæronidis	ſphæroidis
	6.	ellepticitas	ellipticitas
466.	23.	additamenta	. Additamenta
467.	14.	$3tn \ldots tn$	$3tn \ldots n$
	22.	$\frac{tx}{sp}$	$\frac{tx}{5p}$
469.	3.	$\frac{1}{130}$	$\frac{1}{230}$
	12.	hypotheſeas	hypotheſeas
	14.	hypotheſcos	hypotheſeos
470.	15.	2*ompl*	2*onpl*
	19.	ſolido	fluido
	26.	ellipticitate	ellipticitatem

Pag.	lin.	Errata	Corrige.
471.	38.	longe	gna
472.	32.	minor	minor ,
473.	21.	contraheret	produceret
474.	4.	in C	in F
	not. 1	graduum	quam graduum
476.	24.	mutati	mutari
477.	7.	marium	Terræ
	36.	amplum	amplam
	not. 3	pendolum	pendulorum
478.	16.	vaueo	vacuo
480.	18.	$\frac{1}{335}$	$\frac{1}{337}$
	not. 3	habere eam minus	videri magis
481.	21.	aliubi	alicubi
	27.	ſpemper	ſemper
482.	4.	ſpuperficiei	ſuperficiei
483.	1.	tum arcu	cum arcu
486.	31.	debitari	dubitari
487.	16.	tectum	rectum
488.	31.	ac	ae quadratorum
489.	22.	ed	ad
491.	34.	*AIC*	*HAC*
495.	21.	decremeto	decremento
497.	6.	menſurum	menſuram
	29.	Commientariis	Commentariis
499.	7.	Coſſinus	Caſſinus
501.	31.	obſevationibus	obſervationibus
502.	21.	Bougueglus	Bouguerius
505.	22.	57979	56979
506.	3.	paiore	priore
	15.	hucuſqua	hucuſque
		Ubicunque occurrit	
		poligonum	polygonum
		ſtamnum	ſtannum
		eccliptica	ecliptica
		Thurry	Thury

Norit præterea Lector primum illud , pag.184 litteras V , *V* , U , promiſcue poſitas eſſe pro eadem unica littera U adhibita in fig. 6, tab.1. Deinde illud, tabulam, quæ habetur in fine opuſculi 3 , impreſſam eſſe poſt reditum Mairii Urbino ; & idcirco Callii , ac Fori Sempronii loca ibi aliquanto accuratius , ac certius definiri , quam in mappa , & quam eſſent , cum primi opuſculi impreſſa eſt pag.119 , in qua de novo ejus excurſu in eam plagam mentio fuerat facta .